

全国 169 所知名小学联合推荐

小学生

奥数夺冠

AOSHUDUOGUAN

主编◎徐向阳



4 年级

- 特级教师指导
- 高效全能训练
- 启迪解题思维
- 传授实用解法

全国 169 所知名小学联合推荐



奥数夺冠

AOSHUDUOGUAN



- 特级教师指导
- 高效全能训练
- 启迪解题思维
- 传授实用解法

责任编辑：张 冉 崔晶晶

封面设计： 吴闲工作室
www.8887227.com

ISBN 978-7-5054-2818-8



9 787505 428188 >

定价：15.80 元

全国 169 所知名小学联合推荐

小学生

奥数夺冠



4 年级

主编◎徐向阳

朝华出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

小学生奥数夺冠. 四年级/徐向阳主编. —北京:

朝华出版社, 2011. 7 (2012. 1 重印)

ISBN 978-7-5054-2818-8

I. ①小… II. ①徐… III. ①小学数学课—教学参考

资料 IV. ①G624. 503

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 121925 号

小学生奥数夺冠(四年级)

主 编 徐向阳

责任编辑 张 冉 崔晶晶

责任印制 张文东

封面设计 北京吴闲工作室

出版发行 朝华出版社

社 址 北京市西城区百万庄大街 24 号 邮政编码 100037

订购电话 (010)68413840 68996050

传 真 (010)88415258(发行部)

联系版权 j-yn@163.com

网 址 www.blossompress.com.cn

印 刷 北京潮运印刷厂

经 销 全国新华书店

开 本 720mm × 1000mm 1/16 字 数 100 千字

印 张 13

版 次 2011 年 8 月第 1 版 2012 年 1 月第 2 次印刷

装 别 平

书 号 ISBN 978-7-5054-2818-8

定 价 15.80 元

版权所有 翻印必究·印装有误 负责调换

目录

CONTENTS



第一讲	找规律·····	1
第二讲	算式谜·····	9
第三讲	速算与巧算(一)·····	16
第四讲	速算与巧算(二)·····	24
第五讲	错中求解·····	31
第六讲	图形的周长和面积·····	38
第七讲	和差问题·····	47
第八讲	和(差)倍问题·····	55
第九讲	平均数问题·····	62
第十讲	植树问题·····	71
第十一讲	年龄问题·····	78
第十二讲	鸡兔同笼·····	85
第十三讲	盈亏问题·····	92
第十四讲	归一与归总问题·····	100
第十五讲	行程问题(一)·····	106
第十六讲	行程问题(二)·····	115
第十七讲	周期问题·····	122
第十八讲	还原问题·····	130
第十九讲	逻辑推理问题·····	138
第二十讲	合理安排·····	148
参考答案		157

第一讲

DIYIJIANG

找规律

我们生活在一个五彩缤纷、千变万化的世界里，为了更美好的明天，我们必须去研究这千变万化的世界，认识它的变化规律，并利用这些规律为我们服务。

事物的发展是有规律的，我们只有认真观察事物，找到事物发展变化的规律，才能深入了解和掌握它，从而找到解决问题的方法和途径。在数学题目中，经常出现根据排列规律，填出数列中的未知数（项）的问题。我们通过观察和分析，发现其变化规律，找出它们的内在联系，并依据规律填写所缺的数（项），这就是找规律问题。找规律问题可有趣了，你有兴趣探讨吗？



金牌例题

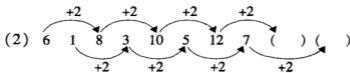
例 1 先找出下列各数列的排列规律，并根据规律在括号里填上适当的数。

(1) 1, 3, 5, 7, (), 11, 13

(2) 6, 1, 8, 3, 10, 5, 12, 7, (), ()

分析与解答

(1) 在这列数中，相邻的两个数的差都是 2，即每一个数加上 2 都等于后面的数。根据这一规律，括号里应填的数为： $7 + 2 = 9$ 或 $11 - 2 = 9$ 。





仅从相邻的两个数难以看出这列数的排列规律，但隔着一个数来观察，就会发现原来这列数是由两列数复合而成的。一列数是6，8，10，12，每两个数的差是2；另一列数是1，3，5，7，每两个数的差也是2，根据这一规律，括号里应填的数为：14和9。

解：(1) 1, 3, 5, 7, (9), 11, 13

(2) 6, 1, 8, 3, 10, 5, 12, 7, (14), (9)

例2 先找出下列各数列的排列规律，并根据规律在括号里填上适当的数。

(1) 1, 2, 4, 8, 16, (), ()

(2) 1, 2, 2, 3, 3, 4, (), ()

分析与解答

(1) 从增加多少去观察：

$1 \xrightarrow{+1} 2 \xrightarrow{+2} 4 \xrightarrow{+4} 8 \xrightarrow{+8} 16 \longrightarrow () \longrightarrow ()$

可得：每一个数增加一个和自己一样大的数，就得下一个数。按照这一规律，下一个数应是 $16 + 16 = 32$ ，再下一个数应是 $32 + 32 = 64$ 。

(2) 把数列每两个数分为一组，(1, 2), (2, 3), (3, 4)，发现数列的规律是前一组每个数加1，得到后一组数，所以应填4，5。

解：(1) 1, 2, 4, 8, 16, (32), (64)

(2) 1, 2, 2, 3, 3, 4, (4), (5)

例3 先找出下列各数列的排列规律，并根据规律在括号里填上适当的数。

(1) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, (), 34, 55

(2) 1, 3, 3, 9, 27, ()

分析与解答

(1) 经仔细观察、分析，不难发现：从第三个数开始，每一个数都等于它前面两个数的和。根据这一规律，括号里应填的数为： $8 + 13 = 21$ 或 $34 - 13 = 21$ 。

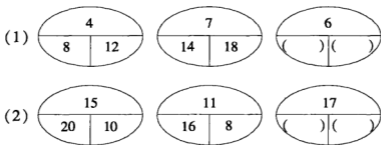
(2) 仿 (1) 不难看出，从第三个数开始，每一个数都等于它前

面两个数的积。根据这一规律，括号里应填的数为： $9 \times 27 = 243$ 。

解：(1) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, (21), 34, 55

(2) 1, 3, 3, 9, 27, (243)

例4 根据前面两个圈里三个数的关系，找出规律，在第三个圈里的括号内填上适当的数。

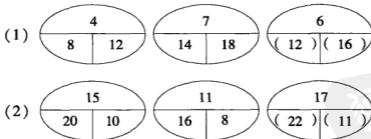


分析与解答

(1) 前两个圈中三个数有这样的关系： $4 \xrightarrow{\times 2} 8 \xrightarrow{+4} 12$ ， $7 \xrightarrow{\times 2} 14 \xrightarrow{+4} 18$ ，根据规律，第三个圈中各数应为 $6 \xrightarrow{\times 2} 12 \xrightarrow{+4} 16$ 。

(2) 前两个圈中的三个数有这样的关系： $15 \xrightarrow{+5} 20 \xrightarrow{\div 2} 10$ ， $11 \xrightarrow{+5} 16 \xrightarrow{\div 2} 8$ ，根据规律，第三个圈中各数应为 $17 \xrightarrow{+5} 22 \xrightarrow{\div 2} 11$ 。

解：



例5 下面的图形是按一定规律排列出的，请你仔细观察，画出第四幅图。





分析与解答

整个图形的位置是按顺时针方向依次旋转 90° 得到的。

解:



小结

XIAOJIE

寻找规律一般分为寻找数列的规律、数组的规律、图形的变化规律等几种情况。

1. 对于数列中的规律，应根据每相邻两个数之间的关系或相隔的每两个数之间的关系，找出规律，推断出所要填的数。

2. 对于数组中的规律，我们往往是寻找这一组中几个数之间的变化规律。

3. 图形的变化规律往往比较复杂，同学们要从大小、方向、位置等几个方面去观察图形。



金牌训练

一

对应训练

1. 先找出下列各数列的排列规律，然后在括号里填上适当的数。

(1) 3, 6, 9, 12, (), 18, 21

(2) 5, 9, 13, (), 21 (), 29

(3) 15, 6, 13, 7, 11, 8, (), ()

(4) 2, 4, 2, 6, 2, 8, (), (), (), ()

2. 按照规律, 在括号里填上合适的数。

(1) 3, 6, 12, 24, (), ()

(2) 4, 8, 16, 32, 64, (), 256

(3) 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, (), ()

(4) 1, 2, 4, 7, 11, 16, (), ()

3. 先找规律, 然后在括号里填上适当的数。

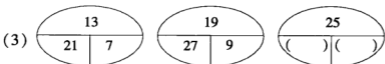
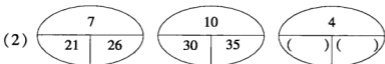
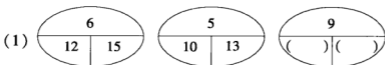
(1) 2, 2, 4, 6, 10, 16, (), ()

(2) 34, 21, 13, 8, 5, (), 2, ()

(3) 1, 2, 2, 4, 8, 32, ()

(4) 2, 3, 6, 18, ()

4. 根据前面两个圈里三个数的关系, 找出规律, 在第三个圈里的括号内填上适当的数。



5. 下图是按照一定规律排列起来的, 请按这个规律, 在“?”处画出适当的图形。



变式训练

1. 先找出下列各数列的排列规律，然后在括号里填上适当的数。

(1) 55, 49, 43, (), 31 (), 19

(2) 2, 6, 18, (), 162, ()

(3) 19, 3, 17, 3, 15, 3, (), (), 11, 3

(4) 1, 6, 4, 8, 7, 10, (), () 13, 14

2. 按照规律，在括号里填上合适的数。

(1) 192, 96, 48, (), 12, 6, 3

(2) 7, 14, 28, 56, (), 224

(3) 2, 6, 3, 9, 4, 12, (), 15

(4) 3, 29, 4, 28, 6, 26, 9, 23, (), (),
18, 14

3. 先找规律，然后在括号里填上适当的数。

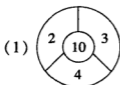
(1) 47, 29, 18, 11, 7, (), ()

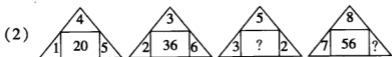
(2) 1, 3, 6, 8, 16, 18, (), (), 76, 78

(3) 3, 2, 3, 4, 3, 16, 3, ()

(4) 1, 2, 3, 3, 9, 4, 27, 5, (), ()

4. 按规律在“?”处填数。





5. 下面的图形是按一定规律排列的，请你仔细观察，画出第四幅图。



拔高训练

1. 请看这列数：1，5，9，17，21，25，29

(1) 如果其中少了一个数，这个数是几？应该排在哪儿？



(2) 如果其中多了一个数, 这个数是几? 为什么?

2. 找规律, 在“?”处填上适当的数。

1	4
5	20

2	5
7	35

3	6
9	54

4	?
?	?

5	?
?	?



第二讲

DIER JIANG

算式谜

“算式谜”是一种有趣的数字问题，一般是指那些含有未知数字或缺少运算符号的算式。解决这类问题，可以根据已学过的知识，运用正确的分析推理方法，确定算式中的未知数字和运算符号。由于这类题目的解答过程类似于我们平时进行的猜谜语游戏，所以，我们把这类题目称为“算式谜题”。

“算式谜”大致可以分为三类：

1. 添运算符号，即在算式中填上符合题目要求的运算符号，使算式成立。

2. 空格算（也叫虫食算），即在竖式中用“□”表示一些待定数字，要求出“□”表示的数字是多少。

3. 字谜，即在算式中有某些数字是用汉字或字母表示的，要求出这些汉字或字母表示的数字是多少。

解答算式谜问题时，要先仔细审题，分析数据之间的关系，找到突破口，逐步试验，分析求解，通常要运用倒推法、凑整法、估值法等。聪明的你肯定能解开这个“谜”，赶快行动吧！



金牌例题

例1 在下面算式的括号里填上合适的数。

$$\begin{array}{r}
 () \ 6 \ () \ () \\
 + \ 2 \ () \ 1 \ 5 \\
 \hline
 8 \ 0 \ 9 \ 1
 \end{array}$$



分析与解答

先看个位， $(\quad) + 5 = 1$ 不可能，而且 $(\quad) + 5$ 的和必定小于 20，所以， $(\quad) + 5 = 11$ ， $11 - 5 = 6$ ，所以，个位上的 (\quad) 里应填 6。看十位，因为个位向十位进 1，所以， $(\quad) + 1 + 1 = 9$ ，十位上的 (\quad) 里应填 7。看百位，6 加 (\quad) 得到的和的末尾是 0，即 $6 + (\quad) = 10$ ， $10 - 6 = 4$ ，所以百位上的 (\quad) 里应填 4。看千位，因为百位向千位进 1，所以， $(\quad) + 2 + 1 = 8$ ，千位上的 (\quad) 里应填 5。

解：(5) 6 (7) (6)

$$\begin{array}{r} + 2 \quad (4) \quad 1 \quad 5 \\ \hline 8 \quad 0 \quad 9 \quad 1 \end{array}$$

例 2 在下面算式的 \square 里填上合适的数字，使算式成立。

$$\begin{array}{r} \square \quad 4 \quad \square \\ \times \quad \square \quad 6 \\ \hline 1 \quad \square \quad \square \quad 0 \\ \square \quad \square \quad 5 \\ \hline 8 \quad \square \quad \square \quad \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A \quad 4 \quad B \\ \times \quad C \quad 6 \\ \hline 1 \quad D \quad E \quad 0 \\ F \quad G \quad 5 \\ \hline 8 \quad H \quad I \quad J \end{array}$$

分析与解答

为了便于叙述，我们将各方格用字母代替（见上右图），第一步由 $A4B \times 6$ 的个位数为 0 及由 $A4B \times C$ 的个位数为 5，可知 $B=5$ ；

第二步由 $A45 \times 6 = 1DE0$ ，可知 A 只能为 2 或 3，但 A 为 3 时 $345 \times 6 = 2070$ ，不可能等 $1DE0$ ，不合题意，故 $A=2$ ；

第三步，由 $245 \times C = FG5$ 可知，乘数十位上的 C 是小于 5 的单数，即 C 只可能是 1 或 3。当 C 取 1 时 $245 \times 16 < 8000$ ，不合题意，所以 C 不能取 1，只能取 3。这样就可以填出所有的空格。

解：(2) 4 (5)

$$\begin{array}{r} \times \quad (3) \quad 6 \\ \hline 1 \quad (4) \quad (7) \quad 0 \\ (7) \quad (3) \quad 5 \\ \hline 8 \quad (8) \quad (2) \quad (0) \end{array}$$

例3 确定下面算式中各字母代表的数字，使算式成立。

$$\begin{array}{r}
 D \ C \ B \ A \\
 4 \overline{) A \ B \ C \ D} \\
 \underline{A} \\
 B \\
 \underline{4} \\
 3 \ C \\
 \underline{D \ A} \\
 3 \ D \\
 \underline{3 \ D} \\
 0
 \end{array}$$

分析与解答

因为首位无余数，看百位，由 $C \times 4 = 4$ ，得出 $C = 1$ 。而由 $B \div 4 = C \cdots 3$ 可得出 $B = 7$ ，再由 $4 \times B = DA$ ，有 $DA = 28$ ，即 $D = 2$ ， $A = 8$ 。

解： $A = 8 \quad B = 7 \quad C = 1 \quad D = 2$

$$\begin{array}{r}
 2 \ 1 \ 7 \ 8 \\
 4 \overline{) 8 \ 7 \ 1 \ 2} \\
 \underline{8} \\
 7 \\
 \underline{4} \\
 3 \ 1 \\
 \underline{2 \ 8} \\
 3 \ 2 \\
 \underline{3 \ 2} \\
 0
 \end{array}$$

例4 在下面四个4中间添上适当的运算符号和括号，组成不同的算式，使得数都是2。

(1) $4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 = 2$

(2) $4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 = 2$

(3) $4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 = 2$

分析与解答

首先我们要考虑几种得数是2的可能性。如 $16 \div 8 = 2$ ， $1 + 1 = 2$ ， $4 - 2 = 2 \cdots$ 然后再联系题目中的具体数字，加上运算符号，使算式的结果为2。

(1) 考虑将四个4组成 $16 \div 8 = 2$ ，这样就可以把前面两个4计算成16，后面两个数计算成8；

(2) 考虑将四个4组成 $1 + 1 = 2$ ，这样就可以把前两个和后两个



4 都计算成 1;

(3) 考虑将四个 4 组成 $4 - 2 = 2$, 这样就可以将后三个 4 计算成 2。

$$\text{解: (1) } 4 \times 4 \div (4 + 4) = 2$$

$$(2) 4 \div 4 + 4 \div 4 = 2$$

$$(3) 4 - (4 + 4) \div 4 = 2$$

例 5 在 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这九个数字中, 添加 “+” “-” 两种运算符号, 使其结果等于 100 (相邻数字可组合成两位或两位以上的数)。

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 = 100$$

分析与解答

因为题目中限制了运算符号的种类, 所以要采用凑数法, 先凑出与 100 比较接近的数, 再根据需要, 把相邻的几个数组成一个数。

数 123 与 100 较接近, 所以 123 不动, 用后面的 6 个数字, 凑出 23 即可。因为 45 与 67 相差 22, 8 与 9 相差 1, 所以 $123 + 45 - 67 + 8 - 9 = 100$ 。89 与 100 也很接近, 78 与 67 又正好相差 11, 所以得到另一种解法: $123 - 45 - 67 + 89 = 100$ 。

$$\text{解: } 123 + 45 - 67 + 8 - 9 = 100$$

$$\text{或 } 123 - 45 - 67 + 89 = 100$$

小结

XIAOJIE

解答这类问题的共同方法是: 第一步要仔细审题, 第二步要选择突破口, 第三步试验求解。这就要求我们能够灵活地运用运算法则, 运用整数的性质, 仔细观察算式的特点, 学会发现问题、分析问题的方法。



5. 在下面等号左边的数字之间填上一些加号, 使结果等于 99 (数的顺序不能改变)。

$$9 \quad 8 \quad 7 \quad 6 \quad 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 = 99$$

变式训练

1. A、B、C、D 分别代表不同的数字, 它们各是什么数字时, 算式才能成立?

$$\begin{array}{r} A \ B \ A \ C \\ + \ B \ C \ B \ D \\ \hline D \ D \ A \ D \ D \end{array}$$

$$A = (\quad) \quad B = (\quad)$$

$$C = (\quad) \quad D = (\quad)$$

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \ D \\ - \ C \ D \ C \\ \hline A \ B \ C \end{array}$$

$$A = (\quad) \quad B = (\quad)$$

$$C = (\quad) \quad D = (\quad)$$

2. 请用数字替换下列算式中的字母, 使算式成立。

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \ D \\ \times \quad \quad \quad D \\ \hline D \ C \ B \ A \end{array}$$

$$A = (\quad) \quad B = (\quad)$$

$$C = (\quad) \quad D = (\quad)$$

$$\begin{array}{r} A \ B \\ \times \ B \ A \\ \hline 1 \ 1 \ 4 \\ 3 \ 0 \ 4 \\ \hline 3 \ 1 \ 5 \ 4 \end{array}$$

$$A = (\quad)$$

$$B = (\quad)$$

3. 在下面竖式的□里填上合适的数字, 使算式成立。

$$\begin{array}{r} \quad \quad \square \square \\ 9\square \overline{) \square 4 1 \square} \\ \underline{5 \ 5 \ \square} \quad \quad \\ \square \ 3 \ 7 \\ \underline{\square \square 7} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad 8 \ \square \\ \square 6 \overline{) 1 \ 3 \square \square} \\ \underline{\square \square 8} \quad \quad \\ \square \square \\ \underline{\square 6} \\ 0 \end{array}$$

4. 选择添加括号和“+、-、×、÷”运算符号，使等式成立。

$$5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 = 1$$

$$5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 = 2$$

$$5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 = 3$$

$$5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 = 10$$

5. 把数字1~9填在方格里，使等式成立，每个数字只能用一次。

$$\square\square\square \div \square\square = \square - \square = \square \div \square$$

拔高训练

1. 在下面的算式中，已知“运”=9，且相同的汉字代表相同的数字，不同的汉字代表不同的数字，当这些汉字代表什么数时，算式成立？

$$\begin{array}{r} \text{强 盛 中 国 欢 迎 奥 运} \\ \times \qquad \qquad \qquad \text{运} \\ \hline \text{强 强 强 强 强 强 强 强 强} \end{array}$$

2. 把“+、-、×、÷”这四个运算符号不重复地填入下面□内，使这些算式的结果中最大数与最小数的和是15，那么含有加号和乘号的那两个算式的结果的乘积是多少？

$$5 \square 1 = (\quad)$$

$$6 \square 2 = (\quad)$$

$$7 \square 3 = (\quad)$$

$$8 \square 4 = (\quad)$$



第三讲

DISANJIANG

速算与巧算 (一)

计算在人们日常生活中无处不用，人们在生活中买东西要用到；学习活动中，同学们求数要用到；科学研究中，统筹设计要用到……为了提高工作效率，人们总想算得快些，再快些。为此，人们总结了不少精彩的简算方法和技巧，还发明了各式各样的计算工具，如古代的算筹和今天超高速的电子计算机。

在计算数学题时，有的同学算得又快又准，赢得同学们的羡慕，都说他解题有窍门，其实“窍门”就是一些速算、巧算的方法和技巧。在千姿百态的数学计算百花园中，速算与巧算是其最为艳丽的奇葩，同学们也一定希望自己在计算时，算得既正确、迅速又合理灵活吧！那么怎样才能做到这些呢？

首先我们要熟练掌握加、减、乘、除基本计算法则和混合运算顺序；其次，还要根据具体题目的特点，灵活应用运算定律、性质及巧算方法。同学们，为了提高自己的计算正确性和计算速度，你有兴趣试一试吗？



金牌例题

例1 用简便方法计算下面各题。

(1) $375 + 127 + 125$

(2) $27 + 321 + 179$

分析与解答

加减法简便运算的基本思路是“凑整”，即将能通过加减运算后得到整十、整百、整千……的数，先运用运算定律和运算性质进行计算，这里要用到加法交换律和加法结合律。

$$\begin{aligned}
 \text{解: (1)} \quad & 375 + 127 + 125 \\
 &= (375 + 125) + 127 \\
 &= 500 + 127 \\
 &= 627
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(2)} \quad & 27 + 321 + 179 \\
 &= 27 + (321 + 179) \\
 &= 27 + 500 \\
 &= 527
 \end{aligned}$$

例2 用简便方法计算下面各题。

$$(1) 685 - 237 - 163 \quad (2) 824 - (197 + 124)$$

分析与解答

(1) 根据减法性质, 一个数连续减去几个数, 等于从这个数中减去这几个减数的和。算式中两个减数互为补数, 把它们先加在一起, 凑成整百、整千数, 再从被减数中减去这个整百、整千数。

(2) 减法的性质反过来也成立, 即一个数减去两个数的和等于从这个数中分别减去这两个数。

$$\begin{aligned}
 \text{解: (1)} \quad & 685 - 237 - 163 & (2) \quad & 824 - (197 + 124) \\
 &= 685 - (237 + 163) & &= 824 - 124 - 197 \\
 &= 685 - 400 & &= 700 - 197 \\
 &= 285 & &= 503
 \end{aligned}$$

例3 用简便方法计算下列各题。

$$(1) 543 + 988 \quad (2) 732 - 97$$

分析与解答

我们可以用“转化”的方法, 把接近整千、整百的加数或减数看成整千、整百的数。(1) 把加数 988 看成 1000, 多加了 12, 所以要再减去 12。(2) 把减数 97 看成 100, 多减了 3, 所以要再加上 3。

$$\begin{aligned}
 \text{解: (1)} \quad & 543 + 988 & (2) \quad & 732 - 97 \\
 &= 543 + 1000 - 12 & &= 732 - 100 + 3 \\
 &= 1543 - 12 & &= 632 + 3 \\
 &= 1531 & &= 635
 \end{aligned}$$

例4 用简便方法计算下列各题。

$$(1) 497 + 56 - 297 \quad (2) 623 - 86 + 177$$



分析与解答

在加减混合运算中，可以根据运算定律和性质调换加数或减数的位置，将能凑成整十、整百、整千……的数先进行运算，这里需要注意，交换时要连同符号一起交换。

$$\begin{array}{ll}
 \text{解：(1)} & 497 + 56 - 297 \\
 & = 497 - 297 + 56 \\
 & = 200 + 56 \\
 & = 256 \\
 \text{(2)} & 623 - 86 + 177 \\
 & = 623 + 177 - 86 \\
 & = 800 - 86 \\
 & = 714
 \end{array}$$

例5 用简便方法计算下面各题。

$$\begin{array}{ll}
 \text{(1)} & 538 + (462 - 397) \\
 \text{(2)} & 767 - (467 - 289) \\
 \text{(3)} & 429 + 654 - 354 \\
 \text{(4)} & 612 - 493 + 293
 \end{array}$$

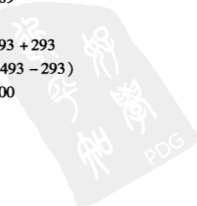
分析与解答

(1) (2) 这两题应用去括号的方法，(1) 括号的前面是“+”号，去括号时，括号内的符号不变。(2) 括号的前面是“-”号，去括号时，括号内的符号要变。

(3) (4) 这两题应用的是添小括号的方法。(3) 是在“+”号后面添括号时，括号内的符号不改变。(4) 在“-”号后面添括号时，括号内的符号要改变。

解：

$$\begin{array}{ll}
 \text{(1)} & 538 + (462 - 397) \\
 & = 538 + 462 - 397 \\
 & = 1000 - 397 \\
 & = 603 \\
 \text{(2)} & 767 - (467 - 289) \\
 & = 767 - 467 + 289 \\
 & = 300 + 289 \\
 & = 589 \\
 \text{(3)} & 429 + 654 - 354 \\
 & = 429 + (654 - 354) \\
 & = 429 + 300 \\
 & = 729 \\
 \text{(4)} & 612 - 493 + 293 \\
 & = 612 - (493 - 293) \\
 & = 612 - 200 \\
 & = 412
 \end{array}$$



小结

XIAOJIE

- 加减法中的巧算方法，一般有：1. 运用定律和性质。
2. 借数凑整。3. 拆小补大。4. 找基准数。5. 数列求和。

加减法中常用的运算定律和性质：

1. $a+b=b+a$
2. $(a+b)+c=a+(b+c)$
3. $a-b-c=a-(b+c)$
4. $a-(b+c)=a-b-c$
5. $a+b-c=a-c+b$
6. $a+(b-c)=a+b-c$
7. $a-(b-c)=a-b+c=a+c-b$



金牌训练

一 对应训练

1. 用简便方法计算下面各题。

(1) $625+187+375$

(2) $542+97+203$

2. 用简便方法计算下列各题。

(1) $467-125-275$

(2) $1354-(181+354)$



3. 用简便方法计算下列各题。

(1) $536 - 198$

(2) $1287 + 997$

4. 用简便方法计算下列各题。

(1) $1823 + 92 - 823$

(2) $723 - 92 + 277$

5. 用简便方法计算下列各题。

(1) $1308 - (308 - 169)$

(2) $583 + (417 - 358)$

(3) $1256 - 787 + 287$

(4) $376 + 1723 - 723$



变式训练

1. 用简便方法计算下列各题。

(1) $147 + 369 + 353 + 631$

(2) $32 + 81 + 157 + 19 + 68$

2. 用简便方法计算下列各题。

(1) $853 - 39 - 153 - 161$

(2) $5613 - (613 + 261) - 239$

3. 用简便方法计算下列各题。

(1) $95 + 98 + 99$

(2) $4527 - 995 - 998$



4. 用简便方法计算下列各题。

(1) $656 - 289 + 144 - 111$

(2) $1256 + 125 + 875 - 256$

5. 用简便方法计算下列各题。

(1) $745 + (672 - 545) - 572$

(2) $537 - (543 - 163) - 57$

(3) $756 - 576 + 376 + 244$

(4) $659 + 427 - 727 - 159$

三 拔高训练

1. 用简便方法计算下列各题。

(1) $9998 + 3 + 99 + 998 + 3 + 9$

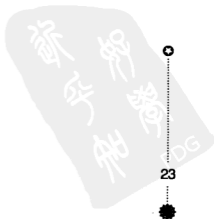


(2) $9 + 99 + 999 + 9999 + 99999$

2. 用简便方法计算下列各题。

(1) $75 + 86 + 83 + 72 + 78 + 80 + 81 + 79 + 87$

(2) $1 + 2 + 3 + \cdots + 9 + 10 + 9 + \cdots + 3 + 2 + 1$





第四讲

DISJIANG

速算与巧算 (二)

四则运算中有许多十分有趣的现象和技巧，主要是根据已学过的知识，通过一些运算定律性质和一些技巧性的方法，达到计算正确而迅速的目的。

乘除法的计算比起加减法在难繁程度上更进一步，那么，用什么方法可使乘法计算迅速简便呢？首先，同学们要熟练掌握乘法的运算定律、除法的运算性质和运算中积商的变化规律，在实际计算时，再根据具体情况，灵活运用这些定律、性质和规律，就能迅速选择最佳的算法，达到计算简便的目的。

前面我们刚学了加减法中的简便计算，现在，我们再来学习乘法中的一些简便运算方法与技巧。



金牌例题

例1 用简便方法计算下面各题。

$$(1) 25 \times (17 \times 4)$$

$$(2) 8 \times 19 \times 125$$

分析与**解答**

根据乘法交换律和结合律，可以使计算简便。

$$\begin{aligned} \text{解: } (1) \quad & 25 \times (17 \times 4) \\ &= (25 \times 4) \times 17 \\ &= 100 \times 17 \\ &= 1700 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 8 \times 19 \times 125 \\ &= (8 \times 125) \times 19 \\ &= 1000 \times 19 \\ &= 19000 \end{aligned}$$



例2 用简便方法计算下面各题。

$$(1) 39 \times 54 + 39 \times 46 \quad (2) 123 \times 26 - 23 \times 26$$

分析与解答

应用乘法分配律及其推广，可以使计算简便。

$$\begin{aligned} \text{解: (1)} \quad 39 \times 54 + 39 \times 46 &= 39 \times (54 + 46) \\ &= 39 \times 100 \\ &= 3900 \end{aligned} \quad \begin{aligned} (2) \quad 123 \times 26 - 23 \times 26 &= (123 - 23) \times 26 \\ &= 100 \times 26 \\ &= 2600 \end{aligned}$$

例3 用简便方法计算下面各题。

$$(1) 27000 \div 125 \div 8 \quad (2) 3600 \div (25 \times 9)$$

分析与解答

应用除法的运算性质 $a \div b \div c = a \div (b \times c)$ 及其逆应用来巧算。

$$\begin{aligned} \text{解: (1)} \quad 27000 \div 125 \div 8 &= 27000 \div (125 \times 8) \\ &= 27000 \div 1000 \\ &= 27 \end{aligned} \quad \begin{aligned} (2) \quad 3600 \div (25 \times 9) &= 3600 \div 9 \div 25 \\ &= 400 \div 25 \\ &= 16 \end{aligned}$$

例4 用简便方法计算下面各题。

$$(1) 146 \times 31 \div 73 \times 75 \quad (2) 625 \div 25$$

分析与解答

(1) 在乘除混合运算中，如果算式中没有括号，计算时可以根据运算定律和性质调换乘数或除数的位置，但需注意：数字要跟着前面的符号一起移动。

(2) 在除法里，被除数和除数同时扩大或缩小相同的倍数，商不变，利用这一性质，可以使这道题计算简便。

$$\begin{aligned} \text{解: (1)} \quad 146 \times 31 \div 73 \times 75 &= 146 \div 73 \times 75 \times 31 \\ &= 2 \times 75 \times 31 \\ &= 150 \times 31 \\ &= 4650 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 (2) \quad & 625 \div 25 \\
 &= (625 \times 4) \div (25 \times 4) \\
 &= 2500 \div 100 \\
 &= 25
 \end{aligned}$$

例5 用简便方法计算下列各题。

$$(1) 115 \times 96 \div 16 \qquad (2) 3000 \div (125 \div 4)$$

分析与解答

这两道题都是乘除法混合运算，根据各题的特点采用加括号或去括号的方法，使计算简便。如果括号前是乘号，加、去括号不变运算符号，如果括号前是除号，加、去括号要改变运算符号。

$$\begin{aligned}
 \text{解: } (1) \quad & 115 \times 96 \div 16 & (2) \quad & 3000 \div (125 \div 4) \\
 & = 115 \times (96 \div 16) & & = 3000 \div 125 \times 4 \\
 & = 115 \times 6 & & = 24 \times 4 \\
 & = 690 & & = 96
 \end{aligned}$$

小结

XIAOJIE

乘除法中的简便运算，首先要熟练掌握乘法的运算定律与除法的运算性质。

乘法交换律： $ab = ba$

乘法结合律： $(ab)c = a(bc)$

乘法分配律： $(a \pm b)c = ac \pm bc$

商不变性质： $a \div b = (ac) \div (bc)$

$$a \div b = (a \div c) \div (b \div c) \quad (c \neq 0, b \neq 0)$$

除法的运算性质： $a \div b \div c = a \div (bc)$

除此之外，我们还要善于根据这些运算定律和性质，进行一些扩展，使计算更加灵活、合理。这样才能做到算得快、算得准。



金牌训练



对应训练

1. 用简便方法计算下面各题。

(1) $38 \times 25 \times 4$

(2) $125 \times 29 \times 8$

2. 用简便方法计算下面各题。

(1) $84 \times 37 + 84 \times 63$

(2) $96 \times 837 - 96 \times 737$

3. 用简便方法计算下面各题。

(1) $6363 \div 7 \div 9$

(2) $525 \div (25 \times 7)$



4. 用简便方法计算下面各题。

(1) $158 \times 61 \div 79 \times 3$

(2) $91000 \div 125$

5. 用简便方法计算下面各题。

(1) $4500 \div 54 \times 6$

(2) $100 \div (25 \div 4)$

二 变式训练

1. 用简便方法计算下面各题。

(1) $125 \times 25 \times 8 \times 4$

(2) $125 \times 16 \times 5$



2. 用简便方法计算下面各题。

(1) $125 \times (80 + 8)$

(2) 36×98

3. 用简便方法计算下面各题。

(1) $4400 \div 4 \div 25 \div 11$

(2) $236 + 1800 \div (9 \times 25)$

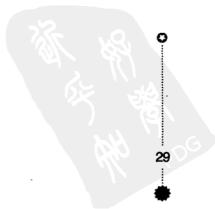
4. 用简便方法计算下面各题。

(1) $720 - 198 \times 25 \div 99 \times 4$

(2) $12000 \div 125 + 325 \div 25$

5. 用简便方法计算下面各题。

(1) $56 \times 165 \div 7 \div 11$





(2) $123 \times 456 \div 789 \div 456 \times 789 \div 123$

三 拔高训练

1. 用简便方法计算下列各题。

(1) $9999 \times 2222 + 3333 \times 3334$ (2) $54 + 99 \times 99 + 45$

2. 求 $1 \div (2 \div 3) \div (3 \div 4) \div (4 \div 5) \div (5 \div 6)$ 的结果。



第五讲

DIWUJIANG

错中求解

人们在日常生活中经常会出现差错，有这样一个例子：

小明是个非常聪明的学生，可就是有粗心大意的毛病，经常在做作业或考试的时候，出现看错数字、看错符号的现象。

今天，小明在做除法计算时，又犯了粗心的毛病，他把除数 540 末尾的“0”漏写了，结果得到的商是 60。

李老师把小明叫到面前，告诉他又犯了粗心的毛病，接着又问小明：“不用竖式计算，你能知道正确的商应该是多少吗？”小明看了看自己的作业，又眨了眨眼，很快地报出答案是 6。李老师忙问：“你是怎么算的？”小明说：“我把除数 540 末尾的“0”漏掉了，除数就被我缩小了 10 倍，那我得到的商就比正确的商扩大了 10 倍，所以正确的商应该是 6。”

李老师听了小明的叙述，高兴地笑了，并且表扬小明是个聪明的孩子，还要求他要改掉粗心大意的毛病。

这样根据错误算式及错误原因，来寻求正确答案的问题，就是我们今天要来研究的“错中求解”。



金牌例题

例 1 小马虎在做一道加法题时，把一个加数十位上的 8 错看成了 5，另一个加数个位上的 5 错看成了 2，最终计算的结果为 241。正确的和是多少？

分析与解答

把一个加数十位上的 8 错看成了 5，结果就少了 30，另一个加数



个位上的5错看成了2，结果就少了3，这样正确的结果就比错误的结果241多 $(30+3)=33$ 。

$$\begin{aligned}\text{解: } & 241 + (80 - 50) + (5 - 2) \\ & = 241 + 30 + 3 \\ & = 274\end{aligned}$$

答：正确的和是274。

例2 一个数乘6，小军把乘号当成了加号，得到的结果是54，正确的积是多少？

分析与解答

由于把乘号当成加号，说明54这个结果是一个数加6得来的，那么这个数就是 $54 - 6 = 48$ ，所以正确的积是 $48 \times 6 = 288$ 。

$$\text{解: } (54 - 6) \times 6 = 288$$

答：正确的积是288。

例3 小刚在计算除法时，把除数65错写成56，结果得到的商是9，正确的商应该是多少？有余数么？

分析与解答

利用错误的除数、商，求出被除数， $56 \times 9 = 504$ 。正确的商是： $504 \div 65 = 7 \cdots 49$ 。

$$\text{解: } 56 \times 9 \div 65 = 7 \cdots 49$$

答：正确的商是7，余数是49。

例4 小龙在做两位数乘两位数的题时，把一个因数的个位4错看成1，乘得的结果是525，而实际的正确结果应为600。这两个两位数各是多少？

分析与解答

用下面一个算式来帮助我们进行分析。

$$\begin{array}{r} \square \square \\ \times \square 4 \\ \hline 600 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} \square \square \\ \times \square 1 \\ \hline 525 \end{array}$$

一个因数的个位 4 错看成 1, 所得的结果就比原来少了 $(4-1=3)$ 个另一个因数, 正确的结果与错误的结果相差 $600-525=75$, 75 是另一个因数的 3 倍。

$$\begin{aligned}\text{解: 一个因数: } & (600-525) \div (4-1) \\ & = 75 \div 3 \\ & = 25\end{aligned}$$

$$\text{另一个因数: } 600 \div 25 = 24$$

答: 这两个两位数分别是 25 和 24。

例 5 甲、乙两个学生同算两数之和, 甲得 685, 计算正确, 乙得 460, 计算错误, 乙之所以算错的原因是将其中一个加数末尾的 0 漏掉了, 两个加数各是多少?

