



目 录

CONTENTS

第 1 讲	加减法巧算	1
第 2 讲	巧数图形	11
第 3 讲	找规律	22
第 4 讲	找规律填图形	36
第 5 讲	一笔画问题	46
第 6 讲	巧求周长	59
第 7 讲	和差问题	70
第 8 讲	和倍问题	81
第 9 讲	差倍问题	92
第10讲	图形的拼剪	104
第11讲	植树问题	116
第12讲	盈亏问题	128
第13讲	年龄问题	140
第14讲	简单推理	152
第15讲	神奇的火柴棒	163
第16讲	时间巧安排	173
第17讲	巧求面积	185
第18讲	数学游戏	197
第19讲	重叠问题	207
第20讲	算式谜	220
参考答案	233



第1讲 加减法巧算

学习数学离不开计算，要使数学计算迅速准确又合理，除了要熟练掌握计算法则外，还必须掌握一些运算技巧。只有算得巧，才能算得快。因此，在学习整数加减计算时，要用心观察和分析，找到简便、灵活的计算方法。

“凑整”法是加减法巧算的主要方法。

1. 加法中的巧算

(1) 加法交换律：两个数相加，交换加数的位置，它们的和不变，即 $a + b = b + a$ 。

(2) 加法结合律：三个数相加，先把前两个数相加，再加上第三个数，或先把后两个数相加，再和第一个数相加，它们的和不变，即 $(a + b) + c = a + (b + c)$ 。

2. 加减混合运算中的巧算

(1) 一个数连续减去几个数，等于减去这几个数的和，即 $a - b - c = a - (b + c)$ 。反之，一个数减去几个数的和，等于连续减去这几个数，即 $a - (b + c) = a - b - c$ 。

(2) 在加减混合运算中，如果算式中没有括号，那



么计算时，可以带着运算符号交换加数、减数的位置，如： $a + b - c = a - c + b$ 。

(3) 在加减混合运算中添括号（或去括号）时，如果括号前面是“-”号，那么括号里的“-”号变“+”号，“+”号变“-”号；如果括号前面是“+”号，则括号里的符号不变，如 $a + b - c = a + (b - c)$ ， $a - (b - c) = a - b + c$ 。

3. 凑整巧算法

如果两个数的和恰好可以凑成整十、整百、整千……的数，那么其中一个数叫做另一个数的“补数”，如 $2 + 8 = 10$ ，2 叫做 8 的补数。

一个数的个位数字与它的补数的个位数字的和是 10，其他相对应位的数字之和是 9。只要掌握了这个规律，就能迅速看出一个数的补数。

在计算几个加数的和时，运用加法交换律、结合律，把互为补数的两个数先相加，然后再把所得的和相加，可以使计算简便。



金牌例题



例题 1

(1) $72 + 463 + 28$

(2) $247 + 195 + 753 + 405$

思路分析：连加运算，可以运用加法的运算定律，



找互为补数的两数结合。

(1) 72 和 28 互为补数。

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= (72 + 28) + 463 \\ &= 100 + 463 \\ &= 563\end{aligned}$$

(2) 247 和 753, 195 和 405 互为补数。

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= (247 + 753) + (195 + 405) \\ &= 1000 + 600 \\ &= 1600\end{aligned}$$

**例题 2**

(1) $65 + 75 + 45$ (2) $999 + 198 + 27 + 6$

思路分析：与例 1 比较，两题中没有直接合并互为补数的两个数，为了计算方便，我们可以把其中一个加数分成两个加数的和，使其中一个加数是另一个加数的补数，先把互为补数的两数相加，再加另一个加数。

(1) 65 的补数是 35，把 45 分成 35 和 10，这样转化为 $100 + 85$ 。

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= (65 + 35) + (75 + 10) \\ &= 100 + 85 \\ &= 185\end{aligned}$$

(2) 999、198、27 的补数分别是 1、2、3，把 6 分成 1、2、3，这样转化成 $1000 + 200 + 30$ 。

$$\text{解：原式} = (999 + 1) + (198 + 2) + (27 + 3)$$



$$= 1000 + 200 + 30$$

$$= 1230$$

**例题 3**

$$(1) 436 - 199 + 164 \quad (2) 946 - 54 - 146$$

$$(3) 357 - (240 - 43)$$

思路分析：

(1) 先把 436 和 164 相加，得出的数再减 199。

解：原式 $= (436 + 164) - 199$

$$= 600 - 199$$

$$= 401$$

(2) 946 减去的两个数的和正好是整百数，可以先把这两个数相加，再从 946 里减去这两个数的和。

解：原式 $= 946 - (54 + 146)$

$$= 946 - 200$$

$$= 746$$

(3) 在加减混合运算中，如括号里有一个数与括号外的数相加或相减得整十、整百、整千的数，可以去掉括号使计算简便。此题去掉小括号先用 357 加 43 得整百，再减 240。

解：原式 $= (357 + 43) - 240$

$$= 400 - 240$$

$$= 160$$



例题 4

(1) $428 + 199$

(2) $1035 - 298$

思路分析：在计算时，遇到一些近似于整十、整百、整千的数，先凑成整十、整百、整千，然后用加整减零、减整加零的方法，使计算简便。

解：(1) 原式 $= 428 + 200 - 1$

$$= 628 - 1$$

$$= 627$$

(2) 原式 $= 1035 - 300 + 2$

$$= 735 + 2$$

$$= 737$$



例题 5

$84 + 79 + 85 + 74 + 83$

思路分析：此题共有 5 个加数，由于这 5 个加数都接近 80，计算时可以先将 5 个加数都看成 80，用 80×5 算出结果，然后再把多算的零头去掉，少算的零头补上，使计算简便。

解：原式 $= 80 \times 5 + 4 - 1 + 5 - 6 + 3$

$$= 400 + 5$$

$$= 405$$

**小结**

1. 几个数相加减时，要灵活运用加、减法的运算法则或有关性质进行凑整的简便计算。

2. 几个数相加减时，如不能直接凑整，可以用加整减零、减整加零等方法来间接凑整进行简便计算。

总之，一定要认真观察数字的特点，采用合理、灵活的方法进行简便计算。

**金牌训练****对应训练**

1. $24 + 875 + 76$

2. $162 + 239 + 38 + 1761$



第1讲 加减法巧算

3. $44 + 38 + 56$

4. $199 + 99 + 9 + 3$

5. $158 - 75 + 42$

6. $186 - (120 - 14)$

7. $867 + 198$

8. $2370 - 599$

9. $27 + 29 + 31 + 34 + 28 + 30$

变式训练

1. $486 + 128 + 514 + 22$

2. $251 - 300 + 149$

3. $2001 + 1003 + 901$

4. $48 + 57$



5. $986 - (45 + 86)$

6. $283 - (83 - 30)$

7. $31 + 29 + 32 + 33 + 62$

拔高训练

1. $9998 + 998 + 98$

3
年级

小学生 奥数夺冠



XIAOXUESHENG AOSHU DUOGUAN

2. $537 - (543 - 163) - 57$

3. $1000 - 90 - 80 - 70 - 60 - 50 - 40 - 30 - 20 - 10$



第2讲 巧数图形

小朋友，你见过不少图形吧，那么你会数图形吗？
你想学会数图形的方法吗？

数图形，初看很容易，只要数一数就能得出结果。其实，要数准确图形并不那么简单。由于几何图形错综复杂，因此，要想准确地、不重复也不遗漏地数出线段、角、三角形……那就必须要有次序、有条理地数，从中发现规律，以便得到正确的结果。