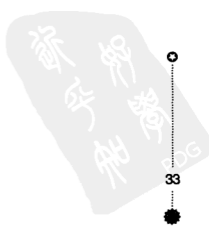
分析与解答

因为漏掉的是一个加数末尾的 0, 所以应加的数是实际加上的数的 10 倍。因此, 学生乙将一个加数末尾的 0 漏掉, 实际上是少加了应加数的 9 倍。现在少加上的数等于 $685-460=225$, 因此实际加上的数是 $225 \div 9 = 25$, 而应加的数是 $25 \times 10 = 250$, 则另一个加数为 $685-250=435$, 所以两个加数分别是 435 与 250。

$$\begin{aligned}\text{解: 一个加数: } & (685-460) \div 9 \times 10 \\ & = 225 \div 9 \times 10 \\ & = 25 \times 10 \\ & = 250\end{aligned}$$

$$\text{另一个加数: } 685-250=435$$

答: 两个加数分别是 435 和 250。





小结

XIAOJIE

解答这类题时，同学们要熟记加、减、乘、除各部分之间的关系：

一个加数 = 和 - 另一个加数

一个因数 = 积 ÷ 另一个因数

被减数 = 差 + 减数

被除数 = 商 × 除数

减数 = 被减数 - 差

除数 = 被除数 ÷ 商

有余数的除法：被除数 = 商 × 除数 + 余数

除数 = (被除数 - 余数) ÷ 商

在灵活运用这些关系的基础上，还要根据题目中所给的条件，认真分析数量间的关系，从而正确解答。



金牌训练

一 对应训练

- 小明在计算加法时，把一个加数的十位上的5看成了8，把另一个加数个位上的8看成了3，他计算出来的和是180，正确之和是多少？



2. 一个数除以 6，李玲在计算时把除号看成了减号，得到的结果是 42，正确的商是多少？
3. 小虎在计算除法时把除数 76 写成了 67，结果得到的商是 13，还余 52，正确的商应是多少？
4. 小龙在做两位数乘两位数的题时，把一个因数的个位 5 错看成 2，乘得的结果是 550，而实际的正确结果应为 625。这两个两位数各是多少？
5. 星期天，小凤和妈妈到商店买了两件衣服，她们把一件衣服标价的个位上的 0 忽略了，只付给收款员 162，收款员却让她们付款 270 元，你能算出这两件衣服的价格吗？



变式训练

1. 小马虎在做题时，由于粗心大意，把被减数个位上的3错写成8，把十位上的0错写成6，这样算得的差是199。求正确的差是多少。
2. 小强把 $(4 + \triangle) \times 15$ 错算成 $4 + \triangle \times 15$ ，他算出的结果与正确的得数相差多少？
3. 小马虎在计算有余数的除法时，把被除数137错写成了173，这样商比原来多了3，而余数正好相同。请你算出这道题的除数和余数各是多少。
4. 小亮在计算乘法时，把一个因数的个位上的9看成了6，又把这个因数十位上的6看成了9，使得计算结果多了1296，这道题的另一个因数是多少？

5. 小敏和小磊同做一道减法题，小敏的计算结果是 9044，小磊的计算结果是 1556。经验算小敏的答案是对的，小磊由于把减数的末尾多写了一个“0”，所以出错。这道题中的被减数、减数各是多少？

▣ 拔高训练

1. 一个学生做两个整数相乘的乘法时，把其中一个因数个位上的 4 误写为 1，得出的乘积是 525；另一个学生也在做这道乘法，他把这个因数个位上的 4 误写为 8，得出的乘积是 700。这道乘法计算题的正确结果应该是多少？
2. 小强在做计算题 $(1800 - \square) \div 25 + 192$ 时，没有注意题里的括号，先用 \square 里的数除以 25，然后按加减运算的顺序计算，得 1968，这道题应该得多少？



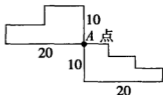
第六讲

DIJULIANG

图形的周长和面积

春天到了，四（1）班的小朋友们去人民公园春游，玩得可高兴啦！

在一大片草坪上，同学们还进行了一场有趣的比赛呢！原来大草坪上有一些鹅卵石铺成的小路（如右图）。



开始时，小红和小华两个人同时从 A 点出发，（假定两个人速度相同）小华向上方走，小红向下方走，看谁先回到 A 点，结果两个人同时回到 A 点，一看没能比出高低，两个人又赛了一次。这次是小华向左走，小红向右走，结果两个人还是同时回到 A 点。

其他同学感到很有趣，都争着去试一试，结果都是同时回到 A 点，正巧数学老师王老师也来到草坪上，他们带着疑问请教了王老师，王老师亲切地说：“你们只要分别求出这两个图形的周长，就能发现其中的奥妙了。”

经过计算，大家发现这两个图形的周长是相等的，难怪两个人会同时回到 A 点呢！

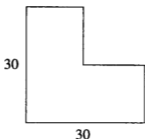
回来的路上，大家还在兴致勃勃地谈着这个问题，这真是一次有意义的春游。

同学们，怎么样，感兴趣吧？下面我们就一块儿去学习例题吧！



金牌例题

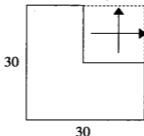
例 1 计算下面图形的周长。（单位：厘米）



分析与解答

要想求出这个图形的周长，乍看起来，似乎缺少条件。因为这个图形不是一个正方形，而是一个六边形。要求这个六边形的周长，只有把所有的边长相加，然而条件不足。

怎么办呢？我们先仔细观察这个图形，发现它的六个角都是直角，因此，我们可以把图中右上缺角处的线段分别向上向右平行移到虚线处（见下图）。这样正好移补成一个正方形，问题得到了解决。



亲爱的同学，你看，这种转化是有多么的有趣！你会了吗？

解： $30 \times 4 = 120$ （厘米）

答：这个图形的周长是 120 厘米。

例 2 如图所示，一个正方形被分成 3 个大小、形状完全一样的长方形，每个小长方形的周长是 48 厘米，求这个正方形的周长是多少。



分析与解答

根据已知条件，可以算出 3 个长方形周长的和是 $48 \times 3 = 144$ （厘米），观察图发现，3 个长方形周长的和等于 6 条长与 6 条宽的长



度和。3个长方形拼成一个正方形，正方形的边长等于长方形的长，也等于长方形3条宽的和，所以，3个长方形周长的和等于正方形的8条边长之和。这样，正方形的边长就可以求出来了。

$$\text{解： } 48 \times 3 \div 8 \times 4$$

$$= 18 \times 4$$

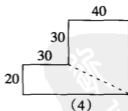
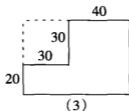
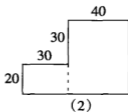
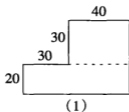
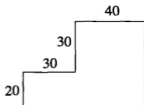
$$= 72 \text{ (厘米)}$$

答：这个正方形的周长是72厘米。

例3 右图是学校操场的一角，请你计算出它的面积。（单位：米）

分析与解答

右图是一个多边形，怎样使它成为我们学过的图形呢？可在图中添加一条辅助线（辅助线用虚线表示），把多边形切割成上下两个长方形 [如下图 (1)] 或左、右两个长方形 [如下图 (2)]；也可以把多边形补完整，成为一个大长方形 [如下图 (3)]；也可以切成两个梯形 [如下图 (4)]，等等。



下面先介绍前面三种解法 [(4) 梯形的解法以后再学习]。

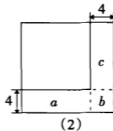
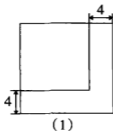
$$\begin{aligned} \text{解法一：如图 (1)} \quad & 30 \times 40 + 20 \times (30 + 40) \\ & = 1200 + 1400 \\ & = 2600 \text{ (平方米)} \end{aligned}$$

解法二：如图（2） $20 \times 30 + 40 \times (20 + 30)$
 $= 600 + 2000$
 $= 2600$ （平方米）

解法三：如图（3） $(40 + 30) \times (20 + 30) - 30 \times 30$
 $= 70 \times 50 - 900$
 $= 2600$ （平方米）

答：学校操场一角的面积是 2600 平方米。

例 4 已知下图（1）中大正方形比小正方形的边长多 4 米，大正方形的面积比小正方形的面积多 96 平方米，求大正方形和小正方形的面积各是多少。



分析与解答

将图（1）分割如图（2），经观察分析可知， b 的面积为 $4 \times 4 = 16$ （平方米）， a 的面积和 c 相等，且两个面积和是 $96 - 16 = 80$ （平方米），则 a 的面积是 $80 \div 2 = 40$ （平方米），则 a 的长即小正方形边长： $40 \div 4 = 10$ （米），因此小正方形面积是 $10 \times 10 = 100$ （平方米），大正方形面积是 $100 + 96 = 196$ （平方米）。

解：小正方形边长： $(96 - 4 \times 4) \div 2 \div 4 = 10$ （米）

小正方形面积： $10 \times 10 = 100$ （平方米）

大正方形面积： $100 + 96 = 196$ （平方米）

答：大正方形的面积是 196 平方米，小正方形的面积是 100 平方米。

例 5 右图是由四个一样大的长方形和一个周长是 4 分米的小正方形拼成的一个边长是 11 分米的大正方形。





- (1) 每个长方形的长和宽各是多少?
 (2) 每个长方形的周长和面积各是多少?

分析与解答

根据小正方形的周长是4分米,可求出它的边长是1分米。通过观察图,发现两个长方形的宽与小正方形的一条边长之和正好等于大正方形的一条边长,就可以求出长方形的宽为: $(11-1) \div 2 = 5$ (分米)。因为长方形一条长与宽的和也等于大正方形的边长,所以,长方形的长为 $11-5=6$ (分米)。

解:长方形的宽为: $(11-4 \div 4) \div 2 = 5$ (分米)

长方形的长为: $11-5=6$ (分米)

长方形的周长为: $(6+5) \times 2 = 22$ (分米)

长方形的面积为: $6 \times 5 = 30$ (平方分米)

答:每个长方形的长是6分米,宽是5分米,周长是22分米,面积是30平方分米。

小结 XIAOJIE

为了更好地解答有关图形的周长和面积问题,我们必须熟记长方形和正方形周长和面积的公式:

正方形周长 = 边长 \times 4

长方形周长 = (长 + 宽) \times 2

正方形面积 = 边长 \times 边长

长方形面积 = 长 \times 宽

对于一些不规则图形的周长和面积,不能生搬硬套地使用公式,要通过合理的分割、添补、移位、转化等方法,将它们转化成标准的图形来计算。

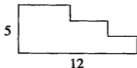




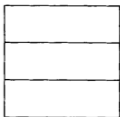
金牌训练

一 对应训练

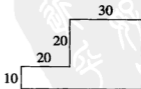
1. 求下面图形的周长。(单位：厘米)



2. 一个正方形被分成 3 个大小形状完全一样的长方形，每个小长方形的周长都是 24 厘米，求这个正方形的周长。



3. 下图是运动场的一角，请你计算出它的面积。(单位：米)

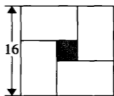




4. 如下图，已知大正方形的面积比小正方形的面积大 52 平方厘米，大正方形的边长比小正方形的边长多 2 厘米，大、小正方形面积各是多少？



5. 用四个一样大的长方形和一个小正方形，拼成一个边长是 16 分米的大正方形（如下图），其中小正方形面积是 4 平方分米。
- (1) 每个长方形的长和宽各是多少？
 - (2) 长方形的周长和面积各是多少？

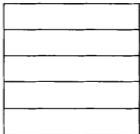


变式训练

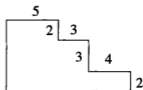
1. 在一块长 12 分米，宽 6 分米的木板上，木工师傅锯掉了如图一块边长是 3 分米的正方形，剩下木板的周长是多少分米？



2. 如图所示，一个正方形被分成了 5 个相等的长方形，每个长方形的周长都是 48 厘米，这个正方形的周长是多少厘米？



3. 下图中的每个数字分别表示所对应的线段的长度（单位：厘米）。这个图形的面积等于多少平方厘米？



4. 如图，用两块长方形纸片和一块正方形纸片拼成一个大正方形，如果长方形纸片面积分别是 12 平方分米和 8 平方分米，那么原正方形面积是多少平方分米？





5. 如图：在一个正方形小花园周围，环绕着 5 米宽的水池，水池面积为 300 平方米，小花园的面积是多少平方米？



三 拔高训练

1. 有一个长方形，如果它的长不变，宽减少 3 米，面积就减少 36 平方米；如果它的宽不变，长增加 4 米，面积就增加 20 平方米，求原来长方形的面积。

2. 如下图，正方形中套有一个长方形。正方形的边长是 18 厘米，长方形的四个角的顶点，恰好分别把正方形一条边都分成两段，其中长的一段是短的 2 倍。这个图中阴影部分面积是多少平方厘米？



第七讲

DIQUANG

和差问题

已知大小两个数的和与它们的差，求这两个数各是多少的应用题，叫做和差应用题，简称为和差问题。

解答和差应用题的困难在于这两个数不相等。如果我们设法使这两个数变成相等的数，问题就解决了，因此，解答和差应用题，通常用假设的思维方法。

在解答这类问题时，我们要弄清以下几个问题：

两个数相加的总数叫做这两个数的和；一个数比另一个数多（少）的数，叫做两个数的差。它们的数量关系式如下：

一个数 + 另一个数 = 和

一个数 = 和 - 另一个数

较大数 - 较小数 = 差

较大数 = 差 + 较小数

较小数 = 较大数 - 差

同学们，通过本专题的学习，相信你们解答这类问题的能力一定会提高不少。努力吧！知识和智慧在前方正等着你们！

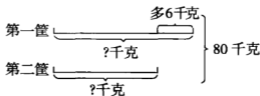


金牌例题

例1 两筐水果共重 80 千克，第一筐比第二筐多 6 千克，两筐水果各多少千克？

分析与解答

根据题意作图分析：



方法一：从线段图中可以看出，如果从80千克中去掉6千克，就可以得到两个第二筐的重量，因此，第二筐的重量 $= (80 - 6) \div 2 = 37$ （千克），第一筐的重量 $= 37 + 6 = 43$ （千克）。

解：第二筐： $(80 - 6) \div 2 = 37$ （千克）

第一筐： $37 + 6 = 43$ （千克）

方法二：如果把80千克再加上6千克，就可以得到两个第一筐的重量，因此第一筐的重量 $= (80 + 6) \div 2 = 43$ （千克），第二筐的重量 $= 43 - 6 = 37$ （千克）。

解：第一筐： $(80 + 6) \div 2 = 43$ （千克）

第二筐： $43 - 6 = 37$ （千克）

答：两筐水果各是43千克，37千克。

例2 王强在期中考试时，语文和数学的平均成绩是93分，数学比语文多了6分，王强这次考试语文和数学各考了多少分？

分析与解答

数学和语文的成绩之差是6分，而成绩之和没有直接给出，但给出了两科的平均成绩是93分，这样就可以求出两科的总成绩， $93 \times 2 = 186$ （分），然后再求各科的成绩。

解法一：数学： $(93 \times 2 + 6) \div 2 = 96$ （分）

语文： $96 - 6 = 90$ （分）

解法二：语文： $(93 \times 2 - 6) \div 2 = 90$ （分）

数学： $90 + 6 = 96$ （分）

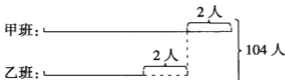
答：王强这次考试语文90分，数学96分。

例3 世纪小学录取一年级新生104人，分成甲、乙两个班，如果从甲班转2个学生到乙班，两班学生人数就一样多。甲、乙两班原有学生各多少人？

分析与解答

本题告诉了两个数的和，但没有直接告诉两个数的差，需要先求出两个数的差，然后再按和差应用题的规律来解答。

先根据题意，画出如下线段图：



根据题意，两数的和是 104 人，两数的差没有直接给出。从线段图上可以看出，甲班减少 2 人，乙班增加 2 人，那么，两个班学生人数相等。也就是说，两数的差为 $2 \times 2 = 4$ （人）。

解法一：乙班的人数： $(104 - 2 \times 2) \div 2 = 50$ （人）

甲班的人数： $104 - 50 = 54$ （人）

解法二：甲班的人数： $(104 + 2 \times 2) \div 2 = 54$ （人）

乙班的人数： $104 - 54 = 50$ （人）

解法三：甲班的人数： $104 \div 2 + 2 = 54$ （人）

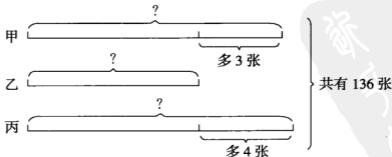
乙班的人数： $104 \div 2 - 2 = 50$ （人）

答：甲班原有学生 54 人，乙班原有学生 50 人。

例 4 甲、乙、丙共有 136 张邮票，已知甲比乙多 3 张，丙比乙多 4 张，求每人各有多少张？

分析与解答

根据题意作图分析：



三个人的和是 136 张，甲与乙的差是 3 张，丙与乙的差是 4 张，



以乙为标准，甲减少3张，丙减少4张，则 $136 - 3 - 4$ 是乙的3倍，可以求出乙的张数。

解：乙的张数： $(136 - 3 - 4) \div 3 = 43$ （张）

甲的张数： $43 + 3 = 46$ （张）

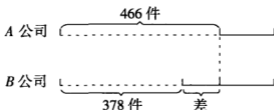
丙的张数： $43 + 4 = 47$ （张）

答：甲有46张，乙有43张，丙有47张。

例5 在一个展览会上，展品中有466件不是A公司的，有378件不是B公司的。这两个公司的展品合起来有498件。A、B两个公司各有多少件展品？

分析与解答

已知两个公司展品数量的和为498，现在关键是求两个公司展品数的差，由于不是A公司展品的件数比不是B公司展品的件数多，即A公司展品的件数比B公司展品的件数少，少多少呢？如下图用线段图来表示两公司展品数之差。



解：两公司展品数相差：

$$466 - 378 = 88 \text{（件）}$$

所以A公司展品数：

$$(498 - 88) \div 2 = 205 \text{（件）}$$

B公司展品数：

$$205 + 88 = 293 \text{（件）}$$

答：A公司有205件展品，B公司有293件展品。

小结

XIAOJIE

1. 和差问题的基本模式：已知两个数的和与差（有时是暗差），求两个数。

2. 解答和差问题的基本数量关系式：

$$(\text{和} + \text{差}) \div 2 = \text{较大数}$$

$$(\text{和} - \text{差}) \div 2 = \text{较小数}$$

3. 解答这类问题的关键是找准两个数的和与差，对于一些稍复杂的和差问题，我们要善于通过题目的条件，通过线段图找出被隐藏的和与差。



金牌训练

一 对应训练

1. 五、六年级学生共植树 145 棵，六年级学生比五年级学生多植 17 棵，五、六年级学生各植树多少棵？
2. 小明在期末考试时语文和数学的平均分是 96 分，数学比语文多得 8 分，语文和数学各得了几分？



3. 一个书架有两层，共放图书 68 本，如果从上层取出 16 本放入下层，那么下层就和上层一样多，原来这个书架上、下层各有图书多少本？
4. 水果店运来三种水果共 120 千克，苹果比香蕉重 4 千克，橘子比香蕉轻 10 千克，三种水果各有多少千克？
5. 胜利小学选二到六年级同学参加数学竞赛，有 70 名不是四年级的，有 60 名不是五年级的，四、五年级共 48 名同学参赛。四年级有多少名同学参赛？



变式训练

1. 今年欢欢和妈妈两人年龄的和是 43 岁，3 年前，欢欢比妈妈小 27 岁，今年妈妈和欢欢各多少岁？

2. 沿长宽相差 30 米的长方形游泳池跑 5 圈，做下水前的准备活动。已知跑了 700 米距离，游泳池的长和宽各是多少？
3. 小明和小军共有图书 54 本，如果小明给小军 5 本后，还比小军多 4 本，小明和小军原来各有多少本图书？
4. 一套书有上、中、下三册，上册比中册贵 3 元，下册比中册便宜 8 元，三套这样的书共值 300 元，上、中、下每册书各多少元？
5. 参加学校各类兴趣小组的学生中，有 70 人不是参加书法组的，有 84 人不是参加美术组的，书法组和美术组平均人数是 65 人，参加书法组和美术组的各有多少人？



三 拔高训练

1. 幼儿园大、小两班共有小朋友 108 人，分吃一箱糖果。大班每个小朋友分得 15 颗糖果，小班每个小朋友分得 12 颗糖果，糖果正好分完。小班的小朋友们很快就把自己的糖果吃完了，又要求再分给他们每人 3 颗糖果，老师只得从大班每个小朋友手中拿出 3 颗糖果来，结果满足了小班小朋友们的要求之后，还剩下 24 颗糖果。这箱糖果共有多少颗？
2. 小刚 4 年前的年龄等于小军 6 年后的年龄，小刚 4 年后的年龄与小军 3 年前的年龄之和是 37 岁，求小刚和小军今年各是多少岁？



第八讲

DIBAJIANG

和(差)倍问题

已知两个数的和(差)及它们之间的倍数关系,求这两个数各是多少的应用题叫做和(差)倍应用题,简称和(差)倍问题。

解决和(差)倍问题,必须先确定一个数为标准数(即1倍数),再根据其他的数与标准数的关系,确定“和数(差数)”相当于标准数的几倍,即找出“和(差)”所对应的倍数,再用“和(差)”除以它所对应的倍数,求出标准数(1倍数),进而再算出其他的数。

本专题我们用画线段图法解答和(差)倍应用题,通过画线段可以使问题具体化、形象化,从而容易找到解题的思路。同学们,让我们一起来学习例题吧,你一定会尝到线段图带给我们的乐趣。

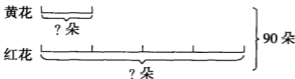


金牌例题

例1 迎“六一”,四(1)班的同学共买了90朵黄花和红花布置教室,其中红花是黄花的4倍,买来的红花和黄花各多少朵?

分析与解答

根据题意画出线段图:



由图可知:把黄花数看做1份,那么红花是这样的4份,两种花的总数就是这样的 $1+4=5$ (份),把90朵花平均分成5份,1份是



黄花，4份是红花。

解：黄花： $90 \div (1 + 4) = 18$ （朵）

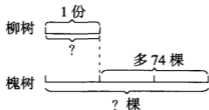
红花： $18 \times 4 = 72$ （朵）或 $90 - 18 = 72$ （朵）

答：买来红花72朵，黄花18朵。

例2 人民公园的槐树比柳树多74棵，槐树的棵数正好是柳树的3倍，人民公园有槐树和柳树各多少棵？

分析与解答

从线段图上可以看出，把柳树的棵数看成1份，那么74棵就相当于柳树棵数的 $(3 - 1)$ 倍，这样把74棵平均分成2份，1份就是柳树的棵数，3份就是槐树的棵数。



解：柳树： $74 \div (3 - 1) = 37$ （棵）

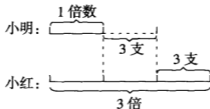
槐树： $37 \times 3 = 111$ （棵）或 $74 + 37 = 111$ （棵）

答：人民公园有柳树37棵，有槐树111棵。

例3 小红铅笔的支数是小明的3倍，如果小红给小明3支铅笔，那么小红和小明铅笔的支数相等，小红和小明原来各有几支铅笔？

分析与解答

如下页图所示：根据“如果小红给小明3支铅笔，那么小红和小明铅笔的支数相等”，说明小红比小明多 $3 \times 2 = 6$ （支），把小明的铅笔数看成1倍数，小红的铅笔是这样的3倍，比小明多2倍，小明铅笔支数的2倍是6支，所以，小明有铅笔 $6 \div (3 - 1) = 3$ （支），小红有 $3 \times 3 = 9$ （支）。



解：小明： $3 \times 2 \div (3 - 1) = 3$ （支）

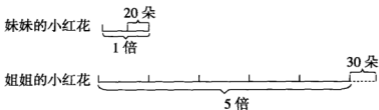
小红： $3 \times 3 = 9$ （支）

答：小红原来有 9 支铅笔，小明原来有 3 支铅笔。

例 4 姐姐和妹妹共做了 340 朵小红花，后来姐姐把她做的小红花送给小明 30 朵，妹妹自己又做了 20 朵，这时姐姐做的小红花是妹妹的 5 倍。原来姐姐、妹妹各做了多少朵小红花？

分析与解答

作线段图分析如下：



这道题有“和”和“倍数”，仍是和倍应用题。但这里的“和”是经过送给小明 30 朵、又做了 20 朵以后的总数，“1”倍数是妹妹又做了 20 朵以后的小红花数，“5”倍数是姐姐送掉 30 朵花后的小红花数。

解：妹妹原做小红花：

$$(340 - 30 + 20) \div (5 + 1) - 20 = 35 \text{（朵）}$$

姐姐原做小红花： $340 - 35 = 305$ （朵）

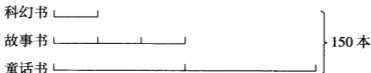
答：原来姐姐做了 305 朵小红花，妹妹做了 35 朵小红花。

例 5 图书角有童话书、故事书和科幻书 150 本，已知童话书的本数是故事书的 2 倍，而故事书的本数又是科幻书的 3 倍，求童话书、故事书、科幻书各有多少本？



分析与解答

将题中所给的数量关系用线段表示出来。



通过上面的线段图，你能看出应把谁的本数看做1倍数，那么童话书的本数是它的多少倍呢？如果把这个问题研究清楚了，这道题就好解决了。

解：(1) 童话书的本数相当于科幻书的几倍

$$3 \times 2 = 6$$

(2) 三种书的总本数相当于科幻书的多少倍

$$1 + 3 + 6 = 10$$

(3) 科幻书有多少本

$$150 \div 10 = 15 \text{ (本)}$$

(4) 故事书有多少本

$$15 \times 3 = 45 \text{ (本)}$$

(5) 童话书有多少本

$$15 \times 6 = 90 \text{ (本)}$$

答：童话书有90本，故事书有45本，科幻书有15本。

小结

解答和倍问题的基本数量关系式：

$$\text{两数之和} \div (\text{倍数} + 1) = 1 \text{ 倍数}$$

解答差倍问题的基本数量关系式：

$$\text{两数之差} \div (\text{倍数} - 1) = 1 \text{ 倍数}$$

解决这类问题的关键是确定“1倍数”“和（差）”是多少，对于一些较复杂的和（差）倍问题，借助画线段图来进行分析，有利于我们正确、灵活地解题。



金牌训练

一 对应训练

1. 小红和小硕共有图书 76 本, 小红的图书本数是小硕的 3 倍, 小红和小硕各有图书多少本?
2. 饲养组养的灰兔的只数是白兔的 4 倍, 已知养的灰兔比白兔多 42 只, 饲养组养的灰兔、白兔各有多少只?
3. 超超卡通画片的张数是灵灵的 4 倍, 如果超超给灵灵 15 张画片, 那么超超和灵灵画片的张数相等, 超超和灵灵原来各有多少张画片?
4. 甲、乙两位同学共做数学学习题 160 题, 其中甲错了 6 题, 乙错了 7 题。已知乙做对的题是甲做对的题的 2 倍, 甲、乙两人各做多少题?



5. 果园里有梨树、苹果树和桃树共 1200 棵，其中梨树棵数是苹果树的 2 倍，而苹果树又是桃树的 3 倍，梨树、苹果树和桃树各有多少棵？

变式训练

1. 红红和兰兰有邮票 68 张，红红的邮票张数比兰兰的 2 倍还多 11 张，红红和兰兰各有多少张邮票？
2. 水果店有苹果和梨一样重，现在运来苹果 20 千克，卖出梨 80 千克，这时苹果的千克数正好是梨的 3 倍，苹果原来有多少千克？
3. 第一个书架所存书是第二个书架的 5 倍，如果从第一个书架里取出 70 本放入第二个书架，那么第一个书架的书还比第二个书架多 20 本，原来两个书架各有多少本书？



4. 两数相除商 3 余 2, 已知被除数、除数、商与余数的和是 179, 被除数是多少?

5. 小明、小红、小玲共有 73 块糖, 如果小玲吃掉 3 块, 那么小红与小玲的糖就一样多; 如果小红给小明 2 块糖, 那么小明的糖就是小红的糖的 2 倍, 三人原来各有糖多少块?

三 拔高训练

1. 小明和小强都爱好集邮, 两人各有若干张邮票。如果小明给小强 8 张, 小强的邮票是小明的 3 倍, 如果小强给小明 8 张, 则两人的邮票一样多。小明和小强原来各有多少张邮票?

2. 甲的存款是乙的 5 倍, 如果甲存入 60 元, 乙存入 100 元, 那么甲的存款是乙的 3 倍, 甲、乙原来存款各多少元?



第九讲

DIJIUJIANG

平均数问题

王老师一人教四（1）班和四（2）班两班数学，期末测试用的是同一张试卷，哪一个班成绩好一些呢？如果我们算出四（1）班的平均分是93分，四（2）班的平均分是90分，明显地看出，四（1）班比四（2）班的教学成绩好一些。

又如，有甲、乙两个班，都有40名同学，每个同学身高都不一样，有高有矮，但总体来看，哪一个班的身高要高一些呢？如果我们算出甲班的平均身高是135厘米，乙班的平均身高是137厘米，就可以说乙班同学的身高要高一些。

以上两例，都是求平均数的问题。平均数问题在我们的日常生活中有广泛的应用。例如：求平均速度、平均分、平均体重、平均价格等等。

求平均数时，要知道两个条件，就是被平均分的事件的总数量和平均分的总份数。依类型分有简单平均数和复杂平均数；有部分平均数和全体平均数；有从个别数求平均数和从平均数求个别数等等。

通过本专题的学习，同学们要理解“平均”的含义，掌握各种类型。希望同学们在下面的学习中多动脑筋，认真思考，你们一定会收获不小！



金牌例题

例1 五（1）班第一小组的同学有一次数学考试的成绩分别是100, 93, 91, 86, 99, 80, 84, 76, 90, 100, 97, 96，这个小组同

学的平均成绩是多少?

分析与解答

方法一：根据求平均数的基本数量关系式，应先求出12个同学的总成绩，再求出12个同学成绩的平均数。

$$\begin{aligned}\text{解：} & (100 + 93 + 91 + 86 + 99 + 80 + 84 + 76 + 90 + \\ & 100 + 97 + 96) \div 12 \\ & = 1092 \div 12 \\ & = 91 \text{ (分)}\end{aligned}$$

方法二：本题还可以采用假设平均数，再用“移多补少”的简便方法求平均数。也就是从这12个数中先找一个你认为比较接近平均数的数，如90，作为假设平均数。再看每个同学的成绩与90相差多少，求出相差数的总和。再用相差数的总和除以人数，最后根据这个结果对假设平均数加以调整，就得到了要求的平均数。

$$\begin{aligned}\text{解：假设平均数是90，} & \\ & 90 + (10 + 3 + 1 - 4 + 9 - 10 - 6 - 14 + 0 + 10 + \\ & 7 + 6) \div 12 \\ & = 90 + 12 \div 12 \\ & = 90 + 1 \\ & = 91 \text{ (分)}\end{aligned}$$

答：这个小组同学的平均成绩是91分。

例2 小鹏参加期中考试，语文和数学的成绩之和是190分，语文与英语的成绩之和是185分，数学与英语的成绩之和是189分，小鹏三门功课的平均成绩是多少分？

分析与解答

将语文和数学的成绩之和、语文和英语的成绩之和、数学与英语的成绩之和相加可得如下算式：(语文+数学)+(语文+英语)+(数学+英语)=190+185+189=564(分)。

观察算式可以算出，在564分里面包含了两个语文成绩、两个数学成绩和两个英语成绩，也就是说564分里面包含两个(语文+数



学+英语)的成绩之和,因此只要用564除以2就可以得到语文、数学、英语三门功课的总成绩。再用三门功课的总成绩除以3就可以求出三门功课的平均成绩。

解: $(190+185+189) \div 2 \div 3 = 94$ (分)

答: 小鹏三门功课的平均成绩是94分。

例3 小萍参加了四次语文测验,平均成绩是78分,她想在下一次语文测验后,将五次的平均成绩提高到80分,那么在下次测验中,她至少要得多少分?

·分析与解答·

思路一: 要使五次的平均分至少达到80分,那么,这五次的总分至少是: $80 \times 5 = 400$ (分),而前四次的总分是 $78 \times 4 = 312$ (分),所以第五次测验至少要得 $400 - 312 = 88$ (分)。

综合算式: $80 \times 5 - 78 \times 4 = 88$ (分)

思路二: 要使平均分从前四次的78分提高到这五次的80分,这样就需补足前四次所少的总分 $(80 - 78) \times 4 = 8$ (分),所以第五次测验至少要得 $80 + 8 = 88$ (分)。

综合算式: $80 + (80 - 78) \times 4 = 88$ (分)

答: 在下次测验中,她至少要得88分。

例4 小红家离学校900米,早上上学,她从家到学校用了18分钟,放学从学校到家用了12分钟,求小红往返的平均速度。

·分析与解答·

求小红往返的平均速度,首先要求出她往返的总路程是 $900 \times 2 = 1800$ (米),和她往返所用的总时间, $18 + 12 = 30$ (分钟)。所以小红往返的平均速度是每分钟走 $1800 \div 30 = 60$ (米)。

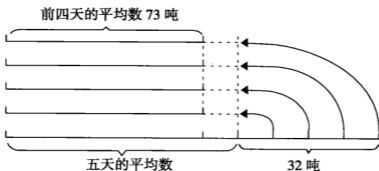
解: $900 \times 2 \div (12 + 18)$
 $= 1800 \div 30$
 $= 60$ (米)

答: 小红往返的平均速度是每分钟60米。

例5 一个粮仓，第一天运进大米 83 吨，第二天运进大米 74 吨，第三天运进大米 71 吨，第四天运进大米 64 吨，第五天运进的吨数比五天中平均每天运的吨数还多 32 吨，第五天运进大米多少吨？

分析与解答

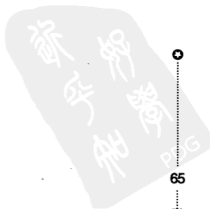
前四天运的吨数的平均数是 $(83 + 74 + 71 + 64) \div 4 = 73$ (吨)，第五天运的吨数比 73 吨要多。第五天运的吨数比五天中的平均吨数还多 32 吨，把 32 吨补足到前 4 天每天少的吨数，每天应加 $32 \div 4 = 8$ (吨)。如下图：



因此，把 73 吨加上 8 吨就是 5 天的平均数，再加上 32 吨就是第五天运进大米的吨数。

$$\begin{aligned}
 \text{解：} & (83 + 74 + 71 + 64) \div 4 + 32 \div 4 + 32 \\
 &= 292 \div 4 + 8 + 32 \\
 &= 73 + 8 + 32 \\
 &= 113 \text{ (吨)}
 \end{aligned}$$

答：第五天运进大米 113 吨。





小结 XIAOJIE

求平均数，一般用移多补少的方法，但更多的情况要先知道平均分的事物的总数量和平均分的总份数，基本数量关系式是：

$$\text{总数量} \div \text{总份数} = \text{平均数}$$

$$\text{总数量} \div \text{平均数} = \text{总份数}$$

$$\text{平均数} \times \text{总份数} = \text{总数量}$$

求几个数的平均数，还可以先设一个基数，求其他数与基数的差，再求出这些差的平均值，最后加上基数，即：
基数 + 每一个数与基数的差的和 \div 数的个数 = 平均数。



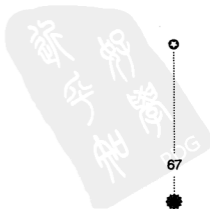
金牌训练

一 对应训练

1. 数学兴趣小组举行了一次测验，五（2）班的八位同学成绩分别是82，75，95，98，100，80，87，79，这八位同学的平均成绩是多少？



2. 某校四至六年级少先队员参加植树活动。四、五年级共植树 194 棵，五、六年级共植树 198 棵，四、六年级共植树 196 棵，平均每个年级植树多少棵？
3. 本学期，小志数学前四个单元测验的平均成绩是 85 分，他想使前五个单元的平均成绩上升到 87 分，那么他第五单元必须要考多少分？
4. 小刚家离图书馆 1200 米。他从家到图书馆用了 15 分钟，回来时从图书馆到家用了 10 分钟，小刚往返的平均速度是每分钟走多少米？





5. 寒假中, 小梅兴致勃勃地读了《少年百科全书》, 第一天读了 83 页, 第二天读了 74 页, 第三天读了 71 页, 第四天读了 64 页, 第五天读的页数比五天中平均的页数还多 8 页, 小梅第五天读了多少页?

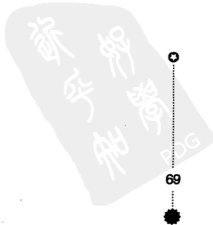
变式训练

1. 四年级数学测验, 第二小组同学的得分情况为: 1 人得 98 分, 3 人得 92 分, 4 人得 86 分, 2 人得 76 分, 这个小组的平均成绩是多少分?

2. 四年级 3 个班, (1) 班和 (2) 班平均每班 48 人, (2) 班和 (3) 班平均每班 45 人, 那么 (1) 班比 (3) 班多多少人?



3. 李红前几次数学测验的平均成绩是 84 分，这次如果得了 100 分，就能把平均成绩提高到 86 分，这次是第几次测验？
4. 某人沿一条长为 12 千米的路上山，又从原路下山，上山时的速度是每小时 2 千米，下山时的速度是每小时 6 千米，那么，他在上下山全过程中的平均速度是每小时多少千米？
5. 三个班旅游，甲班 43 人，乙班 38 人，丙班 47 人。每班各租用一辆车，途中丙班的车发生故障，丙班的人要分乘甲、乙两车，怎样分配，甲、乙两班车上的人数才相等？





拔高训练

1. 甲班 50 人，乙班 40 人，英语测试中，两个班的平均成绩是 90 分，又已知乙班的平均成绩比甲班的平均成绩高 9 分，两个班的平均成绩各是多少？
2. 一辆货车从甲城开往乙城，每小时行 60 千米，12 小时到达乙城。又顺原路返回甲城，返回时每小时行 40 千米，求这辆货车往返一次的平均速度。



第十讲

DISHIJIANG

植树问题


现代化的城市越来越美丽，在道路两旁有计划地种花栽树，可以美化我们的环境，所以“植树问题”越来越被人们重视。我们这里研究的植树问题，是在一定条件下如何种树的问题。

比如在 50 米长的道路两旁，每隔 5 米种 1 棵小树，一共需要多少树苗，还有生活中的爬楼梯、锯木头、插红旗、安路灯等问题，这些都是有关植树的应用题和可化作“植树问题”或借助“植树问题”的思考方法来解的应用题。弄清楚植树的路线和植树的具体要求，才能把这一类问题解答完整。

最简单、最基本的植树问题可分为以下四种：

- (1) 要求在非封闭路线上植树（两端都植树）

$$\text{棵数} = \text{“段数”} + 1$$

如：

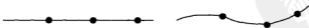
- (2) 要求在非封闭路线上植树（一端植树）

$$\text{棵数} = \text{“段数”}$$

如：

- (3) 要求在非封闭路线上植树（两端都不植树）

$$\text{棵数} = \text{“段数”} - 1$$

如：

- (4) 要求在封闭路线上植树

$$\text{棵数} = \text{“段数”}$$

如：



金牌例题

例1 在一条小路的一边种树，从头到尾一共种9棵，相邻两棵树之间相距5米，这条小路长多少米？

分析与解答

本题属于植树线路两端都要植树的情况，已知株距是5米，植树的棵数是9棵，根据“线路的全长=株距 \times （植树的棵数-1）”，可以算出线路的全长为 $5 \times (9-1) = 40$ （米）。还可以这样想：9棵树把这条路分成了 $9-1=8$ （段），每段长是5米，所以，全长为 $5 \times 8 = 40$ （米）。

解： $5 \times (9-1) = 40$ （米）

答：这条小路长40米。

例2 在一条拓宽新建的长240米的马路两旁各栽一行树，起点和终点都栽一棵，一共栽了122棵树，每相邻两棵树之间距离相等，求相邻两棵树之间相隔多少米。

分析与解答

由“马路两旁各栽一行树，一共栽了122棵”可以算出一边栽了 $122 \div 2 = 61$ （棵）。这道题属于在非封闭路线两端都栽树的情况，段数=棵数-1，所以61棵树把马路分成 $61-1=60$ （段）。已知马路的总长，并求得平分成60段，那么每段是 $240 \div 60 = 4$ （米）。

解： $240 \div (122 \div 2 - 1) = 240 \div 60 = 4$ （米）

答：相邻两棵树之间相隔4米。

例3 在一个圆形的水池边，每隔4米种一棵树，共种树30棵，这个水池的周长是多少米？

分析与解答

这道题是封闭线路上的植树问题，植树的棵数和段数相等。

解: $4 \times 30 = 120$ (米)

答: 这个水池的周长是 120 米。

例 4 小明散步, 从第 1 棵树走到第 9 棵树用了 32 分钟, 他从第 1 棵树走到第 20 棵树, 要用多少分钟? (株距相等)

分析与解答

间隔数 = 棵数 - 1。从第 1 棵树走到第 9 棵树经过 8 个间隔, 用了 32 分钟, 可以求出经过 1 个间隔需要多少时间。

解: $32 \div (9 - 1) = 4$ (分钟)

$4 \times (20 - 1) = 76$ (分钟)

答: 要用 76 分钟。

例 5 一个圆形花圃周围长 30 米, 沿周围每隔 3 米种一棵树, 每两棵树中间每隔一米放一盆花。花圃周围共种了多少棵树? 放了多少盆花?

分析与解答

封闭曲线上植树问题公式是: 棵数 = 段数 = 全长 (周长) \div 株距。

根据公式可写出栽树棵数 $30 \div 3 = 10$ (棵), 也就是花圃被树分成 10 段。又因为相邻两棵树之间有 3 米长, 一米一段地分, 可分成 3 段, 在两树之间放花, 两端不需再放, 所以花盆数比段数少 1, 即 $3 - 1 = 2$ (盆), 因而整个花圃上共摆放花 $2 \times 10 = 20$ (盆)

解: 栽树棵数: $30 \div 3 = 10$ (棵)

花的盆数: $(30 \div 3) \times (3 - 1) = 20$ (盆)

答: 花圃周围共种了 10 棵树, 放了 20 盆花。



小结

XIAOJIE

解答植树问题时，首先要仔细审题，分清属于哪种情况，再根据情况选择相应的解题方法，逐步求解。

1. 如果在一条首尾不相接的线路上两端都植树，数量关系式：

$$\text{棵数} = \text{线路总长} \div \text{株距} + 1$$

$$\text{线路总长} = \text{株距} \times (\text{棵数} - 1)$$

$$\text{株距} = \text{线路总长} \div (\text{棵数} - 1)$$

2. 如果在封闭的线路上植树，数量关系式：

$$\text{棵数} = \text{线路总长} \div \text{株距}$$

$$\text{线路总长} = \text{株距} \times \text{棵数}$$

$$\text{株距} = \text{线路总长} \div \text{棵数}$$



金牌训练

一

对应训练

1. 在一条路的一边种树，从头到尾一共种了 50 棵，相邻两棵树之间距离为 3 米，问：这条路的全长是多少米？



2. 植树队计划在一条长 100 米的道路两旁各栽一行树，共有 52 棵树，路的两端都栽，平均每相邻的两棵树中间应隔多少米？
3. 一个圆形水池周围每隔 2 米栽一棵杨树，共栽了 50 棵，水池的周长是多少米？
4. 一座 15 层高的大楼，每层的台阶数都相等。小红从 1 层到 3 层共走了 48 个台阶，小红从 1 层走到 15 层共需要走多少个台阶？
5. 一个环湖风光带长 3000 米，每隔 15 米种一棵柳树，每两棵柳树中间每隔 5 米种一棵桃树，这个环湖周围共种了多少棵柳树？多少棵桃树？



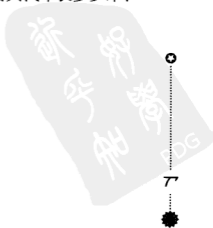
变式训练

1. 植树节到了，同学们在一条长 100 米的路边植树，从头到尾每隔 4 米植树一棵，共要植树多少棵？
2. 园林工人在河两边的堤岸上从头至尾植树，已知河堤长 2800 米，工人们每隔 7 米植一棵树，那么一共要准备多少棵树？
3. 永东小学的操场是一个长方形，长 400 米，宽 250 米，操场的四周等距离地栽种了 260 棵树，请你算一算，每相邻两棵树相距多少米？
4. 小强以不变的速度在小路上散步，他从第一棵树走到第 7 棵树用了 24 分钟，如果他走 40 分钟，应该走到第几棵树？（相邻两棵树之间的距离相等）

5. 一座长 150 米的桥，在桥两边插彩旗，两端各插一面红旗，每隔 6 米插一面红旗，红旗与红旗之间又插两面绿旗，红旗和绿旗各插多少面？

三 拔高训练

1. 爷爷每天晚饭后都要到路边散步，他用相同的速度在马路旁散步，从第一棵树到第 6 棵树走了 5 分钟，他要求自己每天散步 30 分钟，爷爷应走到第几棵树就往回走？
2. 学校操场长 62.5 米，沿操场停放了 5 辆相同的公共汽车，已知两端各留 2 米空位，两车之间相距 1.5 米，每辆公共汽车长多少米？





第十一讲

DISHIYIJIANG

年龄问题

同学们，我们先来看一个笑话：

小华和小明在一起比年龄，小华今年7岁，小明今年9岁。小明神气地对小华说：“我比你大2岁。”小华不服气地说：“大2岁有什么了不起，2年以后，我们俩不就一样大了。”

同学们看了一定会捧腹大笑的，它的可笑之处就在于小华没有弄明白人年龄的变化特点。

同学们的年龄在一岁岁地增长，你们的妈妈的岁数也在增长。不知你们发现了没有：不管两人的年龄怎样变化，但两人的年龄差是不变的。

年龄问题与和（差）倍问题、和差问题都有联系，你有兴趣探讨吗？



金牌例题

例1 爸爸今年33岁，儿子今年5岁，几年后爸爸的年龄是儿子的3倍？

分析解答

爸爸和儿子的年龄差是 $33 - 5 = 28$ （岁），无论哪一年，他们的年龄差总是不变的，求几年后爸爸的年龄是儿子的3倍，就把儿子的年龄看做一份，28岁相对应的是这样的 $3 - 1 = 2$ （份），即可求出几年后儿子的年龄。

解： $(33 - 5) \div (3 - 1) = 14$ （岁）

$$14 - 5 = 9 \text{ (年)}$$

答：9年后爸爸的年龄是儿子的3倍。

例2 父亲比儿子大28岁，明年父亲的年龄正好是儿子的5倍，父子今年的年龄各是多少岁？

分析与解答

如果把儿子明年的年龄作为1倍数，则父亲明年的年龄是儿子的5倍。由于两人的年龄差始终不变，所以，明年父亲比儿子仍然大28岁，这个年龄差对应的倍数差为 $(5-1)$ 。根据差倍的数量关系，可先求出1倍数（儿子明年的年龄），再减去1就是儿子今年的年龄，进而可求出父亲的年龄。

解：儿子的年龄： $28 \div (5-1) - 1 = 6 \text{ (岁)}$

父亲的年龄： $6 + 28 = 34 \text{ (岁)}$

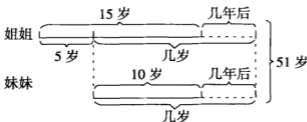
或 $(6+1) \times 5 - 1 = 34 \text{ (岁)}$

答：儿子今年6岁，父亲今年34岁。

例3 姐姐今年15岁，妹妹今年10岁。试问当两人年龄和为51岁时，两人各应是多少岁？

分析与解答

为了思考方便，我们画一个线段图。因为姐妹年龄差为 $15-10=5 \text{ (岁)}$ ，所以不管经过多少年，两人的年龄差仍为5岁。这样，原问题就归结为：“已知甲乙二人的年龄和是51岁，年龄差是5岁，问两人各多少岁？”这是一个和差问题，根据和差问题的计算公式，我们就容易计算出甲乙两人各自的年龄。



解法一： $[51 - (15 - 10)] \div 2 = (51 - 5) \div 2 = 23 \text{ (岁)}$



这就是姐妹二人年龄之和为 51 岁时，妹妹的年龄。所以，姐妹二人年龄之和为 51 岁时，姐姐的年龄为：

$$51 - 23 = 28 \text{ (岁)}$$

解法二：如果把两人年龄差 5 岁加到 51 岁上，由上图可知，恰好是姐姐年龄的 2 倍。因此姐妹二人年龄和为 51 岁时，姐姐的年龄为：

$$[51 + (15 - 10)] \div 2 = (51 + 5) \div 2 = 28 \text{ (岁)}$$

所以，姐妹二人年龄和为 51 岁时，妹妹的年龄为：

$$28 - (15 - 10) = 23 \text{ (岁)}$$

解法三：如果用 51 减去 $(15 + 10)$ ，由上图可知恰好是姐妹二人年龄和为 51 岁时，所经过年数的 2 倍。因此所经过的年数为：

$$[51 - (15 + 10)] \div 2 = (51 - 25) \div 2 = 13 \text{ (年)}$$

所以，姐妹二人年龄之和为 51 岁时，姐姐的年龄为：

$$15 + 13 = 28 \text{ (岁)}$$

姐妹二人年龄之和为 51 岁时，妹妹的年龄为：

$$10 + 13 = 23 \text{ (岁)}$$

答：姐姐 28 岁，妹妹 23 岁。

例 4 小东 3 年前上一年级时，与爸爸的年龄和是 49 岁，现在爸爸的年龄是小东年龄的 4 倍，爸爸、小东现在各多少岁？

分析与解答

3 年前爸爸和小东的年龄和为 49 岁，3 年中他们各长 3 岁，因此现在爸爸和小东的年龄和是 $(49 + 3 \times 2)$ 岁，又知现在爸爸年龄是小东的 4 倍。

解：小东： $(49 + 3 \times 2) \div (1 + 4) = 11$ (岁)

爸爸： $11 \times 4 = 44$ (岁)

答：爸爸现在 44 岁，小东现在 11 岁。

例 5 李强一家三口人，李强的父亲比母亲大 4 岁，今年全家年龄的总和是 67 岁，7 年前这个家庭的年龄总和是 48 岁。今年李强多少岁？父、母亲各是多少岁？

分析与解答

已知7年前这个家庭的年龄总和是48岁，今年三人年龄和是 $7 \times 3 + 48 = 69$ (岁)，与题目中的67岁，相差2岁，说明7年前李强还未出生，则李强的岁数是 $7 - 2 = 5$ (岁)，则父、母年龄和是 $67 - 5 = 62$ (岁)，又因为父亲比母亲大4岁，根据和差公式，可求出父亲年龄是： $(62 + 4) \div 2 = 33$ (岁)，母亲年龄是： $(62 - 4) \div 2 = 29$ (岁)。

解：今年三人年龄和是 $7 \times 3 + 48 = 69$ (岁)

李强年龄： $7 - (69 - 67) = 5$ (岁)

父亲年龄： $(67 - 5 + 4) \div 2 = 33$ (岁)

母亲年龄： $(67 - 5 - 4) \div 2 = 29$ (岁)

答：今年李强5岁，父亲33岁，母亲29岁。

小结 XIAOJIE

现实生活中处处存在着数学，一些关于年龄的数学趣题使人着迷，因为它是研究人和人、年龄与年龄之间的数量关系。同学们在解答这类问题时，应注意利用好以下条件：

1. 两人年龄差保持不变。
2. 两人的年龄随着岁月的变化，将增或减同一个自然数。
3. 两人年龄的倍数关系随着年龄的增长而发生变化，年龄增大，倍数变小。



一 对应训练

1. 爷爷今年 72 岁，孙子今年 12 岁，多少年后爷爷的年龄是孙子的 4 倍？
2. 母亲比女儿大 30 岁，明年母亲的年龄恰好是女儿年龄的 3 倍。今年母亲和女儿的年龄各是多少岁？
3. 哥哥今年 16 岁，弟弟今年 11 岁。几年后，哥哥和弟弟的年龄和是 45 岁？
4. 5 年前，张英和爸爸年龄之和是 50 岁，现在爸爸的年龄是张英的 3 倍，张英和爸爸今年各多少岁？



5. 小红一家由小红和她的父母组成。小红的父亲比母亲大3岁，今年全家年龄总和是71岁，8年前这个家庭的年龄总和是49岁，今年小红多少岁？父亲和母亲各多少岁？

变式训练

1. 已知妈妈比小华大27岁，并且今年妈妈的年龄正好是小华年龄的4倍，小华和他妈妈今年各是多少岁？
2. 一家三口人，三个人年龄之和是81岁，妈妈和爸爸同岁，爸爸的年龄是女儿年龄的4倍，三个人各是多少岁？
3. 母亲的年龄是女儿年龄的4倍，3年前母女年龄之和是44岁，母女俩现在的年龄各是多少岁？



4. 14 年前爸爸的年龄是儿子的 5 倍，今年父子年龄和是 100 岁，爸爸今年多少岁？

5. 全家四口人，父亲比母亲大 3 岁，姐姐比弟弟大 2 岁。4 年前他们全家年龄之和是 58 岁，现在全家年龄和是 73 岁，问：现在各人的年龄分别是多少岁？

三 拔高训练

1. 已知祖孙三人，祖父、父亲年龄之差与父亲和孙子年龄的差相等，祖父和孙子年龄之和为 82 岁，明年祖父年龄恰好等于孙子年龄的 5 倍，求祖孙三人各多少岁。
2. 小明问李老师今年有多少岁，李老师说：“当我像你这么大时，你才 3 岁；当你像我这么大时，我已经 42 岁了。”问：李老师今年多少岁？

第十二讲

DISHIERJIANG

鸡兔同笼

同学们，可能你们一看本题目就会嘀咕，什么是鸡兔同笼？这类题怎样解答？甭急，下面就听老师细细道来。

“鸡兔同笼”问题是我国古代著名的数学问题之一。在我国古代著名的数学专著《孙子算经》中有这样一道广为流传的数学趣题：“今有雉兔同笼，上有三十五头，下有九十四足，问雉兔各几何？”将这道题译成现代数学语言就是：“现在有鸡兔共居一个笼子，鸡头和兔头一共有 35 个，鸡脚和兔脚共有 94 只，问鸡、兔各有几只？”

在小学阶段，解答“鸡兔同笼”问题，我们常用“假设法”。先根据题意进行假设，然后把假设的情形和实际情形作比较，得出两种情形下总数的差；而出现这个“差”的原因是因为经过假设后，每份数增加了，因此我们只要用总数的差除以每一份的差就可以求出份数。

在我们日常生活中类似鸡兔同笼的问题的确不少，如：两种钱放在一起如何分开、一场考试如何算出答对几题答错几题、运输队打坏玻璃如何赔偿等这些问题，用假设法，也能化难为易。希望同学们能很好地掌握这类问题的解题方法。



金牌例题

例 1 现在有鸡、兔共居一笼，鸡头和兔头一共有 15 个，鸡脚和兔脚共有 44 只，问鸡、兔各有几只？



分析与解答

由笼中鸡头、兔头共有 15 个可知鸡、兔共有 15 只。题中还有两个隐含条件：每只鸡有 2 只脚，每只兔有 4 只脚。

解答本题可综合运用假设法和图解法。先假设 15 只全是鸡。因为每只鸡有两只脚，15 只鸡共有 30 只脚。得下图：



而根据题意可知，笼中鸡、兔共有脚 44 只，这样还多出 $44 - 30 = 14$ （只）脚。怎么会多出 14 只脚？这是因为我们在假设时，把兔子也看做了鸡，因此每只兔子便少算了 2 只脚。

把多出的 14 只脚补画在上图中，又得下图：



图中有四只脚的是兔，因此一共有 7 只兔。用算式来表示这一过程就是： $14 \div 2 = 7$ （只），意思是求 14 里面包含了几个 2。

解法一：假设笼中全是鸡，

则兔的只数为： $(44 - 15 \times 2) \div (4 - 2) = 7$ （只）

鸡的只数为： $15 - 7 = 8$ （只）

解法二：假设笼中全是兔，

则鸡的只数为： $(15 \times 4 - 44) \div (4 - 2) = 8$ （只）

兔的只数为： $15 - 8 = 7$ （只）

答：鸡有 8 只，兔有 7 只。

例 2 六（1）班学生共 52 人，到公园去划船共租用 11 条船，每条大船坐 6 人，每条小船坐 4 人，刚好坐满，求租用的大船、小船各有多少条？

分析与解答

假设租用的全部是大船，因为每条大船坐 6 人，那么 11 条船坐 66 人，和班级原有人数进行比较，多出 14 人，变化的原因是原来每条小船只坐 4 人，现在假设坐了 6 人，每条小船多坐了 2 人，很显

然，小船数就是 $14 \div 2 = 7$ （条），最后再求出大船数。

解：小船数为： $(6 \times 11 - 52) \div (6 - 4) = 14 \div 2 = 7$ （条）

大船数为： $11 - 7 = 4$ （条）

答：租用的大船有4条，小船有7条。

例3 鸡兔同笼，鸡比兔多12只，共有脚114只，求鸡、兔各有几只？

分析与解答

这种类型的题给我们鸡兔头数相差多少，共有多少只脚，解题方法是看鸡和兔谁的只数多，就把多的只数从笼子里“抓出来”，让笼子里鸡和兔只数同样多，然后配对，每一对里有一只鸡和一只兔，它们共有6只脚，用剩余脚数做总数除以6，就知道能配上多少对，也就求出兔的只数了。

解：兔的只数：

$$(114 - 12 \times 2) \div (4 + 2)$$

$$= 90 \div 6$$

$$= 15 \text{（只）}$$

$$\text{鸡的只数：} 15 + 12 = 27 \text{（只）}$$

答：鸡有27只，兔有15只。

例4 强强在一次数学测试中，共做了10道题，规定做对一题得10分，做错一题倒扣2分，结果强强得了76分，他做对了几道题？

分析与解答

假设强强做对10题，应得100分，比实际得分76分多得 $100 - 76 = 24$ （分）。这多得的24分是把其中做的题换成做对的题得到的。做错题10分不得还要倒扣2分，就相当于错一题要扣 $10 + 2 = 12$ （分），所以用 $24 \div 12 = 2$ （道），这是做错的题，做对的题有 $10 - 2 = 8$ （道）。

解：做错的题：

$$(10 \times 10 - 76) \div (10 + 2) = 24 \div 12 = 2 \text{（道）}$$



做对的题： $10 - 2 = 8$ （道）

答：他做对了8道题。

例5 三种昆虫共有15只，它们共有17对翅膀98条腿，其中每只蜘蛛是无翅8条腿，每只蜻蜓2对翅膀6条腿，每只蝉是1对翅膀6条腿，这三种昆虫各有多少只？

分析与解答

要把三种量转化为两种量，由于每只蜻蜓和每只蝉都有6条腿，我们可以把它们看成同一类昆虫，假设15只昆虫都是蜻蜓，那么应当有腿 $15 \times 6 = 90$ （条），比实际腿数少了 $98 - 90 = 8$ （条），因为每只蜘蛛比每只蜻蜓多2条腿，所以蜘蛛的只数是 $8 \div 2 = 4$ （只），这样蜻蜓与蝉共 $15 - 4 = 11$ （只），共有翅膀17对，假设11只全是蜻蜓，应当有翅膀 $11 \times 2 = 22$ （对），比实际的翅膀数多出 $22 - 17 = 5$ （对），因为每只蝉比每只蜻蜓多一对翅膀，所以蝉的只数为 $5 \div 1 = 5$ （只）。

解：蜘蛛： $(98 - 15 \times 6) \div (8 - 6) = 4$ （只）

蝉： $[2 \times (15 - 4) - 17] \div (2 - 1) = 5$ （只）

蜻蜓： $15 - 4 - 5 = 6$ （只）

答：蜘蛛有4只，蝉有5只，蜻蜓有6只。

小结

XIAOJIE

解答鸡兔同笼这类问题，我们常用“假设法”。解鸡兔同笼题的基本关系式：兔数 = $(\text{实际脚数} - \text{每只鸡脚数} \times \text{鸡兔总数}) \div (\text{每只兔子脚数} - \text{每只鸡脚数})$ 。假设法对培养同学们的解题思维能力有一定的好处，希望同学们学好“假设法”。



金牌训练

一 对应训练

1. 笼子里有鸡和兔共 30 只，总共有 70 条腿，问：鸡和兔各有几只？
2. 100 名师生绿化校园，老师每人栽 3 棵树，学生每人栽 1 棵树，总共栽树 120 棵。老师和学生各栽树多少棵？
3. 鸡兔同笼，鸡比兔多 25 只，鸡兔共有脚 350 只，鸡、兔各有几只？
4. 某班同学参加数学竞赛，试题共 20 道。评分标准是：答对一题给 8 分，答错一题倒扣 4 分。小丽同学得了 100 分，问：她答对了几道题？



5. 蜘蛛 8 条腿，蜻蜓 6 条腿 2 对翅，蝉 6 条腿 1 对翅。三种昆虫共 18 只，腿一共有 116 条，翅一共 20 对，问：三种昆虫各几只？

二 变式训练

1. 松鼠妈妈采松籽，晴天每天可以采 20 个，雨天每天只能采 12 个。它一连几天采了 112 个松籽，平均每天采 14 个。问：这几天中有几天是雨天？

2. 100 名师生植树节参加校园种树，共种了 100 棵，老师每人种 3 棵，学生每 3 人种一棵，问：老师、学生各有多少人？

3. 鸡兔同笼，鸡与兔共有 140 只，鸡脚比兔脚多 160 只，鸡、兔各有几只？



4. 向阳路小学举行“我做环保小卫士”知识竞赛。本次大赛一共有 20 道题，答对一题得 8 分，答错一题倒扣 5 分，放弃得 0 分。小宁得了 139 分，他答错了几题？放弃了几题？

5. 老师买了每册价格分别是 7 元、4 元和 2 元的三种笔记本共 44 册，共付 212 元。每册为 4 元的笔记本和每册为 2 元的笔记本买的数量相同，问：三种笔记本各买了多少册？

三 拔高训练

1. 鸡兔同笼，共有脚 260 只，鸡兔互换共有脚 280 只，鸡、兔各有几只？
2. 一级住房每套 5 间房，2 个阳台；二级住房每套 5 间房，1 个阳台；三级住房每套 3 间房，没有阳台。现在有这三种住房共 20 套，共有房间 72 间，阳台 8 个，问：每级住房各有几套？



第十三讲

DISHIJIANSIANG

盈亏问题

盈亏问题是一个比较古老的数学问题，它研究问题的思路是很有价值的。

日常生活中，人们在分东西的时候；经常会遇到剩余（盈）或不足（亏），根据分东西过程中的盈或亏所编成的应用题，叫做盈亏问题，这一专题我们主要运用比较法来解题。所谓盈亏问题，就是把一定数量的东西分给一定数量的人，由两种分配方案产生不同的盈亏数，反过来求出分配的总人数和被分配东西的总数量。解题的关键在于确定两次分配数之差与盈亏总额，由此得到解盈亏问题的公式：分配总人数 = 盈亏总额 ÷ 两次分配之差。

不同的分法是造成结果不同的根源，在解答盈亏问题时需要注意的是：两种分配方案的结果不一定总是一盈一亏，也会出现两盈、两亏、一盈不亏、不盈一亏等情况。在盈亏问题中存在以下数量关系：

(1) 一盈一亏：(盈数 + 亏数) ÷ 两次分配数的差 = 份数

双盈：(大盈 - 小盈) ÷ 两次分配数的差 = 份数

双亏：(大亏 - 小亏) ÷ 两次分配数的差 = 份数

(2) 每次分的数量 × 份数 + 盈 = 总数量

每次分的数量 × 份数 - 亏 = 总数量



金牌例题

例1 美术兴趣小组活动时，老师分发彩色水笔给同学，如果

每人分5支，那么多13支，如果每人分8支，那么恰有1人没有分到笔。美术兴趣小组有多少人？有多少支彩色水笔？

分析与解答

由题目条件可知，兴趣小组同学人数和彩色笔数是不变的。题目中按两种方法分配了两次，比较两种分配方案，第一种分配方案每人分5支，多余了13支；第二种分配方案每人分8支，1人没分到，也就是少了8支。两种方案一多一少，相差 $13+8=21$ （支），相差的原因在于两种方案的分配数相差 $8-5=3$ （支），每人相差3支，多少人会相差21支呢？由此可求出美术兴趣小组的人数 $21\div3=7$ （人），再求出彩色水笔的总支数 $7\times5+13=48$ （支）。

解：美术组人数： $(13+8)\div(8-5)=21\div3=7$ （人）

彩色水笔支数： $7\times5+13=35+13=48$ （支）

答：美术兴趣小组有7人，有48支彩色水笔。

例2 学校买回一批跳绳分配给全校各班级，如果每班分8条，就余下54条，如果每班分10条，就余下20条。这所学校有多少个班？买回跳绳多少条？

分析与解答

由题意可知：班级的个数和跳绳的条数是一定的。比较两种分法的结果可得，第二种分法比第一种多需 $54-20=34$ （条），是因为第二种分法比第一种分法每班多 $10-8=2$ （条），即：每班多分2条，就多需34条，所以班级的个数为： $34\div2=17$ （个）。再根据每班分8条，余54条或每班分10条，余20条，就能求出买回跳绳多少条了。

解：班级数： $(54-20)\div(10-8)=17$ （个）

跳绳数： $8\times17+54=190$ （条）

或 $10\times17+20=190$ （条）

答：这所学校有17个班，买回跳绳190条。

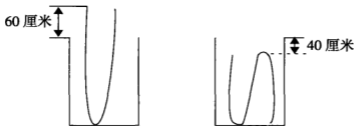
例3 用绳子测一口井的深度，绳子两折时，多余60厘米；绳



子三折时，还差40厘米，求井深和绳长。

分析与解答

我们可以用下面的示意图来表示题目的条件：



从图中可以看出，绳子两折时，绳子多余的长度是 $60 \times 2 = 120$ （厘米），绳子三折时，绳子不够的长度是 $40 \times 3 = 120$ （厘米）。

一盈一亏相差的长度是 $120 + 120 = 240$ （厘米），这样就可以求出井深与绳子的总长了。

解：井深： $(60 \times 2 + 40 \times 3) \div (3 - 2) = 240$ （厘米）

绳长： $(240 + 60) \times 2 = 600$ （厘米）

答：井深是240厘米，绳长是600厘米。

例4 世纪小学四、五、六年级的同学乘汽车去春游，如果每车坐45人，有10人不能坐车；如果每车多坐5人，又多出一辆汽车。一共有多少辆汽车？有多少名同学去春游？

分析与解答

每车多坐5人，多出一辆汽车，说明每车多坐5人，还差 $(45 + 5)$ 人，也就是如果每车坐45人，剩余10人不能坐车，如果每车坐 $(45 + 5)$ 人，又少了 $(45 + 5)$ 人，两次乘车的人数相差了 $(45 + 5 + 10)$ 人，是因为每辆车上多坐了5人。那么， $(45 + 5 + 10)$ 里有几个5，就有几辆汽车，因此，可求出汽车的辆数。

解：汽车数量： $(45 + 5 + 10) \div 5 = 60 \div 5 = 12$ （辆）

去春游的同学总数： $45 \times 12 + 10 = 550$ （名）

答：一共有12辆汽车，有550名同学去春游。

例5 苹果的个数是梨的2倍，梨每人分3个，则余2个；苹

果每人分7个，则少6个。问：有多少人？苹果和梨各多少个？

分析与解答

根据题意“苹果的个数是梨的2倍”，假设把梨的数量乘2，就和苹果的个数同样多，则每人分得的梨的数量也应扩大2倍，余数也要扩大2倍，这样就可以将每人分3个梨余2个，转化为每人分6个梨余4个。这时候，就是每人6个余4个，每人7个少6个。

由盈亏问题的解题方法可以求出有多少人，从而求出苹果和梨的个数。

解：人数： $(2 \times 2 + 6) \div (7 - 6) = 10$ （人）

苹果数： $7 \times 10 - 6 = 64$ （个）

梨数： $3 \times 10 + 2 = 32$ （个）

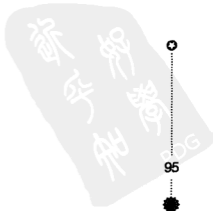
或 $64 \div 2 = 32$ （个）

答：有10人，苹果64个，梨32个。

小结

XIAOJIE

解答盈亏问题常用比较法。首先判断题目属于一盈一亏还是双盈或双亏等中的哪种情况，这是最重要的。对于一些稍复杂的盈亏问题，同学们要会运用比较法，将题目条件适当转化，使之成为典型的盈亏问题，这样问题也就迎刃而解了。





一 对应训练

1. 几名同学去买节日礼物，若每人出 10 元，则多 16 元，若每人出 7 元，则少 8 元，问一共有多少名同学？礼物的价格是多少元？
2. 学校将一批练习本奖给品学兼优的学生，每人 5 本，则多 80 本，每人 7 本，则多 20 本。品学兼优的学生有多少人？练习本共有多少本？
3. 用一根绳子绕树三圈，余 3 米，如果绕树四圈，则差 4 米。树周长有几米？绳长有几米？

4. 大道小学组织学生去春游，如果每车坐 65 人，则有 15 人不能乘车；如果每车多坐 5 人，恰好又多出一辆汽车。一共有多少辆汽车？有多少名学生？
5. 学校买来一些篮球和排球分给各班，买来的排球的个数是篮球的 2 倍，如果篮球每班分 2 个，则余 4 个；如果排球每班分 5 个，则少 2 个。学校买来篮球和排球各多少个？

变式训练

1. 学校给住宿的新生安排宿舍，若 7 人一间则多 5 人，若 8 人一间则最后一间只住 2 人。问：共有新生多少人？宿舍多少间？



2. 胜利小学学生坐汽车去春游，如果每车坐 60 人，则空出 15 个座位；如果每车坐 65 人，则少用一辆车。问：一共有几辆汽车，有多少学生？

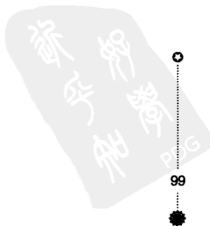
3. 用一根绳子测井台到井水面的深度，把绳子对折后垂到井水面，绳子超过井台 9 米；把绳子三折后垂到井水面，绳子超过井台 2 米。那么，绳子长多少米？井台到水面的距离是多少米？

4. 老师给幼儿园的小朋友分饼干。如果每个小朋友分 2 块，还多 30 块；如果其中的 12 个小朋友每人分 3 块，剩下的每人分 4 块，则正好分完。一共有多少块饼干？

5. 幼儿园将一筐苹果分给小朋友，如果分给大班的小朋友每人5个，则缺6个；如果分给小班的小朋友每人4个，则余4个。已知大班比小班少2个小朋友，问：这一筐苹果共有多少个？

三 拔高训练

1. 学校规定8点到校，小强上学每分钟走60米可提早10分钟到校，如果每分钟走50米可提早8分钟到学校。小强几点几分离家？他家离学校多远？
2. 几个学生分练习本，如果有3人每人各分4本，其余的人每人各分3本则剩余11本；如果有1人分3本，其余的人每人各分5本，则刚好分完。问：一共有多少本练习本？





第十四讲

DISHISIJUANG

归一与归总问题

归一问题就是求一个单位量的应用题。比如要计算几个笔记本的价钱是多少元，就必须先知道每个笔记本的价钱是多少元；要计算几个人几天干多少工作，就必须先知道每人每天干多少工作，等等，解答这类问题的关键是先求出“单一量”。

与归一问题对应的是归总问题，求“总量”的应用题。比如要计算每个笔记本的价钱是多少元，就必须先知道几个笔记本的价钱是多少元；要计算每个人每天干多少工作，就必须先知道几人几天干多少工作，等等，解答这类问题的关键是先求出“总量”，所谓总量就是指总产量、总路程、总价钱、工作总量，等等。

老师相信，通过下面例题的学习，同学们就会发现二者之间的区别和特点，并一定能掌握二者的解题方法。



金牌例题

例1 张红买了2个笔记本，共付了12元。现在要买这种笔记本5个，需要多少钱？

· 分析与解答 ·

这是一道先求出一个单位量，再求这样的5个单位量的应用题。从已知条件出发，根据总价和数量的关系，求出单价，即每个笔记本的价钱，再算5个笔记本的钱。

解： $12 \div 2 \times 5 = 30$ （元）

答：需要30元钱。



例2 火车从甲地开往乙地，每小时行 60 千米，6 小时到达。火车提速后，若要 4 小时到达，则火车提速后每小时行多少千米？

分析与解答

从甲地到乙地的路程是一定的，这里的路程就是要求的总量，即归总问题。再根据路程和时间求出火车提速后的速度。

解： $60 \times 6 \div 4 = 90$ （千米）

答：火车提速后每小时行 90 千米。

例3 某工厂用 9 个工人 4 天可以做 360 个机器零件，照这样计算，12 个工人 6 天可以做多少个同样的机器零件？

分析与解答

由题意可知：9 人 4 天做 360 个机器零件，可先求出 1 个人 1 天做多少个零件，即： $360 \div 9 \div 4 = 10$ （个），用 1 个人 1 天做的个数乘以 12 可得 12 个人一天完成的总量，再乘以 6 就求出了 12 个人 6 天完成的总量，即： $10 \times 12 \times 6 = 720$ （个）。

解： $360 \div 9 \div 4 \times 12 \times 6$
 $= 10 \times 12 \times 6$
 $= 720$ （个）

答：12 个工人 6 天可以做 720 个同样的机器零件。

例4 一本书 910 页，每页 20 行，每行 30 个字。重新排版后，改为每页 30 行，每行 35 个字，问：此书改版后有多少页？

分析与解答

要求出所求问题，关键是先求出这本书稿的总字数和改版后每页的字数。

解：这本书的总字数：
 $30 \times 20 \times 910 = 546000$ （个）
 改版后每页的字数：
 $30 \times 35 = 1050$ （个）
 改版后这本书的页数：
 $546000 \div 1050 = 520$ （页）



答：此书改版后有 520 页。

例 5 如果买 6 个书包和 3 盒水彩笔需要 294 元，而如果买 2 个书包和 3 盒水彩笔只需要 154 元。求一个书包和一盒水彩笔各多少钱。

分析与解答

可将已知条件的数量关系排列如下：

$$6 \text{ 个书包的钱} + 3 \text{ 盒水彩笔的钱} = 294 \text{ 元}$$

$$2 \text{ 个书包的钱} + 3 \text{ 盒水彩笔的钱} = 154 \text{ 元}$$

由题意我们知道，所付的总钱数有变化，由 294 元降到 154 元，所买水彩笔数量没有变化，所买的书包个数有变化，由买 6 个降到买 2 个，总钱数的减少是因为少买了 $6 - 2 = 4$ （个）书包。这样就可以求出每个书包多少元，接着就可以再用题目中的某一条件求出每盒水彩笔有多少元。

解：书包的单价：

$$\begin{aligned} & (294 - 154) \div (6 - 2) \\ &= 140 \div 4 \\ &= 35 \text{ (元)} \end{aligned}$$

水彩笔的单价：

$$\begin{aligned} & (154 - 35 \times 2) \div 3 \\ &= 84 \div 3 \\ &= 28 \text{ (元)} \end{aligned}$$

答：一个书包 35 元，一盒水彩笔 28 元。

小结

归一与归总问题是把几个相关联的量作对比，而这些量之间都存在每份数。解答时首先要根据题目条件和问题确定是先“归一”还是先“归总”。

解答归一问题，关键是先求出“单一量”，然后再根据题目其他条件，求出结果。

解答归总问题，关键是先求出“总量”，然后再根据题目其他条件解决问题。



金牌训练

一 对应训练

1. 一辆轿车 2 小时行了 320 千米，照这样的速度，10 小时能行多少千米？
2. 一辆汽车从甲地开往乙地，每小时行 80 千米，6 小时到达，若要 4 小时到达，则每小时需要行多少千米？
3. 一个粮食加工厂用 2 台同样的磨面机 3 小时可磨面粉 2100 千克，4 台同样的磨面机 6 小时可以磨面粉多少千克？
4. 一本书稿原计划共印 540 页，每页排 24 行，每行 26 个字。现改为每页排 26 行，每行排 30 个字，问：此书改版后有多少页？



5. 学校买来 3 个篮球和 5 个排球共花了 375 元, 如果买 6 个篮球和 5 个排球需要 675 元, 一个篮球和一个排球各多少元?

变式训练

1. 学校为了迎接今年小学生跳绳比赛, 买来了 120 米绳子, 先剪下 10 米做了 5 根跳绳, 照这样计算, 剩下的还可以做多少根跳绳?
2. 小明上学每分钟走 50 米, 12 分钟到学校, 如果他想提前 4 分钟到达学校, 则小明每分钟要比原来多行多少米?
3. 3 台车床 6 小时可加工零件 1440 个。如果增加 2 台同样的车床, 每台车床每小时多加工 12 个零件, 加工 3680 个零件需要几小时?

4. 加工一批零件，原计划 20 人 12 天完成，如果要提前 4 天完成，需要增加多少人？
5. 学校买来 3 个足球和 5 个篮球共花了 281 元，买 3 个足球和 7 个篮球共花了 355 元，现在买 5 个足球和 4 个篮球共花多少钱？

拔高训练

1. 四年级甲班“六一”儿童节去玄武湖划船，全班分成 A、B、C 三组，共租了 11 只船，租船费由三个小组平摊。A 组先付了 7 只船的租金，B 组付了 4 只船的租金，C 组暂时没付。第二天老师结算了一下，C 组应交 22 元。问：C 组交来的钱应分别还给 A、B 组各多少元？
2. 学校第一批买进 3 个篮球和 8 个排球共值 500 元，第二批买进 4 个篮球和 5 个排球共花 525 元。求：1 个篮球、1 个排球各多少元？



第十五讲

DISHIWUJIANG

行程问题（一）

在人们的日常生活中离不开“行”。“行”中有三个重要的量：路程（行的远近）、速度（行的快慢）、时间（行了多久）。涉及路程、速度、时间的一类典型应用题叫做行程问题。行程问题是小学数学中最常见的一类应用题，它的内容丰富，变化多端，饶有趣味，希望同学们能喜欢它。

行程问题一般包括哪几种类型呢？如果按照运动物体的路线来分，可分为在不封闭路线上运动和在封闭路线上运动两大类；如果按照运动物体的运动方向来分，可分为反向行程（包括相遇和反向相离）和同向行程（包括追及和同向相离）两大类。

本专题，我们主要来研究相遇问题，相遇问题是指两个运动物以不同的速度，同时（或不同时）从两地沿同一路线相向而行，二者一定会相遇，解决这类问题要明确数量关系和学会画线段图。



金牌例题

例1 甲、乙两人从相距54千米的两地，同时相向而行，甲每小时行4千米，乙每小时行5千米，几小时后两人相遇？

分析与解答

这是一道最典型最基本的相遇问题的应用题。出发时甲、乙两人相距54千米，以后两人的距离每小时都缩短 $4+5=9$ （千米），即两人的速度和。所以54千米里有几个9千米就是经过几小时相遇。

$$\begin{aligned}\text{解：} \quad & 54 \div (4 + 5) \\ & = 54 \div 9\end{aligned}$$

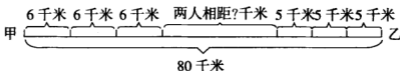
$$=6 \text{ (小时)}$$

答：6 小时后两人相遇。

例 2 甲、乙两人分别从相距 80 千米的两地同时出发相向而行，甲每小时走 6 千米，乙每小时走 5 千米，3 小时后两人相距多少千米？

分析与解答

解答相遇问题的应用题时应注意时间、地点、方向、结果四个要素，一般采用直观画图的方法帮助理解题意，分析数量关系，找到解题思路。



从线段图中我们可以看出，甲、乙两地相距 80 千米，很明显 3 小时两人并不能相遇，中间还有一段路程。要求中间相距多少千米，只要从全长 80 千米中减去 3 小时两人走过的路程，剩下的就是 3 小时后两人相距的路程。

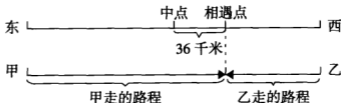
$$\begin{aligned} \text{解：} & (6+5) \times 3 \\ & = 11 \times 3 \\ & = 33 \text{ (千米)} \\ & 80 - 33 = 47 \text{ (千米)} \end{aligned}$$

答：3 小时后两人相距 47 千米。

例 3 甲、乙两辆汽车同时从东西两地相向开出，甲车每小时行 66 千米，乙车每小时行 58 千米，两车在离中点 36 千米处相遇，求东西两地相距多少千米。

分析与解答

根据题意，画出如下线段图：



从上图我们可以看出：甲、乙两车在离中点 36 千米处相遇，是指甲行了全程的一半多 36 千米，乙行了全程的一半少 36 千米，所以，相遇时甲车比乙车多行了 $36 \times 2 = 72$ （千米），由于甲车比乙车每小时多行 $66 - 58 = 8$ （千米），用两车的路程差除以两车的速度差，就能求出两车行驶的时间。再用甲、乙两车的速度和乘以相遇时间，可得到两地间的距离。

解：几小时后两车相遇： $36 \times 2 \div (66 - 58) = 9$ （小时）

东西两地相距： $(66 + 58) \times 9 = 1116$ （千米）

答：东西两地相距 1116 千米。

例 4 甲、乙两人同时从两地出发，相向而行，距离是 100 千米。甲每小时走 6 千米，乙每小时走 4 千米，甲带着一只狗，狗每小时走 10 千米，这只狗同甲一道出发，碰到乙的时候，它又掉头朝甲这边走，碰到甲时又往乙那边走，直到两人相遇。问：这只狗一共走了多少千米？

分析与解答

对于这道题，有人认为：要求狗与甲、乙相遇的路程，就要把狗与乙相遇走的路程，与甲相遇走的路程，再与乙相遇走的路程……都求出，然后再相加，算出结果。但是，仔细想想，狗在甲、乙两人之间要跑多少个来回，每次来回所用的时间是多少，这些量我们都无法求出。

再认真审题，不难发现，不论狗在甲、乙两人间走了多少个来回，狗走的路程所用的总时间等于甲、乙两人相遇所用的时间，这是不变的关系。所以，只要求出狗走的时间，也就是只要求出甲、乙两人相遇所用的时间，就可求出狗所走的路程，这样原问题就转化为甲、乙两人相遇时间的问题。

在这个问题中，甲、乙两人开始相距与两人的速度都是已知的，所以，根据相遇问题的基本关系，甲、乙两人相遇的时间就可以求出了。

解：甲、乙两人相遇所用的时间：

$$100 \div (6 + 4) = 10 \text{ (小时)}$$

由于甲、乙两人相遇所用的时间等于狗来回走所用的时间，

所以狗共走路程： $10 \times 10 = 100$ (千米)

$$\text{综合算式：} 10 \times [100 \div (6 + 4)]$$

$$= 10 \times 10$$

$$= 100 \text{ (千米)}$$

答：这只狗一共走了 100 千米。

例 5 甲、乙两列火车从相距 770 千米的两地相向而行，甲车每小时行 45 千米，乙车每小时行 41 千米，乙车先出发 2 小时后，甲车才出发，甲车行几小时后与乙车相遇？

分析与解答

甲、乙两车出发时间有先有后，乙车先出发 2 小时，这段时间甲车没有行驶，那么乙车这 2 小时所行的路程不是甲、乙两车同时相对而行的路程，所以要先求出甲、乙两车同时相对而行的路程，再除以速度和，才是甲、乙两车同时相对而行的时间。

解：乙车先行驶路程： $41 \times 2 = 82$ (千米)

甲、乙两车同时相对而行的路程：

$$770 - 82 = 688 \text{ (千米)}$$

甲、乙两车速度和： $45 + 41 = 86$ (千米)

甲车行的时间： $688 \div 86 = 8$ (小时)

$$\text{综合算式：} (770 - 41 \times 2) \div (45 + 41)$$

$$= 688 \div 86$$

$$= 8 \text{ (小时)}$$

答：甲车行 8 小时后与乙车相遇。



小结

XIAOJIE

我们在解答行程问题的应用题时，必须熟练掌握如下数量关系式。

行程问题的基本数量关系式：

$$\text{速度} \times \text{时间} = \text{路程}$$

$$\text{路程} \div \text{时间} = \text{速度}$$

$$\text{路程} \div \text{速度} = \text{时间}$$

相遇问题的数量关系式：

$$\text{速度和} \times \text{相遇时间} = \text{相遇路程}$$

$$\text{相遇路程} \div \text{速度和} = \text{相遇时间}$$

$$\text{相遇路程} \div \text{相遇时间} = \text{速度和}$$

在解答这类应用题时，通常还要根据题意画出线段示意图，来帮助我们理解题意，分析数量关系。



金牌训练

一 对应训练

1. 甲、乙两车从相距 270 千米的两地同时相向而行，甲车每小时行 50 千米，乙车每小时行 40 千米，几小时后两车相遇？

2. 甲、乙两人同时从相距 96 千米的两地骑车相向而行，甲每小时行 15 千米，乙每小时行 13 千米，3 小时后两人相距多少千米？
3. 甲、乙两车同时从两地相向出发，甲车每小时行 58 千米，乙车每小时行 48 千米，两车在离中点 20 千米处相遇，求：两地间的路程是多少千米？
4. 甲、乙两队学生从相距 18 千米的两地同时出发，相向而行。一个同学骑自行车以每小时 14 千米的速度在两队间不停地往返联络。甲队每小时行 5 千米，乙队每小时行 4 千米，两队相遇时，骑自行车的同学共行多少千米？



5. A 、 B 两地相距 138 千米，甲、乙两人骑自行车分别从两地同时出发，相向而行。甲每小时行 13 千米，乙每小时行 12 千米，乙在行进中因修车耽误 1 小时，然后继续行进，与甲相遇。求：从出发到相遇经过了几小时？

变式训练

1. 甲、乙两地相距 450 千米， A 、 B 两车从两地同时出发，经过 5 小时后相遇，已知 A 车每小时比 B 车多行 10 千米， A 、 B 两车的速度各是多少？
2. 甲、乙两人同时从相距 20 千米的两地反向而行，甲每小时行 13 千米，乙每小时行 7 千米，几小时后两人相距 100 千米？



3. 快车和慢车同时从南北两地相对开出, 已知快车每小时行 40 千米, 经过 3 小时后, 快车已驶过中点 25 千米, 这时与慢车还相距 7 千米, 慢车每小时行多少千米?

4. 甲、乙两人分别从东西两地同时出发相向而行, 甲每小时行 5 千米, 乙每小时行 4 千米, 甲带一只狗同时出发, 狗以每小时 8 千米的速度, 向乙奔去, 遇到乙后, 马上回头向甲奔去, 遇到甲后又回头向乙奔去, 如此往返, 直到甲、乙两人相距 3 千米时狗才停止奔跑, 这时狗共奔跑了 16 千米。问: 东西两地相距多少千米?

5. 甲、乙两人从相距 82 千米的 A、B 两地相向而行, 甲从 A 地出发向 B 地走, 每小时行 9 千米, 2 小时后, 乙从 B 地出发向 A 地走, 乙走了 4 小时遇见甲, 求乙的速度。



三 拔高训练

1. 一辆汽车由甲城开往乙城，行了3小时后因车发生故障修了半小时，然后每小时加速5千米继续行驶，再经过6小时准时到达乙城。甲、乙两城间的距离是多少千米？
2. 一辆卡车和一辆摩托车同时从A、B两地相对开出，两车在途中距A地60千米处第一次相遇。然后两车继续前进，卡车到达B地、摩托车到达A地后都即刻返回，两车又在途中距B地30千米处第二次相遇。A、B两地相距多少千米？



第十六讲

DISHILUJIANG

行程问题(二)

追及问题和火车过桥也属于行程问题范畴,它们研究的仍是路程、速度、时间三个数量之间的关系。追及问题是指两个物体沿同一方向运动,慢者在前,快者在后,他们之间的距离逐渐缩短,最后快者追上慢者,这种类型题主要研究路程差、速度差、追及时间这三者的关系。火车过桥这类问题的特点:有时是动态对静态的,有时是动态对动态的,不容易很快地看出运动过程中的数量关系。为了便于理解题意,同学们不妨利用身边的现成的物体来动手演示,实际动手操作,使问题具体化、形象化,从而找出其中的数量关系、解题技巧及解题方法。

下面我们一起来学习吧!相信你们会有更大的收获!



金牌例题

例1 甲、乙两车相距70千米,两车同向而行,甲车每小时行55千米,乙车每小时行45千米,经过几小时甲车追上乙车?

分析与解答

这是一道典型的追及问题,根据题意,甲追上乙时多行了70千米(路程差)。甲车每小时行55千米,乙车每小时行45千米,甲每小时比乙多行 $55-45=10$ (千米)(速度差),即甲每小时可以追上乙10千米,所以要求追上所用的时间,就是求70千米里面有几个10千米,因此 $70\div10=7$ (小时)甲可以追上乙。

解: $70\div(55-45)=7$ (小时)

答: 经过7小时甲车追上乙车。



例2 永东小学有一条长200米的环形跑道，小明和小强同时从起跑线起跑。小明每秒跑6米，小强每秒跑4米，几秒后两人相遇？

分析与解答

这是一道追及问题，因为两人在一个环形跑道上同时同向地跑，所以跑得快的人会把跑得慢的人越“丢”越远，最后就又追上了跑得慢的人，此时跑得快的人恰好比跑得慢的人多跑一圈（即多跑200米）。

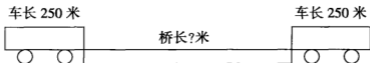
解： $200 \div (6 - 4) = 100$ （秒）

答：100秒后两人相遇。

例3 一列火车长250米，以每分钟450米的速度通过一座大桥需360秒，这座大桥长多少米？

分析与解答

列车通过大桥，就是从车头上桥起到车尾离桥止，如图：



从图中可以看出：从车头上桥到车尾离桥所经过的路程，正好是车长 + 桥长。

解： $360 \div 60 = 6$ （分钟）

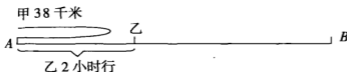
$450 \times 6 - 250 = 2450$ （米）

答：这座大桥长2450米。

例4 甲、乙两车同时从A地向B地开出，甲车每小时行38千米，乙车每小时行34千米，开出1小时后，甲车因有紧急任务返回A地，到达A地后又立即向B地开出追乙车，当甲车追上乙车时，用了多长时间？

分析与解答

根据题意画出线段图：



从图中可以看出,当甲开始追乙时两车的路程差正好是乙车 $1+1=2$ (小时) 行驶的路程,那么,根据追及路程和速度差可以求出追及时间。

解: 追及路程为: $34 \times (1+1) = 68$ (千米)

追及时间为: $68 \div (38-34) = 17$ (小时)

答: 当甲车追上乙车时,用了 17 小时。

例 5 甲、乙两人从 A 地到 B 地,甲每分钟走 60 米,8 分钟后乙以每分钟 80 米的速度向 B 地走去,结果两人同时到达 B 地,求 A、B 两地路程。

分析与解答

由题意知:乙向 B 地走去时,甲已行了 8 分钟,那么甲乙两人的路程差是: $60 \times 8 = 480$ (米),结果两人同时到达 B 地,即乙追上了甲。根据路程差 (追及路程) \div 速度差 = 追及时间,可求出乙追甲的追及时间,即乙行完 A、B 两地所用的总时间: $480 \div (80-60) = 24$ (分钟),那么 A、B 两地路程为: $80 \times 24 = 1920$ (米)。

解: 甲、乙的路程差: $60 \times 8 = 480$ (米)

乙追上甲所用的时间: $480 \div (80-60) = 24$ (分钟)

A、B 两地的路程: $80 \times 24 = 1920$ (米)

答: A、B 两地路程是 1920 米。

小结

同学们要充分理解和记住:

1. 追及问题基本数量关系式:

追及路程 \div 速度差 = 追及时间

速度差 \times 追及时间 = 追及路程

追及路程 \div 追及时间 = 速度差

2. 火车过桥问题的关系式:

火车行驶的路程 = 桥长 + 车长,

即: 车速 \times 过桥时间 = 桥长 + 车长



一 对应训练

1. 甲、乙两车相距 40 千米，两车同向而行，甲车每小时行 60 千米，乙车每小时行 50 千米，经过几小时甲车追上乙车？
2. 胜利小学有一条 600 米的环形跑道，张军和王超同时从起跑线起跑，张军每分钟跑 300 米，王超每分钟跑 240 米，经过多长时间张军追上王超？
3. 一列火车长 150 米，每秒行 20 米，问全车通过 450 米长的大桥，需要多长时间？



4. 甲、乙两人同时从 A 地出发到 B 地, 甲每小时行 8 千米, 乙每小时行 6 千米, 出发 1 小时后, 甲有急事返回 A 地, 到达 A 地后又立即向 B 地追赶乙, 当甲追上乙时用了多少时间?

5. 明明从学校去少年宫, 明明的步行速度为每分钟 60 米, 5 分钟后晶晶以每分钟 85 米的速度也从学校去少年宫, 他们两人同时到达少年宫, 求: 学校离少年宫有多远?

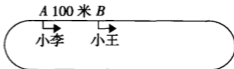


变式训练

1. 甲、乙两人同地同向出发, 甲每小时走 8 千米, 乙每小时走 6 千米, 乙先走了 2 小时后, 甲才开始走, 甲追上乙需要几小时?



2. 一条长 900 米的环形跑道，小李在练习骑自行车，每分钟行 400 米，小王在练长跑，每分钟跑 200 米。如果小王从 A 点出发先跑 100 米到 B 点后，小李也从 A 点同向出发，小李经过多少分钟可以追上小王？（第一次追及忽略不计）



3. 一列火车长 600 米，从路边的一棵大树（大树直径可忽略不计）旁通过，用了 2 分钟，以同样的速度通过一座大桥，即从车头上桥到车尾离桥共用了 5 分钟。这座大桥长多少米？

4. 甲、乙两人以每分钟 60 米的速度同时、同地、同向步行出发，走 15 分钟后甲返回原地取东西，而乙继续前进。甲取东西用去 5 分钟的时间，然后改骑自行车以每分钟 360 米的速度追乙，甲骑车多少分钟能追上乙？



5. 甲、乙两车同时、同地出发去货场运货, 甲车每小时行 64 千米, 乙车每小时行 48 千米, 甲车途中因出故障, 停车修理 3 小时, 结果乙车比甲车早 1 小时到达货场, 出发地到货场的路程是多少千米?

三 拔高训练

1. 甲、乙两人环绕周长为 400 米的跑道跑步, 两人若从同一地点背向而行, 经 2 分钟迎面相遇; 两人若从同一地点同向而行, 甲经 20 分钟追上乙, 求甲、乙两人的速度。
2. 学校组织军训, 甲、乙、丙三人步行从学校到军训驻地。甲、乙两人早晨 6 点一起从学校出发, 甲每小时走 5 千米, 乙每小时走 4 千米, 丙上午 8 点才从学校出发。下午 6 点甲、丙同时到达军训驻地。丙在何时追上乙?



第十七讲

DISHIJIJIANG

周期问题

在日常生活中,存在许多按一定的规律不断重复的现象。如:一年四季春、夏、秋、冬不断轮回,十二生肖总是按照鼠、牛、虎、兔、龙、蛇、马、羊、猴、鸡、狗、猪的顺序不断重复出现,星期都是以七天(星期一至星期日)为一个循环不断重复出现……在数学问题中也会碰到一些和重复出现有关的问题,这就是周期问题。

解答周期问题的关键是找规律,找出周期。确定周期后,用数除以周期,如果正好能整除,结果为周期里的最后一个,如果有余数,余几就从周期的开始往下数到第几。

同学们,掌握和运用“周期规律”,可以解决许多复杂而有趣的数学问题。不信,你试一试,你一定会感兴趣的!



金牌例题

例1 ●●○●●○●●○……

上面黑、白两色球按一定的规律排列着,其中第80个是()。

分析与解答

仔细观察图中球的排列,不难发现球的排列规律是:2个黑球,1个白球;2个黑球,1个白球。也就是按“2个黑球,1个白球”的次序循环出现,因此,这道题的周期为3(2个黑球和1个白球)。再看看80里包含有几个这样的周期,若正好有整数个周期,结果为周期里的最后一个,若是有整数个周期多几个,结果就为下一个周期里的第几个。

解: $80 \div (2 + 1) = 26 \cdots \cdots 2$

答: 其中第 80 个是黑球。

例 2 有一列数: 2, 5, 8, 9, 2, 5, 8, 9, ……

(1) 第 150 个数是多少?

(2) 这 150 个数相加的和是多少?

分析与解答

从这列数的排列可以看出, 这组数是按 2, 5, 8, 9 为一个循环不断依次重复排列的, 我们把一个循环的 2, 5, 8, 9 称为一个周期, 因为这个周期里有 4 个数, 我们要求第 150 个数是几, 就要用 150 去除以一个周期的数目 (4)。然后对余数进行分析, 如果余数是 1, 就是 2; 如果余数是 2, 就是 5; 如果余数是 3, 就是 8; 如果余数为 0 (即整数), 就是 9。

再进一步观察上面一列数, 可以发现一个周期里四个数之和是: $2 + 5 + 8 + 9 = 24$ 。到第 150 个数, 共有 $150 \div 4 = 37 \cdots \cdots 2$, 即 37 组还余两个数, 2 和 5, 就能求出这 150 个数的和。

解: (1) $150 \div 4 = 37 \cdots \cdots 2$

(2) $2 + 5 + 8 + 9 = 24$

$24 \times 37 + 2 + 5 = 895$

答: 第 150 个数是 5, 这 150 个数的和是 895。

例 3 鼠、牛、虎、兔、龙、蛇、马、羊、猴、鸡、狗、猪 12 种动物依次代表各年的年号, 如果公元 1 年是鸡年, 那么公元 2003 年是什么年?

分析与解答

因为公元 1 年是鸡年, 所以为了便于思考, 我们把周期的排列顺序变为鸡、狗、猪、鼠、牛、虎、兔、龙、蛇、马、羊、猴。从公元 1 年到公元 2003 年共有 2003 年。每 12 年一个周期, $2003 \div 12 = 166 \cdots \cdots 11$, 余 11, 从鸡年开始数到第 11 个, 所以 2003 年是羊年。

解: $2003 \div 12 = 166 \cdots \cdots 11$

答: 公元 2003 年是羊年。



例4 假设所有自然数，如下图所示，

A	B	C	D
1	2	3	4
5	6	7	8
9		
⋮			
⋮			

- (1) 27 应排在哪个字母下面？
- (2) 84 应排在哪个字母下面？
- (3) 301 应排在哪个字母下面？

分析与解答

从排列情况可以知道，这些自然数从小到大4个数为一个循环，也就是一个周期是4个数，周期数为4。我们可以根据这些数除以4的余数来判断这些数各排在哪个字母下面。

解：(1) $27 \div 4 = 6 \cdots 3$

(2) $84 \div 4 = 21$

(3) $301 \div 4 = 75 \cdots 1$

答：27 在字母 C 的下面，87 在字母 D 的下面，301 在字母 A 的下面。

例5 2008 年 1 月 1 日是星期二。

- (1) 该月的 22 日是星期几？
- (2) 2008 年的 6 月 1 日是星期几？
- (3) 2009 年的 1 月 1 日是星期几？

分析与解答

(1) 一星期 7 天，为一个周期，这类题在计算天数时，可采用“算头不算尾”或“算尾不算头”的方法。 $(22 - 1) \div 7 = 3$ ，没有余数，该月 22 日仍为星期二。

(2) 首先要能正确算出天数，要考虑平年或闰年的二月份天数。分段统计如下：

1 月 1 日—1 月 31 日 31 天

2月1日—2月29日 29天

3月1日—3月31日 31天

4月1日—4月30日 30天

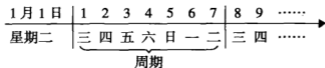
5月1日—5月31日 31天

6月1日 1天

$31 + 29 + 31 + 30 + 31 - 1 + 1 = 152$ (天)

$152 \div 7 = 21$ (周) $\cdots \cdots 5$ (天)

这个算式告诉我们, 6月1日在1月1日后的第21个星期后又5天, 再画一个示意图:



从这幅周期示意图上可以看出: 每个周期中的第5天所对应的是星期日。

(3) 因为2008年是闰年, 从2008年1月1日到2009年的1月1日共366天。 $366 \div 7 = 52$ (周) $\cdots \cdots 2$ (天), 所以2009年的1月1日应是第53周期中的第2天, 即星期四。

答: (1) 该月的22日是星期二。

(2) 2008年的6月1日是星期日。

(3) 2009年的1月1日是星期四。

小结

解答周期问题必须抓住以下两点:

1. 找准规律, 发现周期现象。

2. 把要求的数和某一周期的变化相对应, 可以准确快速地解决问题。



一 对应训练

- (1) 第 150 个数是多少?

- (2) 这 150 个数相加的和是多少?

3. 鼠、牛、虎、兔、龙、蛇、马、羊、猴、鸡、狗、猪 12 种动物依次代表各年的年号。如果公元 1 年是鸡年，那么公元 2000 年是什么年？

4. 假设所有的自然数排列起来，如下图所示，40 应排在哪个字母下面？95 应排在哪个字母下面？

A	B	C	D
1	2	3	4
5	6	7	8
9		
⋮			

5. 2002 年 5 月 1 日是星期三。
- (1) 该月 28 号是星期几？
 - (2) 该年的 6 月 1 日是星期几？
 - (3) 2004 年的 5 月 1 日是星期几？

变式训练

1. 有同样大小的红、白、黑三种颜色的珠子 180 个，按先 5 个红色，再 4 个白色，3 个黑色的顺序连续排列，如下图：

⊕⊕⊕⊕⊕○○○○●●●⊕⊕⊕⊕⊕○○○○●●●.....

试回答：(1) 黑珠共有几个？

(2) 第 158 个珠子是什么颜色？



2. 数字 1, 2, 3, 按 1223131232231312322313123……排列共 100 个, 最后一个是什么数字? 这排数字中共有多少个 1? 这 100 个数字的和是多少?

3. 如果时钟现在表示的时间是 18 点整, 那么分针旋转 1991 圈后, 是几点?

4. 2008 个学生按下列方法编号排成五列:

一 二 三 四 五

1 2 3 4 5

9 8 7 6

10 11 12 13

17 16 15 14

.....

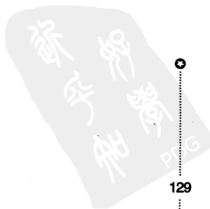
问: 最后一个学生应该站在第几列?



5. 1999 年 11 月 17 日是星期三。请问，这年的 2 月 6 日是星期几？

三 拔高训练

1. 100 个 2 连乘，积的个位数是几？
2. 某年的 10 月里有 5 个星期六，4 个星期日。问：这年的 10 月 1 日是星期几？





第十八讲

DISHIBAJIANG

还原问题

王老师家住在人民大道路口，学校在文化宫附近。她每天早晨坐3路车上班，汽车行驶的路线是：

人民大道路口→美丽华购物广场→人民公园→百货大楼→文化宫

下午下班回家时，王老师还是坐3路车回家，经过的路线是：

文化宫→百货大楼→人民公园→美丽华购物广场→人民大道路口

我们发现，王老师上班和下班经过的路程正好是相反的，我们可以把这个问题想象成下班时是在还原上班时走的路。

这是生活中的还原问题。其实数学中类似的还原问题也很多。比如：某数加上8，乘以8，减去8，除以8，结果还是8，问这个数是多少？这道题我们要是顺着题目条件的叙述去求解会感到很困难，但是如果改变思考的顺序，从结果开始，一步一步倒回去算，那么问题便容易解决了。我们称这种解题方法为倒推法，用倒推法来解决的问题称为还原问题。

同学们，看到这儿，你是不是觉得这类问题与众不同，挺有意思的？下面我们就来学习还原问题。



金牌例题

例1 某数加上8，乘以8，减去8，除以8，结果还是8，问这个数是多少？



分析与解答

根据题意，列出正面的流向图：

某数 \rightarrow 加上8 \rightarrow 乘以8 \rightarrow 减去8 \rightarrow 除以8 \rightarrow 结果是8

用倒推法帮助思考：

某数 \leftarrow 减去8 \leftarrow 除以8 \leftarrow 加上8 \leftarrow 乘以8 \leftarrow 结果是8

此题属于典型的还原问题，用逆运算倒推可得，结果8乘以8，加上8，再除以8，减去8就可得到这个数，所以可列出如下算式（结合图示理解）。

$$\begin{aligned}\text{解：} & (8 \times 8 + 8) \div 8 - 8 \\ & = 72 \div 8 - 8 \\ & = 9 - 8 \\ & = 1\end{aligned}$$

答：这个数是1。

例2 做一道整数加法题时，小马虎把个位上的6看做了9，把十位上的8看做了3，结果得出和为123，问正确的答案应该是多少？

分析与解答

把个位上的数6看做了9，使和增加了 $9 - 6 = 3$ ，把十位上的数8看做了3，使和减少了 $80 - 30 = 50$ ，因此，这道题归结为：某数加3，减50，得123，问某数是多少？要求某数，采用倒推法，也就是123加上50减去3。

$$\text{解：} 123 + (8 - 3) \times 10 - (9 - 6) = 170$$

答：正确答案是170。

例3 甲、乙、丙三人共有邮票180张，乙向甲借3张后，又送给丙5张，结果三人的邮票数相等。问：甲、乙、丙三人原来各有多少张邮票？

分析与解答

虽然甲、乙、丙三人之间将邮票借来借去，但邮票的总数180张没有变，由最后三人邮票数相等，可以求出每人都有邮票 $180 \div 3 = 60$ （张），根据题目条件，用倒推法可求出原来每个人的邮票数。



解: $180 \div 3 = 60$ (张)

甲原有: $60 + 3 = 63$ (张)

乙原有: $60 - 3 + 5 = 62$ (张)

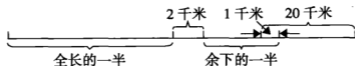
丙原有: $60 - 5 = 55$ (张)

答: 甲原来有 63 张邮票, 乙原来有 62 张邮票, 丙原来有 55 张邮票。

例 4 工人们修一段路, 第一天修的公路比全长的一半还多 2 千米, 第二天修的比余下的一半还少 1 千米, 还乘 20 千米没有修。公路的全长是多少千米?

分析与解答

从“第二天修的比余下的一半还少 1 千米, 还剩 20 千米”向前推算。如下图, 从图中可以看出, 剩下的 20 千米去掉 1 千米, 得到的 $20 - 1 = 19$ (千米), 正好等于第一天修后余下的一半, 第一天修后余下的是 $19 \times 2 = 38$ (千米)。再从“第一天修的公路比全长的一半还多 2 千米”向前推算, 第一天修后余下的 38 千米加上 2 千米, 得到的 $38 + 2 = 40$ (千米), 正好是公路全长的一半。那么, 公路的全长是 $40 \times 2 = 80$ (千米)。



解: 第一天修后余下的一半的长度为:

$$20 - 1 = 19 \text{ (千米)}$$

$$\text{第一天修后余下的部分有: } 19 \times 2 = 38 \text{ (千米)}$$

$$\text{全长的一半有: } 38 + 2 = 40 \text{ (千米)}$$

$$\text{公路全长为: } 40 \times 2 = 80 \text{ (千米)}$$

$$\begin{aligned} \text{综合算式: } & [(20 - 1) \times 2 + 2] \times 2 \\ & = (38 + 2) \times 2 \\ & = 40 \times 2 \\ & = 80 \text{ (千米)} \end{aligned}$$

答: 公路的全长是 80 千米。



例5 袋子里有若干个球，小明每次拿出其中的一半再放回一个球，这样共操作了5次，袋中还有3个球。问：袋中原有多少个球？

分析与解答

利用倒推法从第5次操作后向前倒推。第5次操作后有3个球，第4次操作后有球 $(3-1) \times 2 = 4$ （个），第3次……为了更简捷清楚，可以列表倒推。

解：

操作次数	袋中有球个数
第5次操作后	3
第4次操作后	$(3-1) \times 2 = 4$
第3次操作后	$(4-1) \times 2 = 6$
第2次操作后	$(6-1) \times 2 = 10$
第1次操作后	$(10-1) \times 2 = 18$
原来有球	$(18-1) \times 2 = 34$

所以原来袋中有34个球。

答：袋中原有34个球。

小结 XIAOJIE

解答还原问题一般采用倒推法，但应注意：

1. 从结果出发逐步向前一步一步推理，每一步运算都是原来运算的逆运算。
2. 列式时要注意运算顺序，正确使用括号。

对于若干个数的较复杂的还原问题，我们可以用列表倒推的方法，这样比较简捷清楚。



对应训练

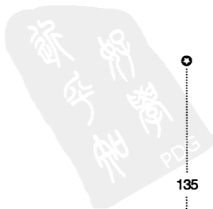
1. 一位老人说：“把我的年龄加上 14 后除以 3，再减去 26，最后用 25 乘，恰巧是 100 岁。”这位老人今年多少岁？
2. 小马虎在做一道整数减法时，把减数个位上的 1 看成了 7，把减数十位上的 7 看成了 1，结果得出的差是 444。正确的差应该是多少？
3. 书架有上、中、下三层，书架上一共放 120 本书，如果从上层取出 13 本放到中层，从中层又取出 25 本放到下层，结果上、中、下三层存放的书刚好相等。问书架上、中、下三层原来各有多少本书？



4. 百货商店出售彩色电视机，上午售出总数的一半多 20 台，下午售出剩下的一半多 15 台，还剩 75 台。店里原有彩色电视机多少台？
5. 小船送一批学生过河，每次都送岸上总人数的一半，然后回岸时带回一名学生帮忙，这样共运送了 5 次，岸上还有 5 位同学。问：原来有多少学生？

变式训练

1. 有一个数，把它加上 37，再乘以 18，减去 323，得到的结果用 23 去除，商是 16，余数是 11，那么原来的那个数是多少？





2. 两个数的和是 128，一位学生在计算时将其中一个加数个位上的 0 漏掉了，结果算出的和是 56，这两个加数各是多少？

3. 图书角上、下两层书架上一共有 100 本书，从上层借走 14 本后，再从下层中拿出 10 本放入上层，这时两层书的本数同样多。上、下两层书架原来各有多少本书？

4. 一捆电线，第一次用去全长的一半多 3 米，第二次用去余下的一半少 10 米，第三次用去 15 米，最后还剩 7 米。这捆电线原有多少米？



5. 有一个卖桃子的人，拿了一篮桃子到各家销售。到第一家，先尝一个，然后买去所余下的一半；到第二家，又是先尝一个，再买去所余下的一半；到第三家，还是先尝一个，买去所余下的一半。这时篮子里还剩下 35 个桃子，原来这篮桃子共有多少个？

▣ 拔高训练

1. 甲、乙、丙三人有不等的存款。如果甲给乙 40 元，乙给丙 30 元，丙给甲 20 元，丙给乙 70 元，这样三人各有 500 元。甲、乙、丙三人原来各有存款多少元？
2. 书架分上、中、下三层，一共放 192 本书，现在先从上层取出与中层同样多的书放到中层，又从中层取出与下层同样多的书放到下层，再从下层取出与上层剩下的同样多的书放到上层，这时三层所放的书同样多。问：这个书架原来上、中、下三层各有多少本书？



第十九讲

DISHIJIUJIANG

逻辑推理问题

逻辑问题是一类非常规的数学问题，不需要过多的计算，甚至一点儿也不需要计算，只需对问题分析、综合、判断、推理论证。运用逻辑推理时，要有条理，要从众多条件中理清头绪，选准突破口，以事实为根据，使问题水落石出，像这样有根有据的推理过程就叫做“逻辑推理”。

有这样一个故事，讲的是山区一户穷人家，有两个儿子都很爱学习，因为家境困难，只能供一个人外出求学，另一人留在家里劳动，于是用抓阄的方式来决定去留。好心的哥哥决定把学习深造的机会让给弟弟，就想出了一个办法，在两个阄上都写上“上学”的字样，然后自己先抓，抓到后一看立即假装生气地把纸阄撕得粉碎，然后弟弟顺理成章地凭剩下的那个阄上“上学”的字样外出读书去了。家里人都没看见哥哥抓的那张阄，却按常理推断那张阄上一定是“留下”的字样，聪明、好心的哥哥就是应用简单的逻辑知识完成了自己的心愿。

同学们，听了这个感人的故事，你是否对逻辑推理的问题有了初步的了解？下面，我们将学习这类问题的一些知识和方法。



金牌例题

例1 “六一”儿童节这天，小红、小欣、小岚都穿着新的连衣裙去参加游园会，她们穿的裙子一个是花的、一个是白的、一个是蓝的。只知道小岚没有穿蓝裙子，小红既不穿蓝裙子，也不穿花裙子，请你开动脑筋，回答：

穿白裙子的叫_____，
穿蓝裙子的叫_____，
穿花裙子的叫_____。

分析与解答

在所给的条件中，“小红既不穿蓝裙子，也不穿花裙子，”是个关键条件。因为3个人穿的裙子只有花、白、蓝3种颜色，因此，排除蓝、花两种颜色，小红只能穿白色裙子。又因“小岚没有穿蓝裙子”，结合已推断出的“小红穿白色裙子”，因此小岚只能穿花裙子。3种颜色中已确定了两种，剩下的小欣必定穿蓝裙子。

答：穿白裙子的叫小红，穿蓝裙子的叫小欣，穿花裙子的叫小岚。

例2 丁明、王胜、李平三名同学中，有一名同学是北京人，当老师问他们三人谁是北京人时：

丁明说：王胜是北京人。

王胜说：我不是北京人。

李平说：我不是北京人。

如果他们三人中有两个说的是假话，有一人说的是真话，你能判断谁是北京人吗？

分析与解答

如果丁明是北京人，则丁明说的是假话，王胜和李平说的是真话，这与三人中有两人说假话，一人说真话的条件不符，所以丁明不是北京人。

如果王胜是北京人，则丁明和李平说的都是真话，与两人说假话，一人说真话不符，所以王胜不是北京人。

如果李平是北京人，则王胜说的是真话，丁明和李平说的是假话，这与两人说假话，一人说真话的条件相符合，所以李平是北京人。

答：李平是北京人。

例3 有一个正方体，每个面上分别写着数字1，2，3，4，5，



6. 从三个不同的角度观察的结果如图所示。问：这个正方体每个数字对面各是什么？



(1)



(2)



(3)

分析与解答

要直接考虑数字1对面是什么数，比较困难，我们可以换一种思考的方式，先将1对面不是的数字提出来。从图(1)中看出1对面不是2和3，又从图(3)中看出1对面不是4和6，那么1对面只能是5。从图(2)中看出4对面不是3和5，从图(3)中看出4对面不是1和6，那么4对面只能是2。用相同的方法得出3对面是6。

答：这个正方体1对面是5，2对面是4，3对面是6。

例4 某小学设有舞蹈队、民乐队、合唱队。请你根据下面的条件判断甲、乙、丙三人各参加了什么队？

- (1) 甲没有参加民乐队；
- (2) 丙没有参加合唱队；
- (3) 每人参加两个队；
- (4) 每个队有甲、乙、丙中的两个人。

分析与解答

要考虑三个人参加三个队的情况，每个人不只参加一个队，关系比较复杂，我们可以利用简单的表格把已知条件反映出来。表中把三个队放在第一行中，甲、乙、丙三人放在第一列。

	民乐队	合唱队	舞蹈队
甲	×	√	√
乙	√	√	×
丙	√	×	√

条件(1)在表中用甲所在行与民乐队所在的列的交叉点处的

“×”来表示，这样由条件(3)知甲参加了合唱队和舞蹈队，则在甲所在行的第二列、第三列格中画“√”。同样，由(2)在表中第四行第二列格中画“×”，那么第四行的另两个空格中就可以画“√”了，再由条件(4)，表中第三行第一列处画“√”，第二列处画“√”，第三列处画“×”。这样根据已知条件逐步完成表格的填写，也就得到了所需的结论。

答：甲参加合唱队和舞蹈队，乙参加民乐队和合唱队，丙参加民乐队和舞蹈队。

例5 学校举行数学竞赛，A、B、C、D、E五位同学进入前5名，他们猜测各人的名次如下：

A：B第三名，C第五名

B：D第二名，E第四名

C：A第一名，E第四名

D：C第一名，B第二名

E：D第二名，A第三名

老师说他们各猜对了一半。你能推算出他们的名次吗？

分析与解答

我们可以根据“他们各猜对了一半”这一条件，列表进行分析推理。

	一	二	三	四	五
A			B [×]	←	C [√]
B		D [×]	→	E [√]	
C	A [×]				E [√]
D	C [×]	←	B [√]		
E		D [×]	→	A [√]	

(1) 从表中可以看出，第五名只有C，所以A猜B第三名猜错。

(2) 由B第三名错可知，B只能是第二名，D第二名错。

(3) 由D第二名错可知，E第四名对，A第一名错。

(4) 由A第一名错可知，A第三对。

(5) 剩下的D是第一名。



答：前五名同学的顺序依次是：D、B、A、E、C。

小结

XIAOJIE

解决逻辑推理问题的方法是：充分利用已知条件，找准解题突破口，运用推理的一些方法，找出正确答案。具体有以下几种方法：

1. 假设法：首先假设某种结果的正与误，产生矛盾后得出结论的正与误。
2. 排除法：找准突破口，逐个排除，缩小判断的范围。
3. 图解法：利用图形，形象、直观地帮助我们分析、解答。
4. 列表法：借助列表，使已知条件一目了然，便于统计、分析。



金牌训练

一 对应训练

1. 李明、张强、王军三人中，一位是教师，一位是公务员，一位是医生。现在知道，王军比医生年龄大，李明和公务员不同岁，公务员比张强年龄小。谁是教师，谁是公务员，谁是医生？



2. 甲、乙、丙三人中只有1人会开汽车，甲说：“我会开。”乙说：“我不会开。”丙说：“甲不会开。”三人的话只有一句是真话，会开车的是_____。

3. 有一个正方体，每个面分别写上汉字：为、奥、运、添、光、彩。三个人从不同角度观察的结果如下图所示。问：这个正方体的每个汉字的对面各是什么字？



(1)



(2)



(3)

4. 甲、乙、丙三人各自参加学校组织的足球队、合唱队、鼓号队，根据下列条件，判断他们各自参加什么队。
- (1) 甲不参加鼓号队；
 - (2) 丙不参加合唱队；
 - (3) 每人参加两队；
 - (4) 每个队中有两个人。



5. 四年级有甲、乙、丙、丁四个班进行体操比赛，小明、小刚、小强对比赛结果进行了预测。

小明说：“我看甲班只能得到第三名，丙班能得冠军。”

小刚说：“丙班只能得第二名，至于第三名，我看是乙班。”

小强说：“丁班第二，甲班第一。”

比赛结束后，发现他们都只说对了一半，你能知道比赛结果吗？

变式训练

1. 小刚、小飞、小军三人进行跳远比赛，有人问他们赛后的结果。

小刚说：我第一。

小飞说：我是第二。

小军说：我不是第一。

他们中有一个人说了假话，只要你开动脑筋，一定能猜出他们各得了第几名。



2. 老师问 A 、 B 、 C 三个人年龄，

A 说：“我 12 岁，比 B 小 2 岁，比 C 大 1 岁。”

B 说：“我不是年龄最小的， C 和我差 3 岁， C 15 岁。”

C 说：“我比 A 小， A 13 岁， B 大 A 3 岁。”

三人说的话中，都有一句是错的，这三人各几岁？

3. 四个相同的正方体木块，按相同的顺序在上面写上数字 1, 2, 3, 4, 5, 6。把它们拼成一个长方体。如图所示。试回答：1 的对面写的是几？2 的对面写的是几？5 的对面写的是几？





4. 江波、潘锋、刘荣 3 位老师共同担任四（1）班语文、数学、外语、体育、音乐、美术 6 门课的老师，每人教两门。现知道：

- （1）外语老师和数学老师是邻居；
- （2）潘锋最年轻；
- （3）江波喜欢和体育、数学老师交流；
- （4）体育老师比语文老师年龄大；
- （5）潘锋、音乐老师、语文老师 3 人经常一起去游泳。

你能说出 3 人分别教哪两门课吗？

5. A 、 B 、 C 、 D 在谈论他们及他们的同学 E 的居住地：

A 说：“我住在北京， B 住在北京， C 住在天津。”

B 说：“我住在上海， D 住在上海， C 住在天津。”

C 说：“我不住在北京， A 不住在北京， E 住在南京。”

D 说：“ A 住在北京， B 住在北京，我住在广州。”

假设他们每个人都说了两句真话，一句假话。问：不在场的 E 住在哪里？



三 拔高训练

1. 有 8 个编号为①~⑧号的球，其中 6 个一样重，另外两个球都轻 1 克，为了找到这两个轻球，用天平称了 3 次，结果如下：

第一次：①+②比③+④重；

第二次：⑤+⑥比⑦+⑧轻；

第三次：①+③+⑤与②+④+⑧一样重。问：这两个轻球是几号？

2. 甲、乙、丙、丁四人分别获数学、英语、语文和逻辑学四个学科的奖学金，但他们都不知道自己获得的是哪一门奖学金，他们相互猜测：

甲说：“丁得逻辑学奖学金。”

乙说：“丙得英语奖学金。”

丙说：“甲得不到数学奖学金。”

丁说：“乙得语文奖学金。”

最后发现，数学和逻辑学的获奖者所作的猜测是正确的，其他两人都猜错了。那么他们各都得的是哪门学科的奖学金？



第二十讲

DIERSHUIJIANG

合理安排

同学们，“田忌赛马”的故事，你一定听说过吧！战国时期，齐国有一位将军叫田忌，他与齐威王赛马。他们把马分为上、中、下三等进行比赛，结果田忌赛马连输三场。这时，齐国的军事家孙臆为田忌献策，重新安排了一种马的出场顺序：用田忌的下等马对齐威王的上等马，用田忌的上等马对齐威王的中等马，再用田忌的中等马对齐威王的下等马。结果使田忌以 2:1 获胜，巧妙地赢得了比赛。故事中孙臆怎样合理安排三种马的出场顺序，其实就是一个“统筹规划”问题。

在日常生活学习和生产、工作中经常遇到一些事情需要我们要进行合理的安排，既要在某一段时间内做好几件事情或完成各项任务，还要考虑尽可能精打细算，节省时间、人力和物力，从而发挥出最大的效率，华罗庚爷爷生前就非常重视对这一类问题的研究。

统筹规划问题包含的内容很多，研究这类问题有助于提高我们的思维能力。下面我们将通过一些同学们可以理解的例子帮助大家掌握统筹安排的方法。



金牌例题

例 1 甲、乙、丙三人各拿一个水壶排队打热水，他们打满一壶水的时间分别是：4 分钟，3 分钟，2 分钟。现在只有一个热水口，怎样安排这三个人的先后顺序，才能使他们花的总时间最少？按照这种顺序，三人各用时多少分钟？总计用时多少分钟？



分析与解答

当第一个人接水时，包括他本人在内一共有3人在等；当第二个人接水时，一共有2人在等；当第三人接水时，只有他1人在等。

如果让用时最多的甲先接水，则在他接水时有3个人要等4分钟，一共要等12分钟；如果让甲排在第二，则在他接水时有2个人要等4分钟，一共要等8分钟；如果让甲排在最后，则只有他1个人要等4分钟，显然第三种方法是最节省时间的。

由此可见，我们只有尽量让用时少的人排在前面，才能使其他人陪等的时间降到最低。

解：按照丙→乙→甲的顺序打水所花费的总时间最少。

丙共用时：2分钟

乙共用时： $2+3=5$ （分钟）

甲共用时： $2+3+4=9$ （分钟）

三人总计用时： $2+5+9=16$ （分钟）

答：按照丙、乙、甲的顺序打水花的总时间量少，甲用时9分钟，乙用时5分钟，丙用时2分钟，总计用时是16分钟。

例2 小明的妈妈做午饭，她准备烙3个饼。她用的平底锅一次只能放两个饼，每个饼烙1面要1分钟，那么烙完3个饼最少要几分钟呢？

分析与解答

有的小朋友可能会这样想：先把两个饼放在锅内，烙完1个面要1分钟，两个面就要2分钟，然后把第3个饼放入，烙熟也要两分钟，所以烙完3个饼要 $2+2=4$ （分钟）。其实，这不是最快的。我们可以这样烙，先把两个饼放入锅内，烙熟1个面要1分钟，此时拿出1个饼，把另1个饼翻个个儿，把第3个饼放入锅内，过了1分钟后，其中一个饼熟了，拿出来，把刚才拿出来的饼放回，与第3个饼同时烙没有熟的那一面，所以只需要3分钟就能烙熟3个饼。

答：烙完3个饼最少要3分钟。

例3 小明清早起来洗脸、刷牙、叠被子需要8分钟，做保健操需要6分钟，洗杯子、拿奶粉又需2分钟，烧开水需要15分钟。请你安排一下做这几件事情的顺序，使小明尽快地喝到牛奶共需

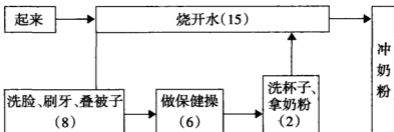


要几分钟?

分析与解答

如果按照题目的叙述顺序去做每件事,那么共需要用 $8+2+6+15=31$ (分钟)。但这样做我们不难发现:在烧开水的 15 分钟里,小明未做其他事情,因此可以充分利用这段时间,同时做其他的事情。

所以小明起来后先烧开水,同时可以做其他几件事情,作图如下:



解:按照上图的顺序流程图,小明做完这几件事情需要的时间是: $8+6+2=16$ (分钟)

答:使小明尽快地喝到牛奶总共需要 16 分钟。

例 4 一个木盒中有 101 个塑料球,甲、乙两人轮流从中取球,但每人每次只能从中取走 1 个球或 2 个球,谁能先取得木盒中最后一个球就是谁赢。甲应该怎么做,才能确保自己取到最后一个球?

分析与解答

由于每人每次可取 1 个球或 2 个球,当甲取 1 个球时,乙最多可取 2 个球;反过来,当乙取 1 个球时,甲最多可取 2 个球。因此,我们可以把 3 个球作为一组,这时,我们看 101 个球中有多少组:

$$101 \div 3 = 33 \cdots 2$$

从算式中可看出,101 个球可分成 33 组,剩余 2 个球。

这时,为了确保取胜,甲应争取先取,并取 2 个球。然后,乙如果取 1 个,甲就取 2 个;乙如果取 2 个,甲就只取 1 个,确保两人各取一次后一共取走 3 个球。这样,甲就必会取胜。

解: $101 \div (2+1) = 33 \cdots 2$

答:甲应先取 2 个球;然后,乙如果取 1 个,甲就取 2 个,乙如果取 2 个,甲就取 1 个。这样能确保自己取到最后一个球。

例5 A 、 B 两个货场分别有水泥100吨、90吨，甲、乙两个工地分别需要80吨、70吨水泥，从 A 、 B 两个货场每运1吨水泥到工地的运费如下表，如何安排才能使运费最节约？最少是多少元？

运费(元) 起点 \ 终点	甲	乙
	甲	乙
A	6	9
B	8	12

分析与解答

A 、 B 两个货场共有水泥 $100 + 90 = 190$ (吨)，甲、乙两个工地需要水泥 $80 + 70 = 150$ (吨)，供应量与需求量不相等，我们可通过比较运输中的差价来找出运费最少的方法。从表中我们可以知道，同样运往甲地， A 、 B 的差价2元，运往乙地， A 、 B 的差价3元，运往乙地差价最大，所以应将 A 货场的水泥运往乙工地70吨，余下的30吨运往甲工地， B 货场运50吨到甲工地，这样运费最少。

解： A 货场： $70 \times 9 + (100 - 70) \times 6 = 810$ (元)

B 货场： $[80 - (100 - 70)] \times 8 = 400$ (元)

$810 + 400 = 1210$ (元)

答：将 A 货场水泥往乙地运70吨，余下30吨运往甲地； B 货场50吨水泥运往甲地，运费最节约。最少是1210元。

小结

XIAOJIE

在日常生活中，为了提高工作效率，就要将所做的工作进行统筹规划，使所用的时间最少，或花的费用最少，或用的材料最少，等等，这就是合理安排的问题。解决这类问题，要根据题意同时安排好先做什么，再做什么，从而找到最佳方案。在确定最佳方案的过程中，要注意采取调整、比较的思想，尝试探索的方法。



一 对应训练

1. 小强、小刚、小华三位同学同时到达学校医务室，等候医生治疗。小强擦紫药水只要 1 分钟，小刚拆伤口线需要 5 分钟，小华换纱布需要 3 分钟，医生如何安排三人的治疗顺序，才能使他们留在医务室的时间总和最短？
2. 伙计做掉渣烧饼，锅上只能同时放两个大饼，烙熟饼的一面需要 3 分钟，现在需要烙熟三个饼，最少需要多少分钟？
3. 家里来客人了，明明主动承担了烧水沏茶的工作。洗水壶要用 1 分钟，烧开水要用 15 分钟，洗茶壶要用 1 分钟，洗茶杯要用 1 分钟，拿茶叶要用 2 分钟，为了使客人早点喝上茶，按你认为最合理的安排，多少分钟就能沏茶了？



4. 有 200 枚围棋子放在盒子里，甲、乙两人轮流各取 1 枚或 2 枚，取到最后一枚者为胜。先取者有必胜的秘诀，首先取几枚才能保证必胜？

5. A 、 B 两个粮店分别有大米 80 吨、60 吨，甲、乙两个居民点分别需要 50 吨和 90 吨大米。从 A 、 B 两个粮店每运 1 吨大米到两个居民点的运费如下表所示，运费最少需多少元？

运 费 发 站 \ 到 站	甲	乙
	甲	乙
A	5 元	7 元
B	6 元	11 元

变式训练

1. 甲、乙、丙、丁四人同时到一水龙头用水，甲洗拖把需用 3 分钟，乙洗抹布需用 1 分钟，丙洗桌布需用 10 分钟，丁打水需用 2 分钟。怎样安排四人用水的顺序，使他们所花的总时间最少？最少时间是多少分钟？



2. 一只平底烧锅一次能煎两张饼，用它煎 1 张饼需要 2 分钟（正反面各 1 分钟）。小红的妈妈煎了 11 张饼，结果只用了 11 分钟。你知道她是怎样做的吗？

3. 早饭前，妈妈烧开水要用 12 分钟，擦桌椅要用 6 分钟，准备暖瓶和灌开水各用 1 分钟，去买油条要用 10 分钟，煮牛奶要用 8 分钟，并且灶台上只有一个火头。妈妈怎样安排才能使所用时间最短？是多少分钟？

4. 有两堆相等的棋子，甲、乙两人轮流在其中任意一堆里取，数量不限制，但是不能不取，谁取到最后一枚棋子为胜。如果甲先取，他一定能获胜吗？



5. A 、 B 两个粮店，分别有大米 90 吨、80 吨，甲、乙、丙三个居民点分别需要 40 吨、50 吨、60 吨大米，从 A 、 B 两个粮店每运 1 吨大米到三个居民点的运费如下表所示。如何调运才能使运费最少？最少为多少元？

运 费 到站 发站	甲	乙	丙
A	3 元	7 元	2 元
B	5 元	10 元	3 元

三 拔高训练

1. 在一条公路上每隔 50 千米有 1 个粮库，共 4 个粮库。甲粮库存有 10 吨粮食，乙粮库存有 20 吨粮食，丁粮库存有 50 吨粮食，丙粮库是空的。现在想把所存的粮食集中放在一个粮库中，如果每吨粮食运 1 千米要 1 元的运费，那么最少要花多少运费才行？





2. 有一个93人的旅游团，其中男47人，女46人，住到一个旅馆里。旅馆里有可住11人、7人、4人的三种房间，经过服务员的安排，这个旅游团的男、女分别住在不同的房间里，而且每个房间都按原定人数住满了旅游团的成员。服务员最少用了多少个房间？



参考答案

第一讲 找规律

一、对应训练

1. (1) 15 (2) 17, 25 (3) 9, 9 (4) 2, 10, 2, 12
2. (1) 48, 96 (2) 128 (3) 13, 14 (4) 22, 29
3. (1) 26, 42 (2) 3, 1 (3) 256 (4) 108
4. (1) 18, 21 (2) 12, 17 (3) 33, 11 (4) 20, 4



二、变式训练

1. (1) 37, 25 (2) 54, 486 (3) 13, 3 (4) 10, 12
2. (1) 24 (2) 112 (3) 5 (4) 13, 19
3. (1) 4, 3 (2) 36, 38 (3) 256 (4) 81, 6
4. (1) $2 \times 3 + 4 = 10$ $5 \times 8 + 11 = 51$ $12 \times 6 + (18) = 90$
 (2) $1 \times 4 \times 5 = 20$ $2 \times 3 \times 6 = 36$
 $3 \times 5 \times 2 = (30)$ $7 \times 8 \times (1) = 56$
 (3) $2 \times 3 \times 4 \div 2 = 12$ $5 \times 6 \times 3 \div 2 = 45$ $2 \times 4 \times 7 \div 2 = (28)$
 (4) $(2 + 5 + 8) \times 2 = 30$ $(1 + 4 + 3) \times 2 = 16$
 $(9 + 7 + 6) \times 2 = 44$ $(8 + 3 + 5) \times 2 = (32)$

5. 提示: (1) 图中的四个图形位置是按照顺时针方向旋转的。

(2) 圆形的阴影部分是按顺时针方向依次旋转 90° 得到的, 所以第四幅图中圆形阴影部分应在圆形的左上角。

(3) 正方形的阴影部分是按逆时针方向依次旋转 90° 得到的, 所以第四幅图中正方形阴影部分应在它的上方。

(4) 三角形的方向是按逆时针方向依次旋转 90° 得到的, 所以第四幅图中三角形应向右。

(5) 半圆形的方向是按顺时针方向依次旋转 90° 得到的, 所以第四幅图中半圆形的圆弧应向左。



解:



三、拔高训练

1. (1) 在 9 和 17 之间添上 13, 则这列数后一个数减前一个数的差都是 4。
 (2) 去掉 9, 则这列数具有如下规律: $5 - 1 = 4$, $21 - 17 = 4$, $29 - 25 = 4$, 或者去掉 17, 因为 $1 + 29 = 5 + 25 = 9 + 21$

2.

4	7
11	77

5	8
13	104

第二讲 算式谜

一、对应训练

1. (1)
$$\begin{array}{r} 7 \quad 6 \quad (6) \quad 5 \\ + \quad (5) \quad 4 \quad 7 \\ \hline (8) \quad 2 \quad 1 \quad (2) \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} 6 \quad (7) \quad (6) \\ + \quad 2 \quad (4) \quad 1 \quad 5 \\ \hline (3) \quad 0 \quad 9 \quad 1 \end{array}$$

2. (1)
$$\begin{array}{r} \boxed{8} \quad 4 \quad 3 \\ \times \quad 3 \\ \hline 2 \quad 5 \quad \boxed{2} \quad 9 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} \boxed{2} \quad 8 \quad 7 \\ \times \quad \boxed{2} \quad \boxed{5} \\ \hline 1 \quad \boxed{4} \quad 3 \quad \boxed{5} \\ \boxed{5} \quad \boxed{7} \quad \boxed{4} \\ \hline \boxed{7} \quad 1 \quad \boxed{7} \quad \boxed{5} \end{array}$$

3. (1)
$$\begin{array}{r} 8 \quad 2 \\ 9 \overline{) \boxed{7} \boxed{4} \boxed{1}} \\ \underline{\boxed{7} \quad \boxed{2}} \\ \boxed{2} \quad 1 \\ \underline{\boxed{1} \quad \boxed{8}} \\ \boxed{3} \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} 1 \quad 6 \\ 39 \overline{) \boxed{6} \boxed{2} \boxed{4}} \\ \underline{\boxed{3} \quad \boxed{9}} \\ \boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4} \\ \underline{\boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4}} \\ 0 \end{array}$$

4. (1) $(2+2) \times (2-2) = 0$ (2) $(2-2) \times (2+2) = 0$
 (3) $(2-2) \div (2+2) = 0$ (4) $(2-2) \div 2 \times 2 = 0$
 5. $9 + 8 + 7 + 65 + 4 + 3 + 2 + 1 = 99$
 或 $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 43 + 21 = 99$

二、变式训练

1. (1) $A=6 \quad B=5 \quad C=0 \quad D=1$
 (2) $A=1 \quad B=0 \quad C=9 \quad D=8$
 2. (1) $A=1 \quad B=0 \quad C=8 \quad D=9$
 (2) $A=3 \quad B=8$

$$\begin{array}{r}
 3. (1) \quad \begin{array}{r} \boxed{6} \boxed{9} \\ 9 \boxed{3} \overline{) \boxed{6} \boxed{4} \boxed{1} \boxed{7}} \\ \underline{5 \ 5 \ \boxed{8}} \\ \boxed{8} \boxed{3} \boxed{7} \\ \underline{\boxed{8} \boxed{3} \boxed{7}} \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (2) \quad \begin{array}{r} \boxed{8} \boxed{6} \\ \boxed{1} \boxed{6} \overline{) \boxed{1} \boxed{3} \boxed{7} \boxed{6}} \\ \underline{\boxed{1} \boxed{2} } \\ \boxed{9} \boxed{6} \\ \underline{ \boxed{9} \boxed{6}} \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 4. & (5+5) \div (5+5) = 1 & 5 \div 5 + 5 \div 5 = 2 \\
 & (5+5+5) \div 5 = 3 & (5+5) \div (5 \div 5) = 10 \\
 5. & \boxed{1} \boxed{5} \boxed{8} \div \boxed{7} \boxed{9} = \boxed{4} - \boxed{2} = \boxed{6} \div \boxed{3}
 \end{aligned}$$

三、拔高训练

1. 提示：已知“运”=9，“运”乘“运”，即 $9 \times 9 = 81$ ，因此可知“强”=1，这个竖式的乘积为111111111，根据乘除法各部分之间的关系，用 $111111111 \div 9 = 12345679$

1 2 3 4 5 6 7 9

$$\begin{array}{r}
 \text{列式为：} \quad \times 9 \\
 \hline
 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1
 \end{array}$$

2. 提示：除号只能填在 $6 \square 2$ 或 $8 \square 4$ 或 $5 \square 1$ 中，乘号不能填在 $7 \square 3$ 中，然后再试。

$$5 \times 1 = 5 \quad 6 \div 2 = 3 \quad 7 - 3 = 4 \quad 8 + 4 = 12$$

$$3 + 12 = 15, \text{ 所以乘积是 } 12 \times 5 = 60.$$

第三讲 速算与巧算（一）

一、对应训练

$$\begin{aligned}
 1. (1) \quad & 625 + 187 + 375 \\
 & = (625 + 375) + 187 \\
 & = 1000 + 187 \\
 & = 1187
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & 542 + 97 + 203 \\
 & = 542 + (97 + 203) \\
 & = 542 + 300 \\
 & = 842
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. (1) \quad & 467 - 125 - 275 \\
 & = 467 - (125 + 275) \\
 & = 467 - 400 \\
 & = 67
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & 1354 - (181 + 354) \\
 & = 1354 - 354 - 181 \\
 & = 1000 - 181 \\
 & = 819
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. (1) \quad & 536 - 198 \\
 & = 536 - 200 + 2 \\
 & = 336 + 2 \\
 & = 338
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & 1287 + 997 \\
 & = 1287 + 1000 - 3 \\
 & = 2287 - 3 \\
 & = 2284
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. (1) \quad & 1823 + 92 - 823 \\
 & = 1823 - 823 + 92 \\
 & = 1000 + 92 \\
 & = 1092
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & 723 - 92 + 277 \\
 & = 723 + 277 - 92 \\
 & = 1000 - 92 \\
 & = 908
 \end{aligned}$$



5. (1) $1308 - (308 - 169)$

$= 1308 - 308 + 169$

$= 1000 + 169$

$= 1169$

(3) $1256 - 787 + 287$

$= 1256 - (787 - 287)$

$= 1256 - 500$

$= 756$

(2) $583 + (417 - 358)$

$= 583 + 417 - 358$

$= 1000 - 358$

$= 642$

(4) $376 + 1723 - 723$

$= 376 + (1723 - 723)$

$= 376 + 1000$

$= 1376$

二、变式训练

1. 提示: 根据加法交换律和结合律, 使能凑成整百、整千的数先相加, 便可使计算简便。

(1) $147 + 369 + 353 + 631$

$= (147 + 353) + (369 + 631)$

$= 500 + 1000$

$= 1500$

(2) $32 + 81 + 157 + 19 + 68$

$= (32 + 68) + (81 + 19) + 157$

$= 100 + 100 + 157$

$= 357$

2. 提示: 根据减法的运算性质或反过来应用减法的性质。

(1) $853 - 39 - 153 - 161$

$= 853 - 153 - (39 + 161)$

$= 700 - 200$

$= 500$

(2) $5613 - (613 + 261) - 239$

$= 5613 - 613 - (261 + 239)$

$= 5000 - 500$

$= 4500$

3. 提示: 可以用“转化”的方法, 把接近整百、整千的加数或减数看成整百、整千的数。如果多加了几就减几, 多减了几就加几。

(1) $95 + 98 + 99$

$= 100 - 5 + 100 - 2 + 100 - 1$

$= 100 + 100 + 100 - (5 + 2 + 1)$

$= 300 - 8$

$= 292$

(2) $4527 - 995 - 998$

$= 4527 - 1000 + 5 - 1000 + 2$

$= 4527 - (1000 + 1000) + (5 + 2)$

$= 2527 + 7$

$= 2534$

4. 提示: 在加减混合运算中, 交换要连同符号一起交换, 再根据加法的运算定律或减法性质可以使计算简便。

(1) $656 - 289 + 144 - 111$

$= (656 + 144) - (289 + 111)$

$= 800 - 400$

$= 400$

(2) $1256 + 125 + 875 - 256$

$= (1256 - 256) + (125 + 875)$

$= 1000 + 1000$

$= 2000$

5. (1) $745 + (672 - 545) - 572$

$= (745 - 545) + (672 - 572)$

$= 200 + 100$

$= 300$

(2) $537 - (543 - 163) - 57$

$= (537 + 163) - (543 + 57)$

$= 700 - 600$

$= 100$

(3) $756 - 576 + 376 + 244$

$= (756 + 244) - (576 - 376)$

$= 1000 - 200$

$= 800$

(4) $659 + 427 - 727 - 159$

$= (659 - 159) - (727 - 427)$

$= 500 - 300$

$= 200$

三、拔高训练

1. (1) 提示：题目中没有能够直接凑整十、整百、整千……的数，但是有些数很接近，我们可以把整数3分解成2+1，分别加到它前面的数上凑整。

$$\begin{aligned} & 9998 + 3 + 99 + 998 + 3 + 9 \\ &= 9998 + 2 + 1 + 99 + 998 + 2 + 1 + 9 \\ &= (9998 + 2) + (1 + 99) + (998 + 2) + (1 + 9) \\ &= 10000 + 100 + 1000 + 10 \\ &= 11110 \end{aligned}$$

- (2) 提示：在涉及所有数字都是9的计算中，我们也可通过借数或相减凑整，此题我们可以把每个数都转化成整十数减1，如将99999化成100000-1来计算。

$$\begin{aligned} & 9 + 99 + 999 + 9999 + 99999 \\ &= (10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + (10000 - 1) + (100000 - 1) \\ &= 10 + 100 + 1000 + 10000 + 100000 - 5 \\ &= 111110 - 5 \\ &= 111105 \end{aligned}$$

2. (1) 提示：仔细观察算式，这些数都接近80，我们称为“基数”，先把这些数都做80相加，原先比80大的大多少，再加多少，原先比80小的小多少，再减多少。

$$\begin{aligned} & 75 + 86 + 83 + 72 + 78 + 80 + 81 + 79 + 87 \\ &= 80 \times 9 + (6 + 3 + 1 + 7) - (5 + 8 + 2 + 1) \\ &= 720 + 17 - 16 \\ &= 721 \end{aligned}$$

- (2) 提示：此题运用加法的交换律与结合律：如： $(1+9) + (9+1) + (2+8) + (8+2) + \dots + (5+5) + 10$ ，实际上是10个10相加。

$$\begin{aligned} & 1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10 + 9 + \dots + 3 + 2 + 1 \\ &= (1+9) + (9+1) + (2+8) + (8+2) + (3+7) + (7+3) + (4+6) + (6+4) + (5+5) + 10 \\ &= \underbrace{10 + 10 + 10 + \dots + 10}_{10 \text{ 个 } 10 \text{ 相加}} \\ &= 100 \end{aligned}$$

第四讲 速算与巧算 (二)

一、对应训练

- (1) 3800 (2) 29000
- (1) 8400 (2) 9600
- (1) 101 (2) 3
- (1) 366 (2) 728
- (1) 500 (2) 16



二、变式训练

1. 提示：在第（1）题连乘算式中，先把 125 和 8 相乘得 1000，同时把 25 和 4 相乘，可以得到 100，再把 1000 和 100 相乘即可。第（2）题先将题中的 16 分解成 8×2 ，然后 8 与 125 相乘得 1000，2 与 5 相乘可以得 10，最后将 1000 与 10 相乘得 10000。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 125 \times 25 \times 8 \times 4 \\
 &= (125 \times 8) \times (25 \times 4) \\
 &= 1000 \times 100 \\
 &= 100000 \\
 (2) \quad & 125 \times 16 \times 5 \\
 &= 125 \times (8 \times 2) \times 5 \\
 &= (125 \times 8) \times (2 \times 5) \\
 &= 1000 \times 10 \\
 &= 10000
 \end{aligned}$$

2. 提示：（1）根据乘法分配律可以计算。（2）将题中的 98 看成 $(100 - 2)$ ，然后再根据乘法分配律的推广，可以使这道题计算简便。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 125 \times (80 + 8) \\
 &= 125 \times 80 + 125 \times 8 \\
 &= 10000 + 1000 \\
 &= 11000 \\
 (2) \quad & 36 \times 98 \\
 &= 36 \times (100 - 2) \\
 &= 36 \times 100 - 36 \times 2 \\
 &= 3600 - 72 \\
 &= 3528
 \end{aligned}$$

3. 提示：根据除法的运算性质，一个数连续除以几个数就等于这个数除以这几个数的积，这样可以使计算简便。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 4400 \div 4 \div 25 \div 11 \\
 &= 4400 \div (4 \times 25 \times 11) \\
 &= 4400 \div 1100 \\
 &= 4 \\
 (2) \quad & 236 + 1800 \div (9 \times 25) \\
 &= 236 + 1800 \div 9 \div 25 \\
 &= 236 + 200 \div 25 \\
 &= 236 + 8 \\
 &= 244
 \end{aligned}$$

4. 提示：（1）题中的 $198 \times 25 \div 99 \times 4$ 可以根据运算定律和性质调换乘数和除数的位置，然后再计算比较简便。（2）题中 $12000 \div 125$ 和 $325 \div 25$ 分别利用商不变的性质，求出两个商再相加，可以使计算简便。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 720 - 198 \times 25 \div 99 \times 4 \\
 &= 720 - 198 \div 99 \times 25 \times 4 \\
 &= 720 - 2 \times 25 \times 4 \\
 &= 720 - 200 \\
 &= 520 \\
 (2) \quad & 12000 \div 125 + 325 \div 25 \\
 &= (12000 \times 8) \div (125 \times 8) + (325 \times 4) \div (25 \times 4) \\
 &= 96000 \div 1000 + 1300 \div 100 \\
 &= 96 + 13 \\
 &= 109
 \end{aligned}$$

5. 提示：根据这两道题的特点，我们可以先在乘除混合运算中，将除数或乘数调换位置，再采用添括号的方法，使计算简便。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 56 \times 165 \div 7 \div 11 \\
 &= (56 \div 7) \times (165 \div 11)
 \end{aligned}$$

$$= 8 \times 15$$

$$= 120$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 123 \times 456 \div 789 \div 456 \times 789 \div 123 \\ &= (123 \div 123) \times (456 \div 456) \times (789 \div 789) \\ &= 1 \end{aligned}$$

三、拔高训练

1. (1) 提示：观察此题不难看出 9999 是 3333 的 3 倍，将 9999 分解成 3333×3 便可逆用乘法分配律使计算简便。

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 3333 \times 3 \times 2222 + 3333 \times 3334 \\ &= 3333 \times (6666 + 3334) \\ &= 33330000 \end{aligned}$$

- (2) 提示：此题看上去没有巧妙的算法，但如果把 45 和 54 先结合得 99，然后把结合得到的 99 看做 99×1 就可根据乘法分配律进行简便计算了。

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (54 + 45) + 99 \times 99 \\ &= 99 + 99 \times 99 \\ &= 99 \times (1 + 99) \\ &= 9900 \end{aligned}$$

2. 提示：观察发现算式中每个括号里的除数都是下一个括号里的被除数，根据运算性质， $a \div (b \div c) = a \div b \times c$ ，计算时可以消去 3, 4, 5。

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 1 \div 2 \times 3 \div 3 \times 4 \div 4 \times 5 \div 5 \times 6 \\ &= 1 \div 2 \times 6 \\ &= 1 \times 6 \div 2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

第五讲 错中求解

一、对应训练

1. 提示：把一个加数的十位上的 5 看成了 8，和就增加了 30，把另一个加数的个位上的 8 看成了 3，和就少了 5。

$$\text{解：} 180 - 30 + 5 = 155$$

答：正确的和是 155。

2. 提示：根据题意，由于把除号看成了减号，说明 42 这个结果是一个数减去 6 得来的，那么这个数是 $42 + 6 = 48$ ，所以正确的商是 $48 \div 6 = 8$ 。

$$\text{解：} (42 + 6) \div 6 = 8$$

答：正确的商是 8。

3. 提示：由于粗心大意把除数 76 错写成 67，结果得到一个错误的商。要求出正确的商，必须先求出被除数是多少，我们可以先抓住错误的除数，利用它先求出被除数，被除数 $= 13 \times 67 + 52 = 923$ ，因为 923 也是求出正确商的被除数，所以 $923 \div 76 = 12 \cdots 11$ ，故 12 是正确的商。

$$\text{解：} (13 \times 67 + 52) \div 76 = 12 \cdots 11$$



答：正确的商是 12。

4. 提示：一个因数的个位 5 被错看成 2，所得结果就比原来少了 $(5 - 2 = 3)$ 个另一个因数，正确的结果与错误的结果相差 $625 - 550 = 75$ ，是另一个因数的 3 倍。

解： $(625 - 550) \div (5 - 2) = 75 \div 3 = 25$

$$625 \div 25 = 25$$

答：这两个两位数都是 25。

5. 提示：根据题意，小凤她们把其中一件衣服的标价的个位上的 0 忽略了，就等于缩小了 10 倍，则少算了 9 倍，另一件衣服价格没有变，先求出看错标价的那件衣服，再算另一件是多少钱。

解： $(270 - 162) \div (10 - 1) \times 10 = 108 \div 9 \times 10 = 120$ （元）

$$270 - 120 = 150$$
（元）

答：这两件衣服的价格分别是 120 元、150 元。

二、变式训练

1. 提示：由“把被减数个位上的 3 错写成 8”，因而就多算了 $(8 - 3 = 5)$ 个一，即 5。而“把十位上的 0 错写成 6”，就多算了 $(6 - 0 = 6)$ 个十，即 60，所以结果多算了 $60 + 5 = 65$ ，所以正确的差应是 $199 - 65 = 134$ 。

解： $199 - (6 - 0) \times 10 - (8 - 3) = 134$

答：正确的差是 134。

2. 提示：由乘法分配律可知： $(4 + \triangle) \times 15 = 4 \times 15 + \triangle \times 15$ ，它的结果与 $4 + \triangle \times 15$ 的结果相差为： $4 \times 15 - 4 = 60 - 4 = 56$ 。所以，小强算出的结果与正确的得数相差 56。

解： $(4 + \triangle) \times 15 - (4 + \triangle \times 15) = 56$

答：他算出的结果与正确的得数相差 56。

3. 提示：根据题中所给的条件：

(1) 因为被除数 137 错写成 173， $173 - 137 = 36$ ，所以被除数比原来多了 36。

(2) 因为商比原来多了 3，而且两个算式的余数相同，所以 $36 \div 3 = 12$ ，除数是 12。

(3) $137 \div 12 = 11 \cdots 5$ $173 \div 12 = 14 \cdots 5$

符合题意，所以除数是 12，余数是 5。

解：除数为： $(173 - 137) \div 3 = 12$ $137 \div 12 = 11 \cdots 5$

答：这道题的除数是 12，余数是 5。

4. 提示：由于把一个因数个位上的 9 看成 6，使计算少了 $(9 - 6)$ 个另一个因数，由于把这个因数十位上的 6 看成 9，使计算多了 $(90 - 60)$ 个另一个因数，这样使计算结果多了 $[(90 - 60) - (9 - 6)]$ 个另一个因数。

而题中已知计算结果多了 1296，所以可求出题中另一个因数，

解： $1296 \div [(90 - 60) - (9 - 6)] = 48$

答：这道题的另一个因数是 48。

5. 提示：由于小磊把减数的末尾多写一个“0”，那么小磊实际减去的数是应减去数的 10 倍，因此，实际上是多减了应减数的 9 倍，小磊多减去的数等于 $9044 - 1556 = 7488$ ，所以应减去的数是 $7488 \div 9 = 832$ 。

解：减数： $(9044 - 1556) \div (10 - 1) = 832$

被减数：9044 + 832 = 9876

答：这道题中的被减数是 9876，减数是 832。

三、拔高训练

1. 提示：由条件可知，一个学生把一个因数个位上的 4 误写为 1，这样积就减少了另一个因数的 $(4-1)$ 倍，另一个学生把这个因数个位上的 4 误写为 8，这样积就增加了另一个因数的 $(8-4)$ 倍，由此可得 $(700-525)$ 就应该相当于另一个因数的 $[(4-1) + (8-4)]$ 倍，这样就可求得另一个因数是多少了。再根据题中的条件可以求得正确的结果是多少。

解：由条件可得，另一个因数： $(700-525) \div [(4-1) + (8-4)] = 25$

正确的积： $525 + 25 \times (4-1) = 600$ 或 $700 - 25 \times (8-4) = 600$

答：这道乘法计算题的正确结果应该是 600。

2. 提示：由于没认真审题，在运算中顺序错了，怎样才能求出正确的结果呢？必须先求出 \square 是多少。

解： $1800 - \square \div 25 + 192 = 1968$

$$\square \div 25 = 1992 - 1968$$

$$\square \div 25 = 24$$

$$\square = 600$$

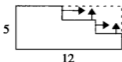
$$(1800 - 600) \div 25 + 192 = 240$$

答：这道题应该得 240。

第六讲 图形的周长与面积

一、对应训练

1. 提示：根据箭头移、接，将多边形转化为长方形。



解： $(12+5) \times 2 = 34$ （厘米）

答：这个图形的周长为 34 厘米。

2. 提示：根据已知条件，可以算出 3 个长方形周长的和是 $24 \times 3 = 72$ （厘米），又观察原图发现，3 个长方形周长的和等于 6 条长与 6 条宽的长度和，3 个长方形拼成一个正方形，正方形的边长等于长方形的长，也等于长方形 3 条宽的和。所以，3 个长方形周长的和等于正方形的 8 条边长。这样，正方形的边长就可以求出来了： $72 \div 8 = 9$ （厘米）。边长求出后就可以求正方形的周长了。

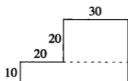
解：正方形边长： $24 \times 3 \div 8 = 9$ （厘米）

正方形周长： $9 \times 4 = 36$ （厘米）

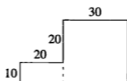
答：这个正方形的周长为 36 厘米。



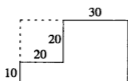
3. 提示：这是一个多边形，怎样使它转化成为我们所学过的图形呢？可在图中添加一条辅助线，把多边形切割成上下两个长方形，如图（1）；或左右两个长方形，如图（2）；也可以把多边形补完整，成为一个大长方形，如图（3）；也可以切成两个梯形，如图（4）。



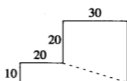
(1)



(2)



(3)



(4)

解：图（1）： $30 \times 20 + 10 \times (20 + 30) = 1100$ （平方米）

图（2）： $10 \times 20 + 30 \times (20 + 10) = 1100$ （平方米）

图（3）： $(30 + 20) \times (10 + 20) - 20 \times 20 = 1100$ （平方米）

答：这个运动场一角的面积是 1100 平方米。

4. 提示：观察分析可知， b 的面积为 $2 \times 2 = 4$ （平方厘米）， a 的面积与 c 的面积相等，且两个面积和是 $(52 - 4) = 48$ （平方厘米），则 a 的面积是 $48 \div 2 = 24$ （平方厘米），则 a 的长即小正方形边长是 $24 \div 2 = 12$ （厘米），因此小正方形面积是 $12 \times 12 = 144$ （平方厘米），大正方形面积是 $144 + 52 = 196$ （平方厘米）。



解：小正方形的边长： $(52 - 2 \times 2) \div 2 \div 2 = 12$ （厘米）

小正方形的面积： $12 \times 12 = 144$ （平方厘米）

大正方形的面积： $144 + 52 = 196$ （平方厘米）

答：大正方形的面积是 196 平方厘米，小正方形的面积是 144 平方厘米。

5. 提示：根据小正方形的面积是 4 平方分米，可求出它的边长是 2 分米，通过观察图发现，两个长方形的宽与小正方形的一条边长之和正好等于大正方形的边长，就可以求出长方形的宽为 $(16 - 2) \div 2 = 7$ （分米），因为长方形的一条长与宽的和等于大正方形的边长，所以长方形的长为 $16 - 7 = 9$ （分米）。

解：因为 $2 \times 2 = 4$ （平方分米），所以小正方形的边长为 2 分米，

长方形的宽： $(16 - 2) \div 2 = 7$ （分米）

长方形的长： $16 - 7 = 9$ （分米）

长方形的周长： $(7 + 9) \times 2 = 32$ （分米）

长方形的面积： $7 \times 9 = 63$ （平方分米）

答：（1）每个长方形的长为 9 分米，宽为 7 分米。（2）长方形的周长为 32 分米，面积为 63 平方分米。

二、变式训练

1. 提示：如果把图中正方形底下的一条边向上平移，可以看出剩下木板的周长就是原来长方形木板的周长加上两条3分米的边长。

解： $(12+6) \times 2 + 3 \times 2 = 18 \times 2 + 6 = 42$ （分米）

答：剩下木板的周长是42分米。

2. 提示：从图中可以看出长方形的长是宽的5倍，每个长方形的周长都是48厘米，那么长+宽的和为 $48 \div 2 = 24$ （厘米）。这样我们可以求出长方形的长是多少厘米，从而求出正方形的周长。

解：长与宽的和是： $48 \div 2 = 24$ （厘米）

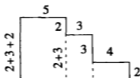
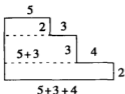
长方形的宽是： $24 \div (5+1) = 4$ （厘米）

长方形的长是： $4 \times 5 = 20$ （厘米）

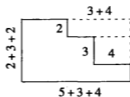
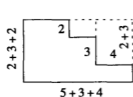
正方形的周长是： $20 \times 4 = 80$ （厘米）

答：这个正方形的周长是80厘米。

3. 提示：将此图形分割成长方形，有下面两种较简单的方法，图形都被分割成三个长方形。根据这两种不同的分割方法，都可以计算出图形的面积。



我们还可以将图形添补成一个大长方形，然后利用大长方形与两个小长方形的面积之差，求出图形的面积。



解法一： $5 \times 2 + (5+3) \times 3 + (5+3+4) \times 2$
 $= 10 + 24 + 24$
 $= 58$ （平方厘米）

解法二： $5 \times (2+3+2) + 3 \times (2+3) + 4 \times 2$
 $= 35 + 15 + 8$
 $= 58$ （平方厘米）

解法三： $(5+3+4) \times (2+3+2) - 2 \times 3 - (2+3) \times 4$
 $= 12 \times 7 - 6 - 20$
 $= 84 - 6 - 20$
 $= 58$ （平方厘米）



$$\begin{aligned}
 \text{解法四: } & (5+3+4) \times (2+3+2) - 2 \times (3+4) - 3 \times 4 \\
 &= 12 \times 7 - 14 - 12 \\
 &= 58 \text{ (平方厘米)}
 \end{aligned}$$

答: 这个图形的面积是 58 平方厘米。

4. 提示: 如图所示: 观察分析后可知 c 的面积为: $12 - 8 = 4$ (平方分米), a 的面积与 b 的面积相等, 那 c 图形为一个小正方形, 因为 $2 \times 2 = 4$ (平方分米), 即: c 图形的边长为 2 分米, b 的长即原正方形的边长, $8 \div 2 = 4$ (分米), 因此原正方形的面积为: $4 \times 4 = 16$ (平方分米)



解: 两长方形面积差: $12 - 8 = 4$ (平方分米), 正好是小正方形的面积, 所以小正方形边长为 2 分米

原正方形边长: $8 \div 2 = 4$ (分米)

原正方形面积: $4 \times 4 = 16$ (平方分米)

答: 原正方形面积是 16 平方分米。

5. 提示: 要想求出小花园的面积, 必须知道小正方形的边长或大正方形的面积, 因此解题的关键在于根据水池面积求出小正方形边长或大正方形的面积 (或边长)。

解法一: 如右图所示, 水池中的四个小正方形面积的和为:

$$5 \times 5 \times 4 = 100 \text{ (平方米)}$$

因此小池中的四个小长方形面积的和为:

$$300 - 100 = 200 \text{ (平方米)}$$

一个小长方形的面积为: $200 \div 4 = 50$ (平方米)

小长方形的长即小花园的边长为: $50 \div 5 = 10$ (米)

花园面积为: $10 \times 10 = 100$ (平方米)

综合算式: $(300 - 5 \times 5 \times 4) \div 4 \div 5 = 200 \div 4 \div 5 = 10$ (米)

$$10 \times 10 = 100 \text{ (平方米)}$$

解法二: 如右图所示, 将环带形水池切割成几个面积相等的长方形, 长方形的宽为 5 米, 长等于小花园的边长加 5 米。

一个长方形面积为: $300 \div 4 = 75$ (平方米)

长方形的长为: $75 \div 5 = 15$ (米)

小花园的边长为: $15 - 5 = 10$ (米)

小花园的面积为: $10 \times 10 = 100$ (平方米)

综合算式: $300 \div 4 \div 5 - 5 = 10$ (米)

$$10 \times 10 = 100 \text{ (平方米)}$$

答: 小花园的面积是 100 平方米。



三、拔高训练

1. 如果它的长不变, 宽减少 3 米, 面积就减少 36 平方米, 如下页图 (1) 所示, 减少的是一个长方形, 面积是 36 平方米, 宽是 3 米, 所以长是 $36 \div 3 = 12$ (米), 这是原来长方形的长。

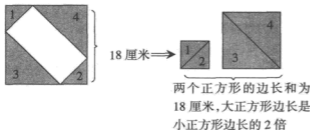


如果宽不变,长增加4米,面积就增加20平方米,如图(2),增加部分是一个长方形,面积是20平方米,长是4米,所以宽是 $20 \div 4 = 5$ (米),这就是原来长方形的宽。

解: $(36 \div 3) \times (20 \div 4) = 12 \times 5 = 60$ (平方米)

答:原来长方形的面积是60平方米。

2. 阴影部分的面积是由4个大小不同的三角形组成的,仔细观察,会发现每两个相同的三角形通过平移可拼成一个正方形,而这两个正方形的边长和为18厘米,大正方形的边长是小正方形边长的2倍,因为长的一段是短的2倍所得。这样求两个正方形的边长就可以转化成和倍问题来解决。



解: (1) 小正方形的边长为: $18 \div (2 + 1) = 6$ (厘米)

(2) 大正方形的边长为: $6 \times 2 = 12$ (厘米)

(3) 阴影部分的面积为: $12 \times 12 + 6 \times 6 = 180$ (平方厘米)

答:这个图中阴影部分面积是180平方厘米

第七讲 和差问题

一、对应训练

1. 解法一: 六年级学生植树的棵数: $(145 + 17) \div 2 = 81$ (棵)

五年级学生植树的棵数: $81 - 17 = 64$ (棵)

解法二: 五年级学生植树的棵数: $(145 - 17) \div 2 = 64$ (棵)

六年级学生植树的棵数: $64 + 17 = 81$ (棵)

答:五、六年级学生各植树64棵和81棵。

2. 解法一: 数学成绩: $(96 \times 2 + 8) \div 2 = 100$ (分)

语文成绩: $100 - 8 = 92$ (分)

解法二: 语文成绩: $(96 \times 2 - 8) \div 2 = 92$ (分)

数学成绩: $92 + 8 = 100$ (分)

答:语文和数学各得了92分和100分。



3. 提示：根据题意，两个数的和是68，两数的差没有直接给出，由题意知：上层减少16本，下层增加16本，这样，上层和下层的图书本数相等。也就是说，两数的差为 $16 \times 2 = 32$ （本）

解法一：下层的本数： $(68 - 16 \times 2) \div 2 = 18$ （本）

上层的本数： $68 - 18 = 50$ （本）

解法二：上层的本数： $(68 + 16 \times 2) \div 2 = 50$ （本）

下层的本数： $68 - 50 = 18$ （本）

解法三：上层的本数： $68 \div 2 + 16 = 50$ （本）

下层的本数： $68 \div 2 - 16 = 18$ （本）

答：原来这个书架上、下层各有图书50本和18本。

4. 香蕉的千克数： $(120 - 4 + 10) \div 3 = 42$ （千克）

苹果的千克数： $42 + 4 = 46$ （千克）

橘子的千克数： $42 - 10 = 32$ （千克）

答：有香蕉42千克，苹果46千克，橘子32千克。

5. 提示：根据题意，四、五年级的和是48名同学，关键求两数之差，“70名不是四年级的”，应该是五年级和其他年级的和是70名；“60名不是五年级的”，应该是四年级和其他年级的和是60名，从而得知四、五年级的人数差为 $70 - 60 = 10$ （名）。

解： $[48 - (70 - 60)] \div 2 = 19$ （名）

答：四年级有19名同学参赛。

二、变式训练

1. 提示：3年前，欢欢比妈妈小27岁，这个年龄差是不变的，也就是说今年欢欢比妈妈小27岁，显然，这属于基本的和差问题。

解：欢欢的年龄： $(43 - 27) \div 2 = 8$ （岁）

妈妈的年龄： $8 + 27 = 35$ （岁）

答：今年欢欢8岁，妈妈35岁。

2. 提示：根据题意，5圈共跑了700米，可知长方形游泳池的周长是 $700 \div 5 = 140$ （米），由周长求得游泳池的长、宽之和为 $140 \div 2 = 70$ （米），如果70米增加30米，那么得到的和就是长的2倍，由此可求出长、宽各是多少米。

解：长： $(700 \div 5 \div 2 + 30) \div 2 = 50$ （米）

宽： $50 - 30 = 20$ （米）

答：游泳池长50米，宽20米。

3. 提示：根据“小明给小军5本后，还比小军多4本”，说明原来小明比小军多 $5 \times 2 + 4 = 14$ （本），小明和小军两人图书本数的和与差知道了，就可以求出他们两人原来各有多少本图书了。

解：原来小明比小军多的本数： $5 \times 2 + 4 = 14$ （本）

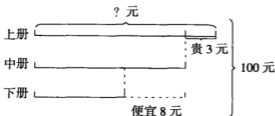
原来小明的本数： $(54 + 14) \div 2 = 34$ （本）

原来小军的本数： $54 - 34 = 20$ （本）

答：小明原来有34本图书，小军原来有20本图书。

4. 我们可以先求出一套的价钱： $300 \div 3 = 100$ （元），根据题意画图：





从上图可以看出，把中册的价钱作为标准，假设上、下册的价钱和中册的相等，那么总价钱就变为 $100 - 3 + 8 = 105$ （元），这就等于中册价钱的 3 倍，从而求出上、中、下每册书的价钱。

解：一套的价钱： $300 \div 3 = 100$ （元）

中册的价钱： $(100 - 3 + 8) \div 3 = 35$ （元）

上册的价钱： $35 + 3 = 38$ （元）

下册的价钱： $35 - 8 = 27$ （元）

答：上册 38 元，中册 35 元，下册 27 元。

5. 提示：根据题意可得，美术组和书法组的人数和是： $65 \times 2 = 130$ （人），“有 70 人不是参加书法组的”，应该是美术组和其他兴趣组的和是 70 人，“有 84 人不是参加美术组的”，应该是书法组和其他兴趣组的和是 84 人，从而可得：美术组和书法组的人数差： $84 - 70 = 14$ （人），这样，再根据和差公式求美术组和书法组各有多少人。

解：美术组和书法组的人数和： $65 \times 2 = 130$ （人）

美术组和书法组的人数差： $84 - 70 = 14$ （人）

书法组的人数： $(130 + 14) \div 2 = 144 \div 2 = 72$ （人）

美术组的人数： $(130 - 14) \div 2 = 116 \div 2 = 58$ （人）

答：参加书法组的有 72 人，参加美术组的有 58 人。

三、拔高训练

1. 提示：要求这箱糖果的总颗数是多少，关键先求出大、小两班的人数，已知、大小两班共有 108 人，又由题目“从大班每个小朋友手中拿出 3 颗糖果来，结果满足了小班小朋友们的要求之后，还剩下 24 颗糖果”，可确定大班小朋友比小班小朋友多，并且可算出大、小两班的人数之差是 $24 \div 3 = 8$ （人），题目分析到这里，可用和差公式把大、小两班的人数求出，最后再根据题意算出糖果的总颗数。

解：大、小两班人数之差： $24 \div 3 = 8$ （人）

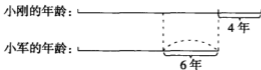
大班小朋友的人数： $(108 + 8) \div 2 = 116 \div 2 = 58$ （人）

小班小朋友的人数： $108 - 58 = 50$ （人）

糖果总颗数： $15 \times 58 + 12 \times 50 = 870 + 600 = 1470$ （颗）

答：这箱糖果共有 1470 颗。

2. 提示：题中没有直接告诉我们两个数的和与两个数的差，但是我们可以通过题中第一句话求出两人的年龄差，为了帮助理解，我们可作如下线段图：





从线段图中可以看出，小刚、小军两人年龄差为 $6 + 4 = 10$ （岁）。

由题中第二句话，小刚4年后的年龄与小军3年前的年龄之和是37岁，我们可以得到这样一个式子：（小刚今年的年龄 + 4）+（小军今年的年龄 - 3）= 37。要求今年两人的年龄和，就是要从37岁里减去小刚多的4岁，并加上小军少的3岁，即： $37 - 4 + 3 = 36$ （岁）

解：小刚、小军两人的年龄差： $4 + 6 = 10$ （岁）

小刚、小军两人今年的年龄和： $37 - 4 + 3 = 36$ （岁）

小刚的年龄： $(36 + 10) \div 2 = 23$ （岁）

小军的年龄： $(36 - 10) \div 2 = 13$ （岁）或 $23 - 10 = 13$ （岁）

答：小刚今年23岁，小军今年13岁。

第八讲 和（差）倍问题

一、对应训练

1. 提示：把小硕的图书数看做1份，那么小红的图书数是这样的3份，两人的图书数就是 $1 + 3 = 4$ （份），把76本平均分成4份，1份是小硕的图书，3份是小红的图书。

解：小硕的图书： $76 \div (1 + 3) = 19$ （本）

小红的图书： $19 \times 3 = 57$ （本）

答：小红有图书57本，小硕有图书19本。

2. 提示：把白兔看成1份，那么42只就相当于白兔的 $(4 - 1)$ 倍。这样把42只兔平均分成3份，1份就是白兔的只数，4份就是灰兔的只数。

解：白兔的只数： $42 \div (4 - 1) = 14$ （只）

灰兔的只数： $14 \times 4 = 56$ （只）或 $42 + 14 = 56$ （只）

答：饲养组养灰兔56只，白兔14只。

3. 提示：根据“如果超超给灵灵15张画片，那么超超和灵灵画片的张数相等”，说明超超比灵灵多 $15 \times 2 = 30$ （张），把灵灵的卡通画片数看成1倍数，超超的卡通画片数是这样的4倍，比灵灵多3倍，灵灵的画片数的3倍是30（张），所以灵灵有卡通画片 $30 \div (4 - 1) = 10$ （张），超超有 $10 \times 4 = 40$ （张）。

解：灵灵的卡通画片： $15 \times 2 \div (4 - 1) = 30 \div 3 = 10$ （张）

超超的卡通画片： $10 \times 4 = 40$ （张）

答：超超原来有40张画片，灵灵原来有10张画片。

4. 提示：这道题有“和”和“倍数”，仍是和倍应用题。但这里的“和”是去掉甲错了6题、乙错了7题以后的总数，1倍数是甲去掉错题以后的题数（即甲做对的题），2倍数是乙去掉错题以后的题数（即乙做对的题）。

解：甲做对的题：

$(160 - 6 - 7) \div (2 + 1) = 147 \div 3 = 49$ （题）

甲做的题： $49 + 6 = 55$ （题）

乙做的题： $49 \times 2 + 7 = 105$ （题）

答：甲做了55题，乙做了105题。

5. 提示：将题中的数量关系用线段表示出来：



通过上图可知：桃树的棵数是1倍数，苹果树的棵数是3倍数，梨树的棵数是桃树的 $2 \times 3 = 6$ （倍），这样，问题就好解决了。

解：桃树的棵数：

$$1200 \div (1 + 3 + 2 \times 3) = 1200 \div 10 = 120 \text{ (棵)}$$

$$\text{苹果树的棵数：} 120 \times 3 = 360 \text{ (棵)}$$

$$\text{梨树的棵数：} 360 \times 2 = 720 \text{ (棵)}$$

$$\text{或 } 120 \times (2 \times 3) = 720 \text{ (棵)}$$

答：梨树有720棵，苹果树有360棵，桃树有120棵。

二、变式训练

1. 提示：如果红红少11张邮票，那么红红和兰兰邮票的总张数是 $68 - 11 = 57$ （张），这时红红的邮票张数恰好是兰兰的2倍，57张邮票相当于兰兰邮票张数的3倍，由此求出红红和兰兰的邮票张数。

$$\text{解：兰兰的邮票张数：} (68 - 11) \div (1 + 2) = 19 \text{ (张)}$$

$$\text{红红的邮票张数：} 68 - 19 = 49 \text{ (张) 或 } 19 \times 2 + 11 = 49 \text{ (张)}$$

答：红红有49张邮票，兰兰有19张邮票。

2. 提示：这道题的1倍数是梨，现在苹果比梨多 $20 + 80 = 100$ （千克），就是两种水果的重量之差。这两种水果的重的倍数差是 $3 - 1 = 2$ （倍）。

$$\text{解：梨：} (20 + 80) \div (3 - 1) = 100 \div 2 = 50 \text{ (千克)}$$

$$\text{苹果：} 50 \times 3 - 20 = 150 - 20 = 130 \text{ (千克)}$$

答：苹果原来有130千克。

3. 提示：根据“如果从第一个书架里取出70本放入第二个书架，那么第一个书架的书还比第二个书架多20本”，说明原来第一个书架比第二个书架多 $70 \times 2 + 20 = 160$ （本）。把第二个书架上书的本数看做1倍数，第一个书架上的书是这样的5倍，比第二个书架多4倍，第二个书架上书的4倍正好是160本，所以第二个书架上书原有 $160 \div 4 = 40$ （本），第一个书架上原有书 $40 \times 5 = 200$ （本）。

$$\text{解：第二个书架上的书：} (70 \times 2 + 20) \div (5 - 1) = 40 \text{ (本)}$$

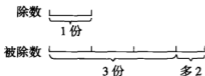
$$\text{第一个书架上的书：} 40 \times 5 = 200 \text{ (本)}$$

答：原来第一个书架上有200本书，第二个书架上有40本书。

4. 提示：根据题意，可知被除数 \div 除数 $= 3 \cdots \cdots 2$ ，即商为3，余数为2。

被除数 $= 3 \times$ 除数 $+ 2$ 。也就是说被除数比除数的3倍多2。

如下图：



可以算出被除数、除数的和为 $179 - 3 - 2 = 174$ 。



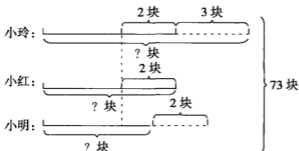
从图中可以看出,如果被除数减去2,则正好是除数的3倍,把除数看做1份,这样 $174-2$ 就对应差 $1+3=4$ 份,1份就是: $(174-2) \div (1+3) = 172 \div 4 = 43$,即除数。

解:除数: $(179-3-2-2) \div (3+1) = 43$

被除数: $43 \times 3 + 2 = 131$

答:被除数是131。

5. 提示:用线段图表示题目中的已知条件和所求问题。



小玲吃掉3块就和小红同样多,说明小玲比小红多3块。把小红给小明2块以后,剩下的糖的块数看成1倍数,小明得到2块以后糖的块数就是2倍数,而小玲应该减少 $2+3=5$ (块),剩下的糖的块数也相当于1倍数。此时三个人糖的总数也相应地减少了5。

解:小红剩下的糖: $(73-2-3) \div (1+1+2) = 17$ (块)

小红原来的糖: $17+2=19$ (块)

小玲原来的糖: $17+5=22$ (块)

小明原来的糖: $17 \times 2 - 2 = 32$ (块)

答:小红原来有19块糖,小玲原来有22块糖,小明原来有32块糖。

三、拔高训练

1. 提示:根据题意作线段图:



如图所示:“1倍”量是小明给小强8张后剩下的邮票。对应的小强得到8张邮票之后的邮票数是3倍量,相差两倍。从“小强给小明8张,则两人的邮票一样多”,可得知两人的邮票原来相差 $8 \times 2 = 16$ (张),因小明再给小强8张,差就扩大成了 $8 \times 2 + 8 \times 2 = 32$ (张),这个差对应的是 $(3-1)$ 倍量。分析到这里,就可以用差倍公式来解。

解: $(8 \times 2 + 8 \times 2) \div (3-1) = 32 \div 2 = 16$ (张)

小明原有的邮票: $16+8=24$ (张)

小强原有的邮票: $24+8 \times 2 = 40$ (张)

答：小明原来有 24 张邮票，小强原来有 40 张邮票。

2. 我们可以把乙原有存款看做 1 份数，甲原有存款就是 5 份的数， $(5-3)$ 份的数是 $100 \times 3 - 60 = 240$ (元)，由此，可求出 1 份的数 (即乙原有存款数)。

解：乙原来存款： $(100 \times 3 - 60) \div (5 - 3) = 120$ (元)

甲原来存款： $120 \times 5 = 600$ (元)

答：甲原来存款 600 元，乙原来存款 120 元。

第九讲 平均数问题

一、对应训练

1. 提示：要求 8 位同学的平均成绩，就要求出 8 位同学的成绩一共是多少分，用 8 位同学的总成绩除以人数就可以求出他们的平均成绩了。

解：解法一： $(82 + 75 + 95 + 98 + 100 + 80 + 87 + 79) \div 8 = 696 \div 8 = 87$ (分)

解法二：假设平均分为 80 分

$$80 + (2 + 15 + 18 + 20 + 7 - 5 - 1) \div 8 = 80 + 7 = 87 \text{ (分)}$$

答：这 8 位同学的平均成绩是 87 分。

2. 提示：将四、五年级植树之和，五、六年级植树之和，四、六年级植树之和相加得： $(\text{四年级} + \text{五年级}) + (\text{五年级} + \text{六年级}) + (\text{四年级} + \text{六年级}) = 194 + 198 + 196 = 588$ (棵)，观察算式可以算出在 588 里包含了两个四年级的棵数、两个五年级的棵数和两个六年级的棵数，也因此只要用 $588 \div 2$ 就可以得四年级、五年级、六年级的总棵数，再用三个年级的总棵数除以 3 就可以求三个年级的平均棵数。

解： $(194 + 198 + 196) \div 2 \div 3 = 98$ (棵)

答：平均每个年级植树 98 棵。

3. 解法一：要使前五个单元的平均成绩至少达到 87 分，那么这五个单元的总分至少是：

$$87 \times 5 = 435 \text{ (分)}, \text{而前四个单元的总分是 } 85 \times 4 = 340 \text{ (分)},$$

$$\text{所以第五单元至少要得 } 87 \times 5 - 85 \times 4 = 95 \text{ (分)}.$$

解法二：要使平均分从前四个单元的 85 提到这五个单元的 87 分，这样就需补足前四单元所少的总分 $(87 - 85) \times 4 = 8$ (分)，所以第五单元至少要得 $87 + 8 = 95$ (分)。

$$\text{即：} 87 + (87 - 85) \times 4 = 95 \text{ (分)}$$

答：他第五单元必须要考 95 分。

4. 提示：求小刚的平均速度，首先要求出他往返的总路程是 $1200 \times 2 = 2400$ (米)，和他往返所用的时间， $10 + 15 = 25$ (分钟)，所以小刚往返的平均速度，是每分钟走 $2400 \div 25 = 96$ (米)。

解： $1200 \times 2 \div (15 + 10) = 96$ (米)

答：小刚往返的平均速度是每分钟走 96 米。

5. 提示：前四天每天平均读的页数是： $(83 + 74 + 71 + 64) \div 4 = 73$ (页)。第五天读的页数比 73 页多，第五天多读的 8 页，补足前 4 天每天少的页数，每天应加 $8 \div 4 = 2$ (页)，由此就知道小梅第五天读的页数为 $73 + 2 + 8 = 83$ (页)。

解： $(83 + 74 + 71 + 64) \div 4 + 8 \div 4 + 8 = 83$ (页)

答：小梅第五天读了 83 页。



二、变式训练

1. 提示：计算这个小组的平均成绩，按平均数的基本数量关系式求出总成绩与总人数即可。

$$\text{解：}(98 + 92 \times 3 + 86 \times 4 + 76 \times 2) \div (1 + 3 + 4 + 2) = 870 \div 10 = 87 \text{ (分)}$$

答：这个小组的平均成绩是 87 分。

2. 解： $48 \times 2 - 45 \times 2 = 6$ (人)

答：(1) 班比 (3) 班多 6 人。

3. 提示：要使平均成绩提高到 86 分，每次必须补上 2 分，这一次如果得了 100 分，比前几次的平均成绩 84 分多 16 分，找出 16 分里有几个 2 分即可。

$$\text{解：}(100 - 84) \div (86 - 84) = 8 \text{ (次)}$$

答：这是第 8 次测验。

4. 提示：求他上下山全过程的平均速度，首先要求出他上下山的总路程 $12 \times 2 = 24$ (千米)，和上下山所用的总时间： $12 \div 2 + 12 \div 6 = 8$ (小时)，所以他上下山全过程的平均速度为每小时 $24 \div 8 = 3$ (千米)

$$\text{解：} 12 \times 2 \div (12 \div 2 + 12 \div 6) = 24 \div 8 = 3 \text{ (千米)}$$

答：他在上下山全过程的平均速度是每小时 3 千米。

5. 解：三个班总人数为： $43 + 38 + 47 = 128$ (人)

$$\text{甲、乙两车最后的平均乘车人数：} 128 \div 2 = 64 \text{ (人)}$$

$$\text{丙班到甲车的人数：} 64 - 43 = 21 \text{ (人)}$$

$$\text{丙班到乙车的人数：} 64 - 38 = 26 \text{ (人)}$$

答：应将丙班的人分到甲车 21 人，分到乙车 26 人。

三、拔高训练

1. 提示：已知两个班的平均成绩与两个班的人数，可以求出两个班的总分是 $90 \times (50 + 40) = 8100$ (分)，因为乙班平均每人比甲班平均每人高 9 分，所以从总分中去掉 40 个 9 分，就能使乙班的平均成绩与甲班的平均成绩相等，于是就可以先求出甲班的平均成绩。

$$\text{解：甲班的平均成绩：} [90 \times (50 + 40) - 9 \times 40] \div (50 + 40) = 86 \text{ (分)}$$

$$\text{乙班的平均成绩：} 86 + 9 = 95 \text{ (分)}$$

答：甲班的平均成绩是 86 分，乙班的平均成绩是 95 分。

2. 提示：求货车往返一次的平均速度，首先要求出货车往返一次所行的总路程，以及货车往返一次所用的总时间。由货车自甲城开往乙城的速度和所用时间，求出货车由甲城到乙城所行的总路程 (单程) 即 $60 \times 12 = 720$ (千米)。那么往返的总路程即为 $60 \times 12 \times 2 = 1440$ (千米)。又由货车自甲城到乙城的路程 720 千米，及货车返回甲城时每小时行 40 千米，可得到货车返回甲城所用的行车时间为 $720 \div 40 = 18$ (小时)，从而求出货车往返的总时间为 $12 + 18 = 30$ (小时)。这样货车往返一次的平均速度即可求得。

$$\text{解：} 60 \times 12 \times 2 \div (12 + 60 \times 12 \div 40)$$

$$= 1440 \div (12 + 18)$$

$$= 1440 \div 30$$

$$=48 \text{ (千米/小时)}$$

答：这辆货车往返一次的平均速度是每小时 48 千米。

第十讲 植树问题

一、对应训练

1. 解： $(50-1) \times 3 = 147$ (米)

答：这条路的全长是 147 米。

2. 解： $100 \div (52 \div 2 - 1) = 4$ (米)

答：平均每相邻两棵树中间应隔 4 米。

3. 解： $2 \times 50 = 100$ (米)

答：水池的周长是 100 米。

4. 解： $48 \div (3-1) \times (15-1) = 336$ (个)

答：小红从 1 层走到 15 层共需要走 336 个台阶。

5. 解：柳树： $3000 \div 15 = 200$ (棵)

桃树： $(3000 \div 15) \times (15 \div 5 - 1) = 400$ (棵)

答：这个环湖周围共种了 200 棵柳树，400 棵桃树。

二、变式训练

1. 提示：首先求分成的段数，用全长除以每段的长度，由于两端都栽树，树的棵数比段数多 1。

解： $100 \div 4 + 1 = 26$ (棵)

答：共要植树 26 棵。

2. 提示：根据条件可知，此题属于在首尾不相接的线段上两端都要植树的情况，每 7 米一个间隔，共 $2800 \div 7 = 400$ (个) 间隔，由棵数 = 间隔数 + 1，则每边种 401 棵树，两边共 $401 \times 2 = 802$ (棵)。

解： $(2800 \div 7 + 1) \times 2 = 802$ (棵)

答：一共要准备 802 棵树。

3. 提示：这道题是在封闭线路上的植树问题，则棵数 = 间隔数。要想求出间隔长，必先求出总长，求出了总长后再根据关系式“总长 ÷ 间隔数 = 间隔长”就可以解出此题。

解： $(400 + 250) \times 2 \div 260$

$$= 650 \times 2 \div 260$$

$$= 5 \text{ (米)}$$

答：每相邻两棵树相距 5 米。

4. 提示：小强从第一棵树走到第 7 棵走了 $(7-1)$ 个间隔，他走一个间隔路程所用时间： $24 \div (7-1) = 4$ (分钟)，他 40 分钟走的间隔是： $40 \div 4 = 10$ (个)，那么他就应该走到第 $(10+1)$ 棵树。

解：走一个间隔路程所用的时间： $24 \div (7-1) = 4$ (分钟)

应该走到第几棵树： $40 \div 4 + 1 = 11$ (棵)

答：应该走到第 11 棵树。



5. 提示：桥全长 150 米，每隔 6 米插一面红旗，共分成 $150 \div 6 = 25$ （段），两端各插一面红旗，那么桥两边也共插红旗 $(25 + 1) \times 2 = 52$ （面），红旗与红旗之间（即每段）插两面绿旗，则桥两边共插绿旗： $25 \times 2 \times 2 = 100$ （面）。

解：插红旗的面数 $(150 \div 6 + 1) \times 2 = 52$ （面）

插绿旗的面数： $150 \div 6 \times 2 \times 2 = 100$ （面）

答：插红旗 52 面，插绿旗 100 面。

三、拔高训练

1. 解：走一个间隔路程用时： $5 \div (6 - 1) = 1$ （分钟）

15 分钟走的间隔 $(30 \div 2) \div 1 = 15$ （个）

应走到第几棵树就往回走： $15 + 1 = 16$ （棵）

答：爷爷应走到第 16 棵树就往回走。

2. 根据题意，学校操场长 62.5 米，两端各留 2 米空位，还有 $(62.5 - 2 \times 2)$ 米。可以把两车之间的距离看做“株距”，停放 5 辆公共汽车，就有 $(5 - 1)$ 段“株距”。再减去“株距” $[1.5 \times (5 - 1)]$ 米，剩下的就是 5 辆公共汽车的总长度，然后再求出每辆车长。

解：两端各留 2 米，共留： $2 \times 2 = 4$ （米）

两车之间的距离共占： $1.5 \times (5 - 1) = 6$ （米）

5 辆公共汽车共长： $62.5 - 4 - 6 = 52.5$ （米）

每辆公共汽车长： $52.5 \div 5 = 10.5$ （米）

答：每辆公共汽车长 10.5 米。

第十一讲 年龄问题

一、对应训练

1. 解： $(72 - 12) \div (4 - 1) = 20$ （岁） $20 - 12 = 8$ （年）

答：8 年后爷爷的年龄是孙子的 4 倍。

2. 解：女儿： $30 \div (3 - 1) - 1 = 14$ （岁）

母亲： $14 + 30 = 44$ （岁）或 $(14 + 1) \times 3 - 1 = 44$ （岁）

答：今年母亲 44 岁，女儿 14 岁。

3. 提示：哥哥和弟弟今年的年龄和是： $16 + 11 = 27$ （岁）

当哥哥和弟弟的年龄和是 45 岁时，哥哥和弟弟经过的年数和是：

$45 - 27 = 18$ （年）

这时哥哥和弟弟每人经过的年数都是： $18 \div 2 = 9$ （年）

解： $[45 - (16 + 11)] \div 2 = 9$ （年）

答：9 年后，哥哥和弟弟的年龄和是 45 岁。

4. 提示：今年张英和爸爸的年龄之和是 $50 + 5 \times 2 = 60$ （岁）。由于爸爸的年龄是张英的 3 倍，利用和倍应用题的解题方法即可解答。

解：今年张英的年龄： $60 \div (3 + 1) = 15$ （岁）

今年爸爸的年龄： $15 \times 3 = 45$ （岁）

答：张英今年 15 岁，爸爸 45 岁。

5. 解: $49 + 8 \times 3 = 73$ (岁) $73 - 71 = 2$ (岁)
 今年小红的年龄: $8 - 2 = 6$ (岁)
 今年父亲的年龄: $(71 - 6 + 3) \div 2 = 68 \div 2 = 34$ (岁)
 今年母亲的年龄: $34 - 3 = 31$ (岁)
 答: 今年小红 6 岁, 父亲 34 岁, 母亲 31 岁。

二、变式训练

- 提示: 今年妈妈的年龄正好是小华年龄的 4 倍, 也就是比小华大 $(4 - 1)$ 倍, 已知妈妈比小华大 27 岁, 因此可先求出“1 倍”的岁数, 也就是小华今年的岁数。
 解: 今年小华的年龄: $27 \div (4 - 1) = 9$ (岁)
 今年妈妈的年龄: $9 \times 4 = 36$ (岁)
 答: 小华今年 9 岁, 妈妈 36 岁。
- 提示: 爸爸的年龄是女儿年龄的 4 倍, 妈妈和爸爸同岁, 则妈妈的年龄也是女儿年龄的 4 倍, 那么三人年龄之和 81 岁, 则是女儿年龄的 $(4 + 4 + 1)$ 倍。
 解: 女儿的年龄: $81 \div (4 + 4 + 1) = 9$ (岁)
 爸爸妈妈的年龄: $(81 - 9) \div 2 = 36$ (岁) 或 $9 \times 4 = 36$ (岁)
 答: 爸爸、妈妈 36 岁, 女儿 9 岁。
- 提示: 由题意知, 三年前母女年龄之和是 44 岁, 现在母女俩各增加了 3 岁, 现在母女俩年龄和则为 $44 + 3 \times 2 = 50$ (岁), 那么女儿的年龄是 $50 \div (4 + 1) = 10$ (岁), 母亲年龄 $10 \times 4 = 40$ (岁)。
 解: 现在女儿的年龄: $(44 + 3 \times 2) \div (4 + 1) = 10$ (岁)
 现在母亲的年龄: $10 \times 4 = 40$ (岁)
 答: 母亲现在 40 岁, 女儿 10 岁。
- 提示: 根据题意, 今年父子年龄和是 100 岁, 那么 14 年前父子年龄和为: $100 - 14 \times 2 = 72$ (岁), 14 年前爸爸年龄是儿子的 5 倍, 则 14 年前儿子年龄为: $72 \div (5 + 1) = 12$ (岁)。因此, 14 年前爸爸 60 岁, 今年爸爸是 $60 + 14 = 74$ (岁)。
 解: 14 年前儿子的年龄: $(100 - 14 \times 2) \div (5 + 1) = 12$ (岁)
 今年爸爸的年龄: $12 \times 5 + 14 = 74$ (岁)
 答: 爸爸今年 74 岁。
- 提示: 根据条件, 四年前他们全家年龄之和是 58 岁, 现在全家年龄和是 73 岁, 四人四年应增加 16 岁, 但 $73 - 58 = 15$ (岁), 这说明四口人中有 1 人只增长了 3 岁, 弟弟今年 3 岁。
 解: $58 + 4 \times 4 = 74$ (岁)
 弟弟今年: $4 - (74 - 73) = 3$ (岁)
 姐姐今年: $3 + 2 = 5$ (岁)
 妈妈今年: $[73 - (5 + 3) - 3] \div 2 = 31$ (岁)
 爸爸今年: $31 + 3 = 34$ (岁)
 答: 今年弟弟 3 岁, 姐姐 5 岁, 妈妈 31 岁, 爸爸 34 岁。

三、拔高训练

- 提示: 祖父和父亲年龄的差等于父亲和孙子年龄的差, 这就是说, 祖父比父亲大多



少岁，孙子就比父亲小多少岁。现在已知祖孙年龄之和为 82 岁，那么从图中可看出，祖父和孙子年龄之和恰好是父亲年龄的 2 倍。所以父亲年龄应是 $82 \div 2 = 41$ (岁)。又因为今年祖孙年龄之和是 82 岁，明年祖父年龄恰好为孙子年龄的 5 倍，那么明年祖父和孙子年龄之和为 $82 + 2 = 84$ (岁)。这样就可以求出明年孙子的年龄为 $84 \div (5 + 1) = 14$ (岁)，明年祖父的年龄为 $14 \times 5 = 70$ (岁)。由此可知孙子年龄为 13 岁，祖父年龄为 69 岁。

孙子年龄

父亲年龄

祖父年龄

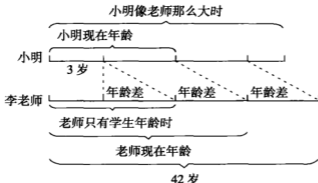
解：父亲年龄： $82 \div 2 = 41$ (岁)

孙子年龄： $(82 + 2) \div (5 + 1) - 1 = 13$ (岁)

祖父年龄： $(13 + 1) \times 5 - 1 = 69$ (岁)

答：祖父 69 岁，父亲 41 岁，孙子 13 岁。

2. 提示：如图所示：



从李老师的“当我像你这么大时，你才 3 岁”这一句可以得出：小明现在的年龄 - 3 = 两人的年龄差。而李老师现在的年龄 - 小明现在的年龄 = 两人年龄差。从李老师说的“当你像我这么大时，我已经 42 岁了”也可以得出：42 岁 - 李老师现在年龄 = 两人的年龄差。那么 $(42 - 3) \div 3 = 13$ (岁)，就是两人的年龄的差。李老师现在的年龄： $3 + 13 + 13 = 29$ (岁)。

解：两人的年龄差： $(42 - 3) \div 3 = 13$ (岁)

李老师现在的年龄： $3 + 13 + 13 = 29$ (岁)

答：李老师今年 29 岁。

第十二讲 鸡兔同笼

一、对应训练

- 提示：如果假设全是鸡，则 30 只鸡的腿数应为 $2 \times 30 = 60$ (条)，比题目中的条件少了 $70 - 60 = 10$ (条)，因为每只鸡比兔少 2 条腿，所以少了 10 条腿就说明有 $10 \div 2 = 5$ (只) 兔。也可以假设全是兔，首先可推算出鸡的只数。

解法一：假设笼中全是鸡，

$$\text{则兔的只数为：}(70 - 2 \times 30) \div (4 - 2) = 5 \text{ (只)}$$

$$\text{鸡的只数为：} 30 - 5 = 25 \text{ (只)}$$

解法二：假设笼中全是兔，

$$\text{则鸡的只数为：}(4 \times 30 - 70) \div (4 - 2) = 25 \text{ (只)}$$

$$\text{兔的只数为：} 30 - 25 = 5 \text{ (只)}$$

答：鸡有 25 只，兔有 5 只。

2. 提示：假设 100 名全是老师共可以栽树 $100 \times 3 = 300$ (棵)，比实际多算了 $300 - 120 = 180$ (棵)，为什么会多算呢？是因为把学生每人栽 1 棵看成每人栽 3 棵，每个学生多算了 $3 - 1 = 2$ (棵)，学生的人数为： $180 \div 2 = 90$ (人)，老师有 $100 - 90 = 10$ (人)。学生共栽 $90 \times 1 = 90$ (棵) 树，老师共栽 $3 \times 10 = 30$ (棵) 树。

解：学生人数： $(100 \times 3 - 120) \div (3 - 1) = 90$ (人)

$$\text{老师人数：} 100 - 90 = 10 \text{ (人)}$$

$$\text{学生共栽树：} 90 \times 1 = 90 \text{ (棵)}$$

$$\text{老师共栽树：} 3 \times 10 = 30 \text{ (棵)}$$

答：老师栽树 30 棵，学生栽树 90 棵。

3. 提示：解题方法是看鸡和兔谁的只数多，就把多的只数从笼子里“抓出来”，让笼子里鸡和兔只数同样多，然后配对，每一对里有一只鸡和一只兔，它们共有 6 只脚，用剩余脚数做总数除以 6，就知道配上多少对，也就求出它们的只数了。

解：兔： $(350 - 25 \times 2) \div (4 + 2) = 50$ (只)

$$\text{鸡：} 50 + 25 = 75 \text{ (只)}$$

答：鸡有 75 只，兔有 50 只。

4. 提示：这道题可以假设 20 道题全部答对，应得 $8 \times 20 = 160$ (分)，实际只得了 100 分，比实际多算了 $160 - 100 = 60$ (分)，为什么会多算了 60 分呢？是因为把答错的也看成了答对的，这样每把一道答错题看成一道答对题就会多算 $8 + 4 = 12$ (分)，多少道题答错了呢？ $60 \div 12 = 5$ (道)，然后再求答对的题数。

解：假设 20 道题全答对，应得： $8 \times 20 = 160$ (分)

$$\text{比实际多算了：} 160 - 100 = 60 \text{ (分)}$$

$$\text{每道错题看成对题多算：} 8 + 4 = 12 \text{ (分)}$$

$$\text{答错题数：} 60 \div 12 = 5 \text{ (道)}$$

$$\text{答对题数：} 20 - 5 = 15 \text{ (道)}$$

答：她答对了 15 道题。

5. 提示：要把三种量转化为两种量，由于每只蜻蜓和每只蝉都有 6 条腿，我们可以把它们看成同一类昆虫。假设 18 只昆虫都是蜻蜓。那么应当有腿 $18 \times 6 = 108$ (条)，比实际腿数少了 $116 - 108 = 8$ (条)，因为每只蜘蛛比每只蜻蜓多 2 条腿，所以蜘蛛的只数是 $8 \div 2 = 4$ (只)。这样蜻蜓与蝉共 $18 - 4 = 14$ (只)，共有翅膀 20 对，假设 14 只全为蜻蜓，应当有翅膀 $14 \times 2 = 28$ (对)，比实际的翅膀数多出 $28 - 20 = 8$ (对)，因为每只蝉比每只蜻蜓少 1 对翅膀，所以蝉的只数为 $8 \div 1 = 8$ (只)。

解：蜘蛛： $(116 - 18 \times 6) \div (8 - 6) = 8 \div 2 = 4$ (只)

$$\text{蝉：} [(18 - 4) \times 2 - 20] \div (2 - 1) = 8 \text{ (只)}$$

$$\text{蜻蜓：} 18 - 4 - 8 = 6 \text{ (只)}$$



答：蜘蛛4只，蝉8只，蜻蜓6只。

二、变式训练

1. 提示：由于一共采了112个松籽，平均每天采14个，可以先求出一共采了多少天， $112 \div 14 = 8$ （天），假设这8天全是晴天，应该采 $20 \times 8 = 160$ （个）松籽，比实际的松籽多 $160 - 112 = 48$ （个），为什么会多采了48个呢？是因为将一个雨天看成一个晴天就多算了 $20 - 12 = 8$ （个），多少个雨天多算了48个呢？ $48 \div 8 = 6$ （天）。

解：一共采了： $112 \div 14 = 8$ （天）

假设全是晴天，一共可以采： $20 \times 8 = 160$ （个）

比实际多算了： $160 - 112 = 48$ （个）

雨天有： $48 \div (20 - 12) = 6$ （天）

答：这几天中有6天是雨天。

2. 提示：假设100名都是老师，每人种3棵树，可以种 $3 \times 100 = 300$ （棵）树，比实际多种 $300 - 100 = 200$ （棵）树，这多出的200棵是因为把其中的学生换成了老师，每次用3个学生换成3个老师，种的树就增加了 $3 \times 3 - 1 = 8$ （棵），所以这多出的200棵需换 $200 \div 8 = 25$ （次），所以换成老师的学生人数是 $3 \times 25 = 75$ （人）。于是得出有学生75人，老师 $100 - 75 = 25$ （人）。

解：学生人数： $(3 \times 100 - 100) \div (3 \times 3 - 1) \times 3 = 25 \times 3 = 75$ （人）

老师人数： $100 - 75 = 25$ （人）

答：老师有25人，学生有75人。

3. 提示：这种类型题，要先看谁的脚步多就全设成谁的只数，这样思考起来简单一些。假设140只全是鸡，鸡脚总数就是280只，这时兔脚为0只，鸡脚比兔脚多280只，而实际上鸡脚比兔脚多160只，因此鸡脚与兔脚的差额数多了 $280 - 160 = 120$ （只），这是因为把其中的兔看成了鸡，用1只兔去换成1只鸡，鸡的脚数将增加2只，兔的脚数减少4只，鸡脚与兔脚差额缩小 $2 + 4 = 6$ （只），共要换多少次呢？用 $120 \div 6 = 20$ （次）就说明有20只兔。

兔： $(2 \times 140 - 160) \div (2 + 4) = 20$ （只）

鸡： $140 - 20 = 120$ （只）

答：鸡有120只，兔有20只。

4. 提示：假设全部都答对， $8 \times 20 = 160$ （分），比实际多得 $160 - 139 = 21$ （分）。每有一道错题转化为对题，小宁就要多得13分，因此商就是小宁答错题的数目。每有一道放弃题转化为对题，小宁就要多得8分，因此余数就是小宁放弃的数目。

解： $(8 \times 20 - 139) \div (8 + 5) = 1$ （题）……8（分）

答：小宁答错1题，放弃1题。

5. 提示：因为“4元”和“2元”的笔记本买的数量相同，所以把4元和2元的笔记本都看做 $(4 + 2) \div 2 = 3$ （元）的笔记本。假设这44册都是3元的笔记本，应付 $3 \times 44 = 132$ （元），比实际少付 $212 - 132 = 80$ （元）。这是由于把其中7元的笔记本都换成3元的，每换一本就少 $7 - 3 = 4$ （元），因此只要算出80里有多少个4，就可以求出7元钱的笔记本册数。

解： $[212 - (4 + 2) \div 2 \times 44] \div [7 - (4 + 2) \div 2]$
 $= 80 \div 4$

$$= 20 \text{ (册)}$$

$$(44 - 20) \div 2 = 12 \text{ (册)}$$

答：老师买了 7 元的笔记本 20 册，4 元和 2 元的笔记本各 12 册。

三、拔高训练

1. 提示：“鸡兔互换”是指把鸡看成兔，把兔看成鸡，所以无论是鸡还是兔，互换前后一共算了 6 只脚。这样就可以求出鸡兔只数的总和，再算出互换后脚数差，求出只数差，最后用和差公式求出鸡兔各有几只。

解：鸡兔共有： $(260 + 280) \div (4 + 2) = 540 \div 6 = 90 \text{ (只)}$

鸡兔相差： $(280 - 260) \div (4 - 2) = 20 \div 2 = 10 \text{ (只)}$

鸡： $(90 + 10) \div 2 = 50 \text{ (只)}$

兔： $90 - 50 = 40 \text{ (只)}$

答：鸡有 50 只，兔有 40 只。

2. 提示：要把三种量转化为两种量，由于一级住房和二级住房都是每套 5 间房，我们可以把它们看成都是一级住房，假设 20 套住房都是一级住房，那么应当有房间 $20 \times 5 = 100 \text{ (间)}$ ，比实际房间多了 $100 - 72 = 28 \text{ (间)}$ ，因为一级住房比三级住房每套多 $5 - 3 = 2 \text{ (间)}$ ，所以，三级住房的套数是 $28 \div 2 = 14 \text{ (套)}$ 。这样一级住房和二级住房共有 $20 - 14 = 6 \text{ (套)}$ ，共有阳台 8 个，假设这 6 套全是一级住房，那么阳台的个数应当有 $2 \times 6 = 12 \text{ (个)}$ ，比实际的阳台数多了 $12 - 8 = 4 \text{ (个)}$ ，因为每套一级住房比二级住房的阳台多 $2 - 1 = 1 \text{ (个)}$ ，所以，二级住房的套数为： $4 \div 1 = 4 \text{ (套)}$ 。

一级住房的套数为： $6 - 4 = 2 \text{ (套)}$

解：三级住房： $(20 \times 5 - 72) \div (5 - 3) = 14 \text{ (套)}$

二级住房： $[(20 - 14) \times 2 - 8] \div (2 - 1) = 4 \text{ (套)}$

一级住房： $20 - 14 - 4 = 2 \text{ (套)}$

答：一级住房有 2 套，二级住房有 4 套，三级住房有 14 套。

第十三讲 盈亏问题

一、对应训练

1. 解：学生人数： $(16 + 8) \div (10 - 7) = 8 \text{ (名)}$

礼物的价格： $10 \times 8 - 16 = 64 \text{ (元)}$

答：一共有 8 名同学，礼物的价格是 64 元。

2. 解：学生人数： $(80 - 20) \div (7 - 5) = 30 \text{ (人)}$

练习本数： $7 \times 30 + 20 = 230 \text{ (本)}$

答：品学兼优的学生有 30 人，练习本共有 230 本。

3. 解：树的周长： $(4 + 3) \div (4 - 3) = 7 \text{ (米)}$

绳的长度： $7 \times 3 + 3 = 24 \text{ (米)}$

答：树周长有 7 米，绳长有 24 米。

4. 解：汽车辆数： $(65 + 5 + 15) \div 5 = 85 \div 5 = 17 \text{ (辆)}$

学生人数： $65 \times 17 + 15 = 1120 \text{ (名)}$

答：一共有 17 辆汽车，有 1120 名学生。



5. 提示：买来的排球个数是篮球的2倍，假设把篮球的数量乘2，就和排球的个数同样多，则每班得分篮球的数量也应扩大2倍，余数也要扩大2倍，这样就可以将每班分2个，多余4个，转化为每班分4个，则余8个。这时候，条件就成了每班分4个，多余8个；每班分5个，则少2个。

由盈亏问题的解题方法可以求出有多少个班，从而求出篮球和排球的个数。

解：班级个数： $(4 \times 2 + 2) \div (5 - 4) = 10$ （个）

篮球个数： $10 \times 2 + 4 = 24$ （个）

排球个数： $24 \times 2 = 48$ （个）或 $5 \times 10 - 2 = 48$ （个）

答：学校买来篮球24个，排球48个。

二、变式训练

1. 提示：由题意知，第一次分配多出5人，第二次分配少6人，两次分配总量的差为 $5 + 6 = 11$ （人），每间房人数差为： $8 - 7 = 1$ （人），因此共有宿舍 $11 \div 1 = 11$ （间），共有新生 $7 \times 11 + 5 = 82$ （人）。

解：宿舍间数： $[5 + (8 - 2)] \div (8 - 7) = 11$ （间）

共有新生人数： $7 \times 11 + 5 = 82$ （人）

答：共有新生82人，宿舍11间。

2. 提示：根据题意，“每车坐60人，则空出15个座位；如果每车坐65人，则少用一辆车”可知，两种坐车方案中都出现了不足，第一次比第二次分配的总人数少 $65 - 15 = 50$ （人），为什么会相差50人呢？第一次比第二次每车少坐 $65 - 60 = 5$ （人），便可求出有几辆汽车。

解：共有汽车辆数： $(65 - 15) \div (65 - 60) = 10$ （辆）

学生人数： $60 \times 10 - 15 = 585$ （人）

或 $65 \times (10 - 1) = 585$ （人）

答：一共有10辆汽车，有学生585人。

3. 提示：根据题意知：绳子对折时，绳子多余的长度是 $2 \times 9 = 18$ （米），绳子三折时，绳子多余的长度是 $2 \times 3 = 6$ （米）。

解：井台到水面的距离： $(9 \times 2 - 2 \times 3) \div (3 - 2) = 12$ （米）

绳长： $12 \times 2 + 9 \times 2 = 42$ （米）或 $12 \times 3 + 2 \times 3 = 42$ （米）

答：绳子长42米，井台到水面的距离是12米。

4. 提示：解决这道题的关键在于把“如果其中的12个小朋友每人分3块，剩下的每人分4块，则正好分完”转化为“如果每人分4块，那么少 $(4 - 3) \times 12 = 12$ （块）。

解：小朋友的个数： $[30 + (4 - 3) \times 12] \div (4 - 2) = 21$ （个）

饼干的块数： $2 \times 21 + 30 = 72$ （块）

答：一共有饼干72块。

5. 提示：假设大班与小班人数一样多，则每人若分5个苹果时，少 $2 \times 5 + 6 = 16$ （个），若每人分4个，则多4个苹果，因此，可列式求解。

解：小班人数： $(2 \times 5 + 6 + 4) \div (5 - 4) = 20$ （人）

共有苹果个数： $4 \times 20 + 4 = 84$ （个）

答：这一筐苹果共有84个。

三、拔高训练

1. 提示：由题意列出条件：每分钟走 60 米，提早 10 分钟到校，每分钟走 50 米，提早 8 分钟到校。

转化条件：每分钟走 60 米，多走 $60 \times 10 = 600$ （米），每分钟走 50 米，多走 $50 \times 8 = 400$ （米）。

由此得出：小强离家时离 8 点还有 $(600 - 400) \div (60 - 50) = 20$ （分钟），即小强 7 点 40 分离家。

解：小强离家时离 8 点还有： $(60 \times 10 - 50 \times 8) \div (60 - 50) = 20$ （分钟），即小强 7 点 40 分离家。

小强家到学校的距离： $60 \times (20 - 10) = 600$ （米）

或 $50 \times (20 - 8) = 600$ （米）

答：小强 7 点 40 分离家，他家离学校不 600 米远。

2. 提示：把第一种分配方法中“有 3 人，每人各分 4 本”变为“每人都分了 3 本”，则剩余 $11 + 3 \times 1 = 14$ （本）；把第二种分配方法中“1 人分 3 本”假设为“每人都分 5 本”，则少 2 本，这样由一盈一亏可以求出学生人数，从而求出共有多少本练习本。

解：学生人数： $[11 + 3 \times 1 + (5 - 3)] \div (5 - 3) = 8$ （人）

共有练习本数： $3 \times 4 + (8 - 3) \times 3 + 11 = 38$ （本）

或 $3 + (8 - 1) \times 5 = 38$ （本）

答：一共有 38 本练习本。

第十四讲 归一与归总问题

一、对应训练

1. 提示：这是一道先求出一个单位量的应用题，再求这样的 10 个单位量。从已知条件出发，根据路程和时间的关系，求出速度，即每小时行的千米数，再求 10 小时行的路程。

解： $320 \div 2 \times 10 = 1600$ （千米）

答：10 小时能行 1600 千米。

2. 提示：从甲地到乙地的路程是一定的，这里的路程就是要求的总量，即归总问题，再根据路程和时间求出后来的速度。

解： $80 \times 6 \div 4 = 120$ （千米）

答：每小时需要行 120 千米。

3. 提示：由题意可知，2 台 3 小时磨面粉 2100 千克，可先求出 1 台 1 小时磨面粉多少千克： $2100 \div 3 \div 2 = 350$ （千克）。用 1 台 1 小时磨面粉的千克数乘以 4 台就得 4 台 1 小时磨面粉的千克数，再乘以 6 就求出了 4 台 6 小时完成的总量。

解： $2100 \div 3 \div 2 \times 4 \times 6 = 8400$ （千克）

答：4 台同样的磨面机 6 小时可以磨面粉 8400 千克。

4. 提示：要求出所求问题，关键是要先求出这本书稿的总字数和改版后每页的字数。

解：这本书的总字数： $24 \times 26 \times 540 = 336960$ （个）

改版后每页的字数： $30 \times 26 = 780$ （个）



改版后这本书的页数： $336960 \div 780 = 432$ （页）

答：此书改版后有 432 页。

5. 提示：可将已知条件的数量关系排列如下：

3 个篮球的钱 + 5 个排球的钱 = 375（元）

6 个篮球的钱 + 5 个排球的钱 = 675（元）

由题意我们知道所付的总钱数有变化，由 375 元增到 675 元，所买的排球个数没有变化，所买的篮球个数有变化，由买 3 个增到买 6 个，总钱数的增加是因为多买了 $6 - 3 = 3$ （个）篮球。这样可以先求出每个篮球多少元，接着再求出每个排球多少元。

解：篮球的价钱： $(675 - 375) \div (6 - 3) = 300 \div 3 = 100$ （元）

排球的价钱： $(375 - 100 \times 3) \div 5 = 15$ （元）

答：一个篮球 100 元，一个排球 15 元。

二、变式训练

1. 提示：根据先剪下 10 米做了 5 根可以算出做每根跳绳要用 $10 \div 5 = 2$ （米），要求剩下的还可以做多少根跳绳，根据数量关系式：剩下的米数 \div 每根跳绳的米数 = 剩下的数，即： $(120 - 10) \div 2 = 55$ （根）。

解： $(120 - 10) \div (10 \div 5) = 110 \div 2 = 55$ （根）

答：剩下的还可以做 55 根跳绳。

2. 解：小明从学校到家的总路程是： $50 \times 12 = 600$ （米）

提前 4 分钟需用多长时间行完全程： $12 - 4 = 8$ （分钟）

提前后的速度为： $600 \div 8 = 75$ （米）

小明每分钟比原来多行的米数： $75 - 50 = 25$ （米）

答：小明每分钟要比原来多行 25 米。

3. 提示：原来 1 台车床 1 小时加工零件： $1440 \div 3 \div 6 = 80$ （个）

现在每台车床每小时加工零件： $80 + 12 = 92$ （个）

因此，所有车床 1 小时加工零件： $(3 + 2) \times 92 = 460$ （个）

加工 3680 个零件需要： $3680 \div 460 = 8$ （小时）

解： $5 \times (1440 \div 3 \div 6 + 12) = 5 \times 92 = 460$ （个）

$3680 \div 460 = 8$ （小时）

答：加工 3680 个零件需要 8 小时。

4. 提示：要想知道需要增加多少人，就要知道提前 4 天完成需要多少人，要想知道需要的人数就要知道总工作量。本题的总工作量用天数来表示，即 20 人 12 天完成可以看成如果 1 个人完成就要用 $20 \times 12 = 240$ （天），即工作总量为 240 天。

解：工作总量： $20 \times 12 = 240$ （天）

现在用的天数： $12 - 4 = 8$ （天）

需要多少人完成： $240 \div 8 = 30$ （人）

增加的人数： $30 - 20 = 10$ （人）

答：需要增加 10 人。

5. 提示：可将已知条件的数量关系排列如下：

3 个足球的钱 + 5 个篮球的钱 = 281（元）

3 个足球的钱 + 7 个篮球的钱 = 355 (元)

由题意知: 所付的总钱数有变化, 由 281 元上升到 355 元, 所买的足球数量没有变化, 所买的篮球的个数发生了变化, 由买 5 个变为买 7 个, 总钱数的增加是因为多买了 $7 - 5 = 2$ (个) 篮球, 这样就可以求出一个篮球多少元, 再根据题目中的条件求出一个足球多少元, 最后再求买 5 个足球和 4 个篮球共花的钱数。

解: 一个篮球的价钱: $(355 - 281) \div (7 - 5) = 37$ (元)

一个足球的价钱: $(281 - 37 \times 5) \div 3 = 32$ (元)

买 5 个足球和 4 个篮球共花的钱:

$5 \times 32 + 4 \times 37 = 308$ (元)

答: 现在买 5 个足球和 4 个篮球共花 308 元。

三、拔高训练

1. 提示: 根据题意, 是要求 A、B 组各应收回多少钱, 也就是应算出 A、B 组多付了多少钱, 首先要求出每只船的租金是多少钱, 这就是本题要找出的单一量。已知三个组分摊 11 只船的租船费, C 组应付 22 元, 就是把 11 只船的租费平均分成三份, 每份 22 元, 所以 11 只船的租费就是 $22 \times 3 = 66$ (元), 这样得出每只船的租金 $66 \div 11 = 6$ (元)。

因为 A 组先付了 7 只船的租金 $6 \times 7 = 42$ (元), 实际 A 组应付 22 元, 多付 $42 - 22 = 20$ (元), 应从 C 组交付的 22 元中, 还给 A 组 20 元, 余下 B 组应收回多少钱就很明白了。

解: A 组应收回的钱: $(22 \times 3 \div 11) \times 7 - 22 = 6 \times 7 - 22 = 20$ (元)

B 组应收回的钱: $22 - 20 = 2$ (元)

答: C 组交来的钱应还给 A 组 20 元, 还给 B 组 2 元。

2. 提示: 由题意可把已知条件写成:

3 个篮球 + 8 个排球 = 500 (元)

4 个篮球 + 5 个排球 = 525 (元)

由前面的例题我们知道, 如果篮球或排球个数相同, 问题就好解决了。于是想到把篮球数、排球数、总钱数扩大相同倍数的方法。

把第一个条件中的篮球数、排球数、总钱数都扩大 4 倍; 把第二个条件中的篮球数、排球数、总钱数都扩大 3 倍:

3×4 个篮球 + 8×4 个排球 = 500×4 (元)

4×3 个篮球 + 5×3 个排球 = 525×3 (元)

也就是:

12 个篮球 + 32 个排球 = 2000 (元)

12 个篮球 + 15 个排球 = 1575 (元)

这样篮球数相同, 就便于解答了。

解: 每个排球的价钱: $(500 \times 4 - 525 \times 3) \div (8 \times 4 - 5 \times 3)$
 $= (2000 - 1575) \div (32 - 15)$
 $= 425 \div 17$
 $= 25$ (元)

每个篮球的价钱: $(500 - 25 \times 8) \div 3$



$$= (500 - 200) \div 3$$

$$= 100 \text{ (元)}$$

答：1个篮球100元，1个排球25元。

第十五讲 行程问题（一）

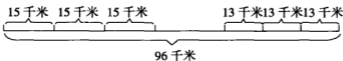
一、对应训练

1. 提示：要想求出相遇时间就要知道1小时两车共行驶了多少千米，即两车的速度和，再用路程除以速度和就是相遇时间。

$$\text{解：} 270 \div (40 + 50) = 3 \text{ (小时)}$$

答：3小时后两车相遇。

2. 提示：



从线段图中我们可以看出，甲、乙两地相距96千米，很明显3小时两人并不能相遇，中间还有一段路程。要求中间相距多少千米，只要从全长的96千米中减去3小时两人走过的路程，剩下的就是3小时后两人的距离。

$$\text{解：} 96 - (15 + 13) \times 3 = 12 \text{ (千米)}$$

答：3小时后两人相距12千米。

3. 提示：要求两地间的路程，就得知道两车的速度和相遇时间，从题中条件可以求出两车的速度和： $58 + 48 = 106$ （千米），从“两车在离中点20千米处相遇”可求出甲比乙多行 $20 \times 2 = 40$ （千米），由于甲车每小时比乙车多行 $58 - 48 = 10$ （千米），可以求出甲车比乙车多行40千米，需要的时间是 $40 \div 10 = 4$ （小时），即两车相遇的时间，两地间的路程是： $106 \times 4 = 424$ （千米）。

$$\text{解：} (58 + 48) \times [20 \times 2 \div (58 - 48)] = 424 \text{ (千米)}$$

答：两地间的路程是424千米。

4. 提示：要求骑自行车的同学共行多少千米，要知道骑自行车的同学的速度和骑自行车行的时间。根据题意可知：骑自行车的同学与甲、乙两队同时出发，就是说甲、乙两队从同时出发到相遇所用的时间，也就是骑自行车的同学不停地往返行的时间，甲、乙两队从出发到相遇用了 $18 \div (5 + 4) = 2$ （小时），即骑自行车的同学行的时间，因此，骑自行车的同学共行： $14 \times 2 = 28$ （千米）。

$$\text{解：甲、乙两队相遇时间：} 18 \div (5 + 4) = 2 \text{ (小时)}$$

$$\text{骑自行车的同学行的路程：} 14 \times 2 = 28 \text{ (千米)}$$

答：骑自行车的同学共行28千米。

5. 提示：因为乙在行进中修车耽误了1小时。所以从出发到相遇的这段时间里，乙实际行车时间比甲少1小时，这样，我们就可把它理解为甲先出发1小时后乙才出发，而问题所求的出发到相遇经过几小时，即相遇时甲车行的时间。

$$\text{解：} (138 - 13) \div (13 + 12) + 1$$

$$= 125 \div 25 + 1$$

$$= 6 \text{ (小时)}$$

答：从出发到相遇经过了6小时。

二、变式训练

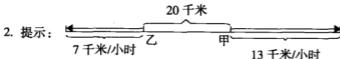
1. 提示：要求两车的速度各是多少，就要先求出两车的速度和，又知道两车的速度差，用和差公式求两车的速度各是多少。

解：速度和： $450 \div 5 = 90$ （千米）

A车： $(90 + 10) \div 2 = 100 \div 2 = 50$ （千米）

B车： $50 - 10 = 40$ （千米）

答：A车的速度是每小时50千米，B车的速度是每小时40千米。



解答这类行程问题的关键在于弄清甲、乙两人走的这段时间一共走了多少千米。从图中看出甲、乙两人的出发点并不是同一点，而是间隔了20千米，也就是说100千米中有20千米是不需要走的。那么很明显，甲、乙两人只走了 $100 - 20 = 80$ （千米）的路，求实际的路程，已知速度要求时间，只要用路程 \div 速度和即可。

解： $(100 - 20) \div (13 + 7)$

$= 80 \div 20$

$= 4$ （小时）

答：4小时后两人相距100千米。

3. 提示：想求慢车的速度，要先求出慢车行的路程。根据题意快车3小时行的路程比慢车多 $(25 \times 2 + 7)$ 千米，所以慢车3小时行了 $40 \times 3 - (25 \times 2 + 7) = 63$ （千米），由此可求出慢车的速度。

解： $[40 \times 3 - (25 \times 2 + 7)] \div 3 = 21$ （千米）

答：慢车每小时行21千米。

4. 提示：根据题意可知，狗奔跑的时间等于甲、乙两人从出发到两人相距3千米所用的时间。只要求出甲、乙两人从出发到两人相距3千米所用的时间，就可以求出东西两地相距的千米数。

由题意可知，狗奔跑的时间： $16 \div 8 = 2$ （小时）

东西两地的距离： $(5 + 4) \times 2 + 3 = 21$ （千米）

解： $(5 + 4) \times (16 \div 8) + 3 = 9 \times 2 + 3 = 21$ （千米）

答：东西两地相距21千米。

5. 提示：两人相向而行，不同时，不符合相遇问题的要求，只有去掉甲先走的2小时，剩下的路程才可看做相遇路程，相遇时间是3小时，由此可求出速度和，再减去甲速，求乙速。

解： $(82 - 9 \times 2) \div 4 - 9 = 64 \div 4 - 9 = 7$ （千米）

答：乙的速度是每小时7千米。

三、拔高训练

1. 提示：根据题意，汽车由甲城开往乙城原计划用9小时30分钟时间，实际行驶了3

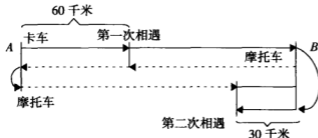


$+6=9$ (小时), 由“修了半个小时, 然后每小时加速 5 千米继续行驶, 再经过 6 小时准时到达乙城”, 得知加速后每小时多行 5 千米, 共行了 $5 \times 6 = 30$ (千米) 的路程, 正好弥补了修车半小时应行的路程, 得出汽车的原行驶速度为每小时 $30 \div 0.5 = 60$ (千米)

$$\begin{aligned}\text{解: } & (5 \times 6 \div 0.5) \times 3 + (5 \times 6 \div 0.5 + 5) \times 6 \\ &= 180 + 390 \\ &= 570 \text{ (千米)}\end{aligned}$$

答: 甲、乙两城间的距离是 570 千米。

2. 提示:



上图中, 用实线表示卡车行进的路线, 用虚线表示摩托车行进的路线。从图中我们可以看出, 卡车和摩托车第一次相遇时, 两车刚好合行了 A、B 两地之间的一个全程, 此时, 卡车走了 60 千米, 两车仍以原速继续前进, 分别到达 A、B 两地后返回至第二次相遇时, 从出发到第二次相遇两车共行了 A、B 两地之间的三个全程。所以卡车应行了 $60 \times 3 = 180$ (千米), 比一个全程多 30 千米, 由此可求出 A、B 两地之间的距离。

$$\text{解: } 60 \times 3 - 30 = 150 \text{ (千米)}$$

答: A、B 两地相距 150 千米。

第十六讲 行程问题 (二)

一、对应训练

- 提示: 根据题意, 甲追上乙时多行了 40 千米 (路程差), 甲车每小时行 60 千米, 乙车每小时行 50 千米, 甲车每小时比乙车多行 $60 - 50 = 10$ (千米) (速度差), 即甲车每小时可以追上乙车 10 千米, 所以要求追上所用的时间, 就是求 40 千米里面有几个 10 千米, 因此, 经过 $40 \div 10 = 4$ (小时) 甲车可以追上乙车。

$$\text{解: } 40 \div (60 - 50) = 4 \text{ (小时)}$$

答: 经过 4 小时甲车追上乙车。

- 提示: 这是一道追及问题, 因为两人在一个环形跑道上同时同向地跑, 所以跑得快的人会把跑得慢的人越“丢”越远, 最后就又追上了跑得慢的人, 此时跑得快的人恰好比跑得慢的人多跑一圈, 即 600 米。

$$\text{解: } 600 \div (300 - 240) = 10 \text{ (分钟)}$$

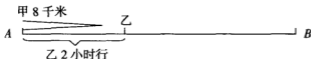
答: 经过 10 分钟张军追上王超。

3. 提示：火车通过大桥的时间应从车头上桥开始，到车尾离桥截止。因此火车过桥所行走的路程应为：桥长 + 车长，即 $450 + 150 = 600$ （米）。火车通过大桥的时间为： $600 \div 20 = 30$ （秒）。

解： $(450 + 150) \div 20 = 30$ （秒）

答：需要 30 秒。

4. 提示：



从图中可以看出，当甲开始追乙时两人的路程差正好是乙 $1 + 1 = 2$ （小时）行的路程，那么，根据追及路程和速度差，可以求出追及时间。

解：追及路程为： $6 \times (1 + 1) = 12$ （千米）

追及时间为： $12 \div (8 - 6) = 6$ （小时）

答：当甲追上乙时用了 6 小时。

5. 提示：由题意可知，晶晶向少年宫走去时，明明已行了 5 分钟，那么两人的路程差是 $60 \times 5 = 300$ （米），结果两人同时到达少年宫，即晶晶追上明明，根据路程差（追及路程） \div 速度差 = 追及时间，可求出晶晶追上明明的时间，即晶晶从学校到少年宫所用的时间： $300 \div (85 - 60) = 12$ （分），学校到少年宫的路程为： $85 \times 12 = 1020$ （米）。

解：学校到少年宫的路程差： $60 \times 5 = 300$ （米）

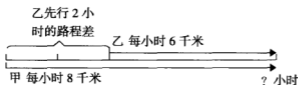
晶晶从学校到少年宫所用的时间： $300 \div (85 - 60) = 12$ （分）

学校到少年宫的距离： $85 \times 12 = 1020$ （米）

答：学校离少年宫 1020 米。

二、变式训练

1. 提示：

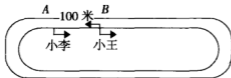


根据线段图，求追及时间，要先找路程差和速度差，乙先走 2 小时，路程差是 $6 \times 2 = 12$ （千米），速度差为 $8 - 6 = 2$ （千米）。

解： $6 \times 2 \div (8 - 6) = 12 \div 2 = 6$ （小时）

答：甲追上乙需要 6 小时。

2. 提示：这是一道环形追及问题，因为两人在一个环形跑道上同时同向前进，所以速度快的人会把速度慢的人越“丢”越远，最后就又追上了速度慢的人，此时速度快的人恰好比速度慢的人多行进了一圈（900 米），而这道题是小王从 A 点出发先跑 100 米到 B 点后，小李再从 A 点同向出发去追小王，从图上我们可以看出小李比小王多跑一圈还多 100 米，即： $900 + 100 = 1000$ （米）。



解: $(900 + 100) \div (400 - 200) = 5$ (分钟)

答: 小李经过 5 分钟可以追上小王。

3. 提示: 通过一棵大树的时间应从车头到大树开始, 车尾离开大树截止, 因此, 火车的速度为: $600 \div 2 = 300$ (米/分钟)。由于通过一座大桥用了 5 分钟, 因此, 桥长 + 车长 = $300 \times 5 = 1500$ (米), 由于车长 600 米, 则可得桥长: $1500 - 600 = 900$ (米)。

解: $600 \div 2 \times 5 - 600 = 900$ (米)

答: 这座大桥长 900 米。

4. 提示: 当甲取了东西改骑自行车出发时, 乙已行 $15 + 15 + 5 = 35$ (分钟), 行了 $60 \times 35 = 2100$ (米)。甲骑车每分钟比乙步行多行 $360 - 60 = 300$ (米), 用 2100 米除以 300 米就得到甲骑车追上乙的时间。

解: $60 \times (15 + 15 + 5) \div (360 - 60)$
 $= 2100 \div 300$
 $= 7$ (分钟)

答: 甲骑车 7 分钟能追上乙。

5. 提示: 要求两地之间的距离, 用甲车 (或乙车) 速度乘甲车 (或乙车) 时间可以求出, 甲车在途中停留 3 小时, 比乙车迟到 1 小时, 说明行这段路甲车比乙车少用 $3 - 1 = 2$ (小时), 因为甲车每小时比乙车快 $64 - 48 = 16$ (千米), 这道题可以理解为乙车比甲车先行 2 小时, 两车同时到达目的地, 因此可转化为追及问题来解答。距离差为: $48 \times 2 = 96$ (千米), 甲车行的时间为 $96 \div 16 = 6$ (小时), 所以两地之间的路程为 $64 \times 6 = 384$ (千米)。

解: 路程差: $48 \times (3 - 1) = 96$ (千米)

甲车行的时间: $96 \div (64 - 48) = 6$ (小时)

两地的路程: $64 \times 6 = 384$ (千米)

答: 出发地到货场的路程是 384 千米。

三、拔高训练

1. 提示: 根据背向而行的相遇时间可求出两人的速度之和: $400 \div 2 = 200$ (米/分); 根据同向而行的追及时间可求出两人的速度之差: $400 \div 20 = 20$ (米/分); 再根据和差问题求解公式,

解: 甲的速度: $(200 + 20) \div 2 = 110$ (米/分)

乙的速度: $(200 - 20) \div 2 = 90$ (米/分)

答: 甲每分钟跑 110 米, 乙每分钟跑 90 米。

2. 提示: 由题意知, 甲、乙都比丙早出发 $8 - 6 = 2$ (小时), 甲、丙路程差为 $5 \times 2 = 10$ (千米), 乙、丙路程差为 $4 \times 2 = 8$ (千米), 而丙用了 $12 + 6 - 8 = 10$ (小时) 追上甲, 由此可求出甲、丙的速度差每小时为 $10 \div 10 = 1$ (千米)。于是丙的速度为每小时 $5 + 1 = 6$ (千米), 所以丙追乙所需时间为: $8 \div (6 - 4) = 4$ (小时), 进而求出丙追上乙的具体时间在 $8 + 4 = 12$ (时)。

解：甲、丙路程差： $5 \times (8 - 6) = 10$ （千米）
 甲、丙速度差： $10 \div (12 + 6 - 8) = 1$ （千米）
 丙的速度： $5 + 1 = 6$ （千米/小时）
 丙追上乙的时刻： $4 \times 2 \div (6 - 4) + 8 = 12$ （时）
 答：丙在 12 点追上乙。

第十七讲 周期问题

一、对应训练

- (1) $60 \div 4 = 15$ ，第 60 个是 (▲)
 (2) $80 \div 3 = 26 \cdots 2$ ，第 80 个是 (△)
- 提示：从这列数的排列可以看出，这组数是按 7, 3, 4, 6 为一个循环不断依次重复排列的，我们把一个循环的 7, 3, 4, 6 称为一个周期，因为这个周期里有 4 个数，我们要求第 150 个数是几，就要用 150 去除以一个周期的数目 (4)。然后对余数进行分析，如果余数是 1，就是 7；如果余数是 2，就是 3；如果余数是 3，就是 4；如果余数为 0（整数），就是 6。
 再进一步观察数列，可以发现一个周期里四个数之和是 $7 + 3 + 4 + 6 = 20$ ，到第 150 个数，共有 $150 \div 4 = 37$ （组） $\cdots 2$ ，可以用一个周期里四个数的和乘以 37，再加上余的两个数 7 和 3，就能求出 150 个数的和。
 解：(1) $150 \div 4 = 37 \cdots 2$
 (2) $(7 + 3 + 4 + 6) \times 37 + 7 + 3 = 750$
 答：第 150 个数是 3，这 150 个数相加的和是 750。
- 提示：因为公元 1 年是鸡年，所以为了便于思考，我们把周期的排列顺序变为鸡、狗、猪、鼠、牛、虎、兔、龙、蛇、马、羊、猴。从公元 1 年到公元 2000 年，每 12 年一个周期， $2000 \div 12 = 166 \cdots 8$ ，余 8，即从鸡年开始数到第 8 个，所以 2000 年是龙年。
 解： $2000 \div 12 = 166 \cdots 8$
 答：公元 2000 年是龙年。
- 提示：从排列情况可以知道，这些自然数从小到大 4 个数为一个循环，也就是一个周期是 4 个数，周期数为 4。我们可以根据这些数除以 4 的余数来判断这些数各排在哪个字母下面。
 解：(1) $40 \div 4 = 10$
 (2) $95 \div 4 = 23 \cdots 3$
 答：40 在 D 的下面，95 在 C 的下面。
- (1) 一星期 7 天，为一个周期。这类题在计算天数时，可采用“算头不算尾”或“算尾不算头”的方法。
 $(28 - 1) \div 7 = 3 \cdots 6$
 从周三往后数 6 天，即 5 月 28 号是星期二。
 (2) 从 5 月 2 日算起到 6 月 1 日共 31 天。
 $31 \div 7 = 4 \cdots 3$



所以6月1日是星期六。

- (3) 2003年是平年, 2004年是闰年, 从2002年5月2日到2004年5月1日共经过了 $365 + 366 = 731$ (天), $731 \div 7 = 104 \cdots 3$

所以2004年5月1日是星期六。

二、变式训练

1. 提示:

- (1) 我们可以把红、白、黑的珠数相加起来。

$5 + 4 + 3 = 12$ (个) 为一个周期,

共有 $180 \div 12 = 15$ (个) 周期。

每个周期中有3个黑珠, 所以黑珠有 $3 \times 15 = 45$ (个)。

- (2) 因为 $158 \div 12 = 13 \cdots 2$, 即13个周期又2个珠子。

第158个珠子是红色的。

解: (1) $180 \div (5 + 4 + 3) = 15$ $15 \times 3 = 45$ (个)

(2) $158 \div (5 + 4 + 3) = 13 \cdots 2$

答: 黑珠共有45个, 第158个珠子是红色的。

2. 提示: 从第2位开始, 周期为22313123。

解: $(100 - 1) \div 8 = 99 \div 8 = 12 \cdots 3$

最后一个数字是3。

每个周期中有2个1, 共12个周期,

1的个数: $12 \times 2 + 1 = 25$ (个)

100个数字的和: $1 + (2 \times 3 + 3 \times 3 + 1 \times 2) \times 12 + 2 + 2 + 3 = 212$

答: 最后一个数字是3, 这排数字中共有25个1, 这100个数字的和是212。

3. 提示: 分针在钟面上旋转一圈, 时间过去1小时, 24小时是1天。只要根据求1991小时里面含有几个24小时所得的余数来判断就能解决问题。值得提醒的是 $1991 \div 24 = 82 \cdots 23$, 不能表示是23点, 它代表是从18点之后的23小时, 也可以理解为离24小时相差1小时, 即17点。

解: $1991 \div 24 = 82 \cdots 23$

答: 是17点。

4. 提示: 观察这些学生排列的情况可以看出, 除1~5号学生以外, 从第二排起都是按8个数一个周期依次不断地重复出现的, 重复的规律是四→三→二→一→二→三→四→五, 周期数是8。用 $2008 - 5$ 的差除以8, 再看看余数是几, 根据余数即可判断出最后一位学生站在第几列了。

解: $(2008 - 5) \div 8 = 250 \cdots 3$

第2008个学生在第250个周期后第3个数, 因为每个周期第一个学生都是从第四列开始, 所以第2008个学生站在第二列。

答: 最后一个学生站在第二列。

5. 提示: 根据题意采用分段统计法:

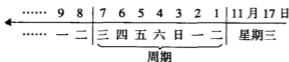
2月6日—2月28日 22天

3月1日—10月31日 245天 (共8个月, 其中5个大月)

11月1日—11月17日 17天

$$(22 + 245 + 17) \div 7 = 40 \cdots 4$$

这个算式告诉我们：2月6日在11月17日之前的40个星期又4天，画周期示意图时一定要“倒”着往前画。



从周期图上可以看出，每个周期之前的第四天是星期六。

三、拔高训练

1. 提示：这道题只要求积的个位数，可以用列表的方法找出积的个位数的变化规律。列表如下：

“2”的个数	1	2	3	4	5	6	7	8
积的个位数	2	4	8	6	2	4	8	6

从表中可知：周期为4

$$100 \div 4 = 25$$

答：积的个位数为6。

2. 提示：这道题和前面“推算星期几”的题目不同，它没有直接告诉“某月某日是星期几”这一具体条件，就使问题变得十分抽象。

请大家想一想，摆在桌子上的小小“月历”就很容易理解了。每年的10月都是31天， $31 \div 7 = 4$ （周）.....3（天）。这就表示：10月里有4个完整的“星期”另外还多出了3天，为了满足题目中“有5个星期六，4个星期日”这一条件，剩下的那3天（即29日、30日和31日）就只能分别为星期四、星期五和星期六。“月历”编排如下：

日	一	二	三	四	五	六
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

画出了“月历”，一切都明白了。

答：这年的10月1日是星期四。



第十八讲 还原问题

一、对应训练

1. 提示：根据题意，列出下面的流向图：

老人的年龄 \rightarrow 加上 14 \rightarrow 除以 3 \rightarrow 减去 26 \rightarrow 乘以 25 \rightarrow 100 岁

用逆推法帮助思考：

老人的年龄 \leftarrow 减去 14 \leftarrow 乘以 3 \leftarrow 加上 26 \leftarrow 除以 25 \leftarrow 100 岁

很容易列出算式，求得老人的年龄。

$$\begin{aligned}\text{解：} & (100 \div 25 + 26) \times 3 - 14 \\ & = (4 + 26) \times 3 - 14 \\ & = 76 \text{ (岁)}\end{aligned}$$

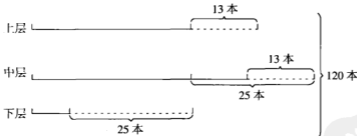
答：这位老人今年 76 岁。

2. 提示：此题适合用倒推法解，但在解题前应了解被减数不变，减数增加几，差就减少了几；减数减少了几，差就会增加几。小马虎先把减数个位上的 1 看成了 7，这使减数大了 $7 - 1 = 6$ ，那么差就减少了 6。他又把十位上的 7 看成了 1，又使减数小了 $70 - 10 = 60$ ，那么差就大了 60。此题告诉我们正确的差由于小马虎的粗心先减少了 6，后增加了 60，变成 444，我们把错误的差先减去 60，再增加 6，就找到正确的差了。

$$\text{解：} 444 - (70 - 10) + (7 - 1) = 390$$

答：正确的差应该是 390。

3. 提示：画出线段图：



不论书架上、中、下三层之间如何调整，存放书的总数都是 120 本。根据“结果上、中、下三层存放的书刚好相等”，可以求出每层都有书 $120 \div 3 = 40$ （本），如果下层将 25 本书还回中层，那么下层原有书 $40 - 25 = 15$ （本）中层有书 $40 + 25 = 65$ （本）；再如果上层不取 13 本书放到中层，那么中层原有书 $65 - 13 = 52$ （本），上层原有书 $40 + 13 = 53$ （本）。

解：现在书架每层有书： $120 \div 3 = 40$ （本）

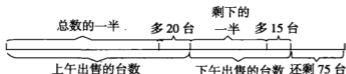
下层原有书： $40 - 25 = 15$ （本）

中层原有书： $40 + 25 - 13 = 52$ （本）

上层原有书： $40 + 13 = 53$ （本）

答：书架上层原来有书 53 本，中层原来有书 52 本，下层原来有书 15 本。

4. 提示：根据题意，画出线段图：



用倒推法分析：把剩下的 75 台和下午售出的台数中比剩下的一半多的 15 台合起来就相当于剩下的一半，这样可求出上午售出后剩下的台数是 $(75 + 15) \times 2 = 180$ (台)。而这 180 台和上午售出总数的一半多出的 20 台合起来共 $180 + 20 = 200$ (台)，又正好是总数的一半，那么 $(180 + 20) \times 2 = 400$ (台) 就是原有彩色电视机的台数。

$$\begin{aligned} \text{解：} & [(75 + 15) \times 2 + 20] \times 2 \\ & = [180 + 20] \times 2 \\ & = 200 \times 2 \\ & = 400 \text{ (台)} \end{aligned}$$

答：店里原有彩色电视机 400 台。

5. 提示：根据题意，第五次运送以后，岸上还有 5 人。用逆推法，从第五次运送以后向前逆推，第 4 次运送以后有 $(5 - 1) \times 2 = 8$ 人，第 3 次运送以后有 $(8 - 1) \times 2 = 14$ 人……列表进行倒推。

解：

学生数	
第五次运送后	5
第四次运送后	$(5 - 1) \times 2 = 8$
第三次运送后	$(8 - 1) \times 2 = 14$
第二次运送后	$(14 - 1) \times 2 = 26$
第一次运送后	$(26 - 1) \times 2 = 50$
初始状态	$(50 - 1) \times 2 = 98$

由表中可知，原来岸上有学生 98 人。

答：原来有 98 名学生。

二、变式训练

1. 提示：“用 23 去除，商是 16，余数是 11”，我们可以求出之前的结果为 $23 \times 16 + 11 = 379$ ，减去 323 后得 379，减 323 之前是 $379 + 323 = 702$ ，乘以 18 得 702，之前就是 $702 \div 18 = 39$ ，加上 37 得 39，那么原来的那个数是 $39 - 37 = 2$ 。

$$\text{解：} [(23 \times 16 + 11) + 323] \div 18 - 37 = 2$$

答：原来的那个数是 2。

2. 解：一个加数是： $(128 - 56) \div (10 - 1) \times 10 = 80$

另一个加数应是： $128 - 80 = 48$



答：这两个加数分别为 80 和 48。

3. 提示：已知上、下两层书架共有 100 本书，从上层借走 14 本后，还剩下 $100 - 14 = 86$ （本），再从下层拿出 10 本放入上层，这时两层书的本数同样多，也就是 $86 \div 2 = 43$ （本），下层拿出 10 本后才是 43 本的，下层原有 $43 + 10 = 53$ （本）。

上层借走 14 本，再从下层中拿出 10 本放入才是 43 本，上层原有 $43 + 14 - 10 = 47$ （本）。

解：下层原有书的本数： $(100 - 14) \div 2 + 10 = 53$ （本）

上层原有书的本数： $(100 - 14) \div 2 + 14 - 10 = 47$ （本）

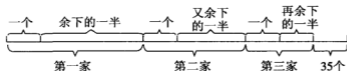
答：上、下层原来分别有书 47 本和 53 本。

4. 提示：用倒推法可求出，第二次用完还剩下 $15 + 7 = 22$ （米），第一次用完还剩下 $(22 - 10) \times 2 = 24$ （米），原来电线长 $(24 + 3) \times 2 = 54$ （米）。

解： $[(15 + 7 - 10) \times 2 + 3] \times 2 = 54$ （米）

答：这捆电线原有 54 米。

5. 提示：根据题意，画线段图如下：



从图中可以看出剩下的 35 个也相当于第三家尝一个后所余下桃子的一半。如果第三家尝了一个后没有买以前，那么桃子将余下 $35 \times 2 = 70$ （个）；如果第三家没有尝，桃子便余下 $70 + 1 = 71$ （个）。这 71 个桃子相当于第二家尝去一个后所余桃子的一半，如果第二家尝了以后没买，那么桃子应余下 $71 \times 2 = 142$ （个）；如果第二家也没尝，桃子便应余下 $142 + 1 = 143$ （个）。这 143 个桃子相当于第一家尝去一个后所余桃子的一半，如果第一家也是只尝没买，那么桃子应余下 $143 \times 2 = 286$ （个）；如果第一家也没尝，那么桃子便应是 $286 + 1 = 287$ （个）。这就是原来篮子里的桃子数。

解： $[(35 \times 2 + 1) \times 2 + 1] \times 2 + 1 = 287$ （个）

答：原来这篮桃子共有 287 个。

三、拔高训练

1. 提示：用倒推法从“三人各有 500 元”入手分析，每人从“500 元”开始，把得到的减去、再把给出的加上，就可求出甲、乙、丙三人原来各存款多少元。

解：甲原来存款： $500 + 40 - 20 = 520$ （元）

乙原来存款： $500 - 70 + 30 - 40 = 420$ （元）

丙原来存款： $500 + 70 - 30 + 20 = 560$ （元）

答：甲原来有存款 520 元，乙原来有存款 420 元，丙原来有存款 560 元。

2. 提示：从书架上一共放 192 本书，经过三次搬动后各层的本数相同，都有 $192 \div 3 = 64$ （本），而上层的 64 本书，是从下层取出一些书放到上层后使上层剩下的书翻倍得到的，也就是第三次搬运前上层只有 $64 \div 2 = 32$ （本）书。应把 32 本书还给下层，下层为 $64 + 32 = 96$ （本），然后依次还回去。

解： $192 \div 3 = 64$ （本）

下层原有书： $(64 + 64 \div 2) \div 2 = 48$ (本)

中层原有书： $(64 + 48) \div 2 = 56$ (本)

上层原有书： $56 + 64 \div 2 = 88$ (本)

答：这个书架原来上、中、下三层各有 88 本、56 本、48 本书。

第十九讲 逻辑推理问题

一、对应训练

1. 提示：先画出如下的空白表，用“√”表示是，用“×”表示不是。

根据“公务员比张强年龄小”，推出张强不是公务员，张强年龄大于公务员，填入下表 (1)。

又根据“李明和公务员不同岁”，推出李明不是公务员，填入下表 (1)。

由表 (1) 可知李明和张强不是公务员，王军是公务员，填入表 (2)。

根据“王军比医生年龄大”说明了王军不是医生，填入表 (1)。

再考虑“王军比医生年龄大”和张强年龄大于公务员 (王军) 可推出，李明是医生，于是又得出张强是教师，填入表 (2)。

	教师	公务员	医生
李明		×	
张强		×	
王军			×

表 (1)

	教师	公务员	医生
李明	×	×	√
张强	√	×	×
王军	×	√	×

表 (2)

答：张强是教师，李明是医生，王军是公务员。

2. 提示：这三句话中，甲和丙所说的互相矛盾，所以这两句话，必有一句是真话，一句是假话。用假设法来判断，假设第一句话是对的，第二句、第三句都是错的，乙说：“我不会开”是错的，那么乙就会开车。这和只有 1 个人会开汽车相矛盾，说明最开始假设错误，应该甲说的话是错的，丙说的话是对的，乙说的话也是错的，那么会开车的就是乙。

答：会开车的是乙。

3. 提示：如果直接思考某个汉字的对面是什么字比较困难，可以换种思维方式，想想某个汉字的对面不是什么字。

从图 (1) 中可知：“运”的对面不是“添”“光”，从图 (2) 中可知“运”的对面不是“为”“奥”，所以，“运”的对面一定是“彩”。

从图 (2) 中可知：“为”的对面不是“奥”“运”，从图 (3) 中可知：“为”的对面不是“添”“彩”，所以“为”的对面一定是“光”，剩下的“奥”的对面一定是“添”。

答：“为”的对面是“光”，“奥”的对面是“添”，“运”的对面是“彩”。

4. 提示：要考虑三个人参加三个队的情况，每个人不只参加一个队，关系比较复杂，我们可以利用表格来把已知条件反映出来。



	鼓号队	合唱队	足球队
甲	×	√	√
乙	√	√	×
丙	√	×	√

表中把三个队放在第一行中，甲、乙、丙三人放在第一列。

根据条件（1）在表中甲所在行与鼓号队所在的列的交叉点处用“×”来表示，这样由条件（3）知甲参加了合唱队和足球队，则在甲所在行的第二列、第三列格中画“√”。同样，由（2）在表中第四行第二列格中画“×”，那么第四行的另两个空格中就可以画“√”了。再由条件（4），表中第三行第一列处画“√”，第二列处画“√”，第三列处画“×”。这样根据已知条件逐步完成表格的填写，也就得到了所需的结论。

答：甲参加合唱队和足球队，乙参加鼓号队和合唱队，丙参加鼓号队和足球队。

5. 因为每人说的两句话中，都只有一句是对的，另一句是错的。哪一句是错的？不能一下子看出来。我们可以先假设某一句话是对的来进行推理，如没有矛盾，本题就此解决；如有矛盾，就说明这句话是错的，从而也找到了解题的突破口。

假设小明说的前半句是对的，即“甲班是第三名”，那么小刚说的后半句话“乙班第三名”就错了，因此小刚说的前半句就是对，即“丙班是第二名”。由“甲班是第三名”还可推出小强说的后半句“甲班第一”是错的，因此小强前半句是对的，即“丁班第二”。这样丁、丙班都是第二发生了矛盾。所以前面假设错误，即小明前半句话不可能正确。因此只有小明后半句话是正确的，即“丙班第一”。因此，小刚前半句话错误，后半句话是对的即“乙班第三”。由“丙班第一”还可推出小强的前半句话是对的，即“丁班第二”。

解：丙班第一名，丁班第二名，乙班第三名，甲班第四名。

二、变式训练

1. 解：分别假设小刚、小飞、小军说了假话，判断真假。

答：小刚第一、小飞第三、小军第二。

2. 提示：仔细推敲不难发现，有两句话是矛盾的，A说自己12岁，而C说A13岁，A和C必有一人说错。我们可以先假设两人中的一人为真，如果推不出矛盾，就获得解决，若推出矛盾，这句话就是假的，从而也就找到突破口。

先假设A说他12岁为真，那么C说A13岁为假，那么C的另外两句就应该是真话，从B比A大3岁，推出B15岁。C说“我比A小”，可知C小于12岁，可B说“C和我差3岁”与“C15岁”相矛盾，假设不成立，所以A说他12岁是假的。

A说自己12岁是假，那“比B小2岁，比C大1岁”就为真，C说的“B大A3岁”为假，所以C说A13岁为真，最后我们可以推出A：13岁，B：15岁，C：12岁。

3. 提示：首先想办法知道1的对面不是几，从上往下数，从第一个木块可知：1的对面不是2和5，从第二个木块可知，1的对面不是4，从第三个木块可知，1的对面不是3，所以，1的对面一定是6；从第一个木块可知，2的对面不是1和5，从第4个木块可知，2的对面不是4，那么2的对面是3或6，但已推出1的对面是6，所以2的对面一定是3；剩下的5的对面一定是4。

答：1 的对面是 6，2 的对面是 3，5 的对面是 4。

4. 提示：为了使分析过程条理清晰、一目了然，我们可以用列表法整理条件，用“√”表示肯定，用“×”表示否定。列表如下：

	语文	数学	外语	体育	音乐	美术
江	√	×	√	×	×	×
潘	×	√	×	×	×	√
刘	×	×	×	√	√	×

答：江波教语文和外语，潘锋教数学和美术，刘荣教体育和音乐。

5. 提示：因为 A 和 B 都说“ C 住在天津”，我们可以假设这句话是假话，那么 A 、 B 的前两句话应当是真话，推出 B 既住在北京又住在上海，矛盾。所以不成立，即 C 住在天津是真话。

因为 A 的前两句话中有一句假话，而 A 、 D 两人的前两句话相同，所以 D 的第三句话“我住在广州”是正确的，由此可知 B 的第二句话“ D 住在上海”是假话，第一句“我住在上海”是真话，进一步推知 A 的第二句话是假话，第一句“我住在北京”是真话，最后推知 C 的第二句话是假话，第三句“ E 住在南京”是真话。

答： E 住在南京。

三、拔高训练

1. 提示：由于①+②比③+④重，因此③、④中至少有一个为轻球，又由于⑤+⑥比⑦+⑧轻，因此⑤、⑥中至少有一个为轻球，又只有两个轻球，一定是③、④之一，⑤、⑥之一，若④为轻球，则③不是，由于①+③+⑤与②+④+⑧一样重，则⑤是轻球，若④不是轻球，则③是轻球，无论⑤是否为轻球，①+③+⑤ \neq ②+④+⑧，因此④号、⑤号球为轻球。

答：这两个轻球是④号和⑤号。

2. 提示：假设甲猜对，即丁得逻辑学奖学金，逻辑学奖学金获得者所作的猜测是正确的，则丁猜对，那么乙得语文奖学金，并且丙、乙均猜错。而由乙猜错，可知丙得数学奖学金，甲只好得英语奖学金，这又说明丙猜“甲得不到数学奖学金”是正确的，与前面的推理（丙猜错）矛盾。所以甲的猜测是错误的。甲猜错，即丁得不到逻辑学奖学金，甲不得数学奖学金且不得逻辑学奖学金。由此可知，丙的猜测是正确的，则丙得数学或逻辑学奖学金。于是推得乙猜错，故丁猜对，那么乙得语文奖学金，甲得英语奖学金，所以丁得数学奖学金，丙得逻辑学奖学金。

答：甲得英语奖学金，乙得语文奖学金，丙得逻辑学奖学金，丁得数学奖学金。

第二十讲 合理安排

一、对应训练

1. 提示：医生应给治疗时间最短的先治，最长时间的最后治，即顺序是小强→小华→小刚。三位同学留在医务室的时间总和是：小强 1 分钟，小华（1+3）分钟，小刚



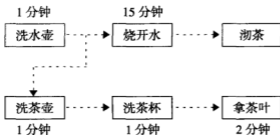
($1+3+5$) 分钟。他们留在医务室的时间总和是： $1+(1+3)+(1+3+5)=1+4+9=14$ (分钟)。

答：按照小强、小华、小刚的顺序治疗，他们留在医务室的时间总和最短。

2. 解： $3+3+3=9$ (分钟)

答：先放上第一、二个饼烙第一面，过 3 分钟拿下第二个，并将第一个饼翻一面，放上第三个，过 3 分钟，取下第一个把第三个翻过去，再把第二个另一面放上去，最后再用 3 分钟，三个饼都烙熟了，最少要用 9 分钟。

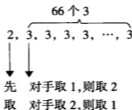
3. 提示：为了节省时间，能同时做的事，要尽量同时去做，如图所示：



解： $1+15=16$ (分钟)

答：先洗水壶，接下来在烧开水的时间里完成其他工作，16 分钟就能沏茶了。

4. 提示：由于每人可取 1 枚或 2 枚，先取者无法控制对手到底拿几枚，但可控制每次与对手所取棋子和为 3 枚。即当对手取 1 枚时，先取者取 2 枚，当对手取 2 枚时，先取者取 1 枚，这样将 200 枚棋子每 3 枚分一组， $200 \div 3 = 66 \cdots 2$ ，即分为 66 组，还余 2 枚。为了确保先取者能拿到最后的棋子，先取者必须第一次先拿 2 枚。



解： $200 \div 3 = 66 \cdots 2$

答：首先取 2 枚能保证必胜。

5. 提示：把 A 店的 80 吨大米运往乙居民点，把 B 店的 10 吨大米运往乙居民点，把 B 店的 50 吨大米运往甲居民点。

解： $80 \times 7 + (90 - 80) \times 11 + 50 \times 6 = 970$ (元)

答：运费最少需 970 元。

二、变式训练

1. 提示：所花的总时间是指他们四人各自用水时间与等待的时间总和。四人各自用水的时间不变，所以在安排四人用水的顺序时，应该使等的时间尽可能少，即应该让花费时间最少的人先用，顺序是乙、丁、甲、丙，列表如下：

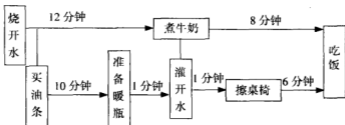
	乙用水时间	丁用水时间	甲用水时间	丙用水时间
乙等候时间	1			
丁等候时间	1	2		
甲等候时间	1	2	3	
丙等候时间	1	2	3	10

从表中我们可知，四人所花时间的总和最少是：

解： $1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3) + (1 + 2 + 3 + 10) = 26$ （分钟）

答：按乙、丁、甲、丙的顺序用水，他们所花的总时间最少，最少时间是 26 分钟。

- 答：先煎 8 只饼，两只两只煎，共用时 8 分；剩下 3 只饼，先煎第一只饼和第二只饼的正面，用时 1 分；再煎第一只饼的反面和第三只饼的正面，用时 1 分；最后煎第二只饼的反面和第三只饼的反面，用时 1 分。共用时： $8 + 1 + 1 + 1 = 11$ （分钟）。
- 提示：如果妈妈一件事一件事地去做，累计起来需要 $12 + 6 + 2 + 10 + 8 = 38$ （分钟），要想节约时间，最好是能同时做多件事。所以，可以先烧开水，在烧开水的 12 分钟内，妈妈去买油条用去 10 分钟，准备暖瓶用 1 分钟，等水烧开，再煮牛奶，煮牛奶的过程中灌开水、擦桌椅，这样经过合理的安排，所用的时间最短。它们的相互关系可以用下图的箭头来表示：



解： $12 + 8 = 20$ （分钟）

答：妈妈先烧水，在烧水的过程中买油条、准备暖瓶；然后煮牛奶，在煮牛奶的过程中灌开水、擦桌椅。时间最短用 20 分钟。

- 答：由于两堆棋子的枚数相等，不论甲先在其中哪一堆里取多少枚棋子，乙总可以在另一堆里取走相同枚数的棋子，因此，甲不能胜，只有后取者乙才能获胜。
- 提示：A、B 两个粮店共有大米 $90 + 80 = 170$ （吨），甲、乙、丙三个居民点共需大米 $40 + 50 + 60 = 150$ （吨），供应量与需求量不相等，我们可以通过比较运输中的差价来找所需运费最少的方法。

由观察可知，表中三列的差价分别为 2 元、3 元、1 元。即第二列差价最大，所以应将 A 店的大米运往乙居民点，则 A 店还剩 $90 - 50 = 40$ （吨），剩余的三列中第一列比第三列的差价大，所以应将 A 店剩余 40 吨大米运往甲居民点，A 店大米已供应完，所以由 B 店运 60 吨大米到 C 居民点。

解：调运方案如下表所示：



吨数 发站 \ 到站	甲	乙	丙
A	40	50	0
B	0	0	60

运费为：

$$50 \times 7 + 40 \times 3 + 60 \times 3 = 650 \text{ (元)}$$

答：运费最少为 650 元。

三、拔高训练

1. 提示：这种运输问题，运的货物越重路程越远，花费就越多，反之，如果移动的货物重量小路程近，花费的费用就少。在本题中，各粮库之间距离相等都是 50 千米，一般原则是“少往多处靠”。集中存在粮食较多的库房比较节约，甲、乙两仓库粮食合起来是 30 吨，还不如丁粮库的粮食多，所以应将甲、乙粮库的粮食集中放在丁粮库。甲粮库需用 $1 \times 10 \times 50 \times 3 = 1500$ (元)，乙粮库需用 $1 \times 20 \times 50 \times 2 = 2000$ (元)，共用 $1500 + 2000 = 3500$ (元)。

$$\text{解：} 1 \times (10 \times 3 + 20 \times 2) \times 50 = 3500 \text{ (元)}$$

答：最少要花 3500 元运费。

2. 提示：因为 $3 \times 11 + 7 \times 2 = 47$ (人)，所以男的住了 11 人的房间 3 间，7 人一间的房间 2 间。又因为 $1 \times 11 + 7 \times 5 = 46$ (人)，所以女的住了 11 人一间的房间 1 间，7 人一间的房间 5 间。

$$\text{解：} 47 = 3 \times 11 + 2 \times 7$$

$$46 = 1 \times 11 + 5 \times 7$$

$$3 + 2 + 1 + 5 = 11 \text{ (个)}$$

答：服务员最少用了 11 个房间。