要想正确数出图形的个数，关键是要从基本图形入手：

首先要弄清图形中包含的基本图形是什么，有多少个；

再数出由基本图形组成的新图形中所包含的基本图形的个数，依次数出它们的个数；

最后求出它们的和是多少。

有些图形被分成了几个部分，可以先从各部分的基本图形出发，数出所含图形的个数，再求各部分的总和。

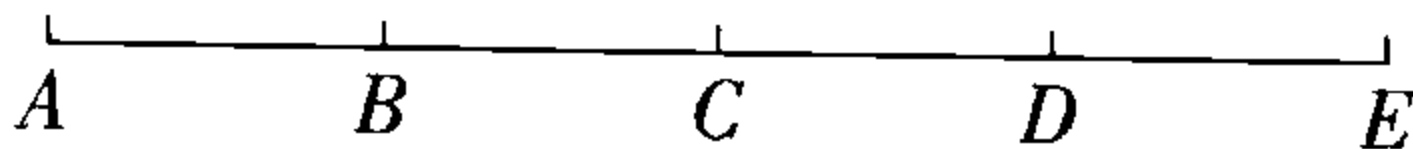


金牌例题



例题 1

数出下图中一共有多少条线段？



思路分析：我们把图中的线段 AB 、 BC 、 CD 、 DE 看做基本线段，那么：

由 1 条基本线段构成的线段有 AB 、 BC 、 CD 、 DE 共 4 条；

由 2 条基本线段构成的线段有 AC 、 BD 、 CE 共 3 条；

由 3 条基本线段构成的线段有 AD 、 BE 共 2 条；

由 4 条基本线段构成的线段有 AE 共 1 条。

我们还可以这样想：

以线段左端点分类数的方法。以 A 点为左端点的线段有： AB 、 AC 、 AD 、 AE ，4 条；以 B 点为左端点的线段有： BC 、 BD 、 BE ，3 条；以 C 点为左端点的线段有 CD 、 CE ，2 条，以 D 点为左端点的线段有 DE ，1 条。

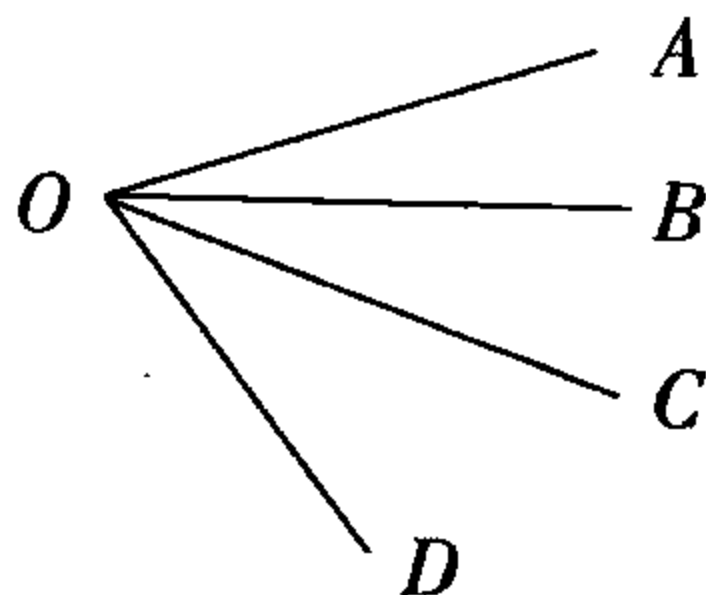
所以，图中共有线段： $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ （条）

答：图中共有 10 条线段。



例题 2

数一数，下图中共有多少个角？





思路分析：数角的个数可以采用与数线段相同的方法来数。从角的两条边出发来数，依顺时针方向：

以 OA 为一边的角有 $\angle AOB$ 、 $\angle AOC$ 、 $\angle AOD$ ，3 个；

以 OB 为一边的角有 $\angle BOC$ 、 $\angle BOD$ ，2 个；

以 OC 为一边的角有 $\angle COD$ ，1 个。

还可以这样思考：

由一个基本角组成的角有 $\angle AOB$ 、 $\angle BOC$ 、 $\angle COD$ ，3 个；

由两个基本角组成的角有 $\angle AOC$ 、 $\angle BOD$ ，2 个；

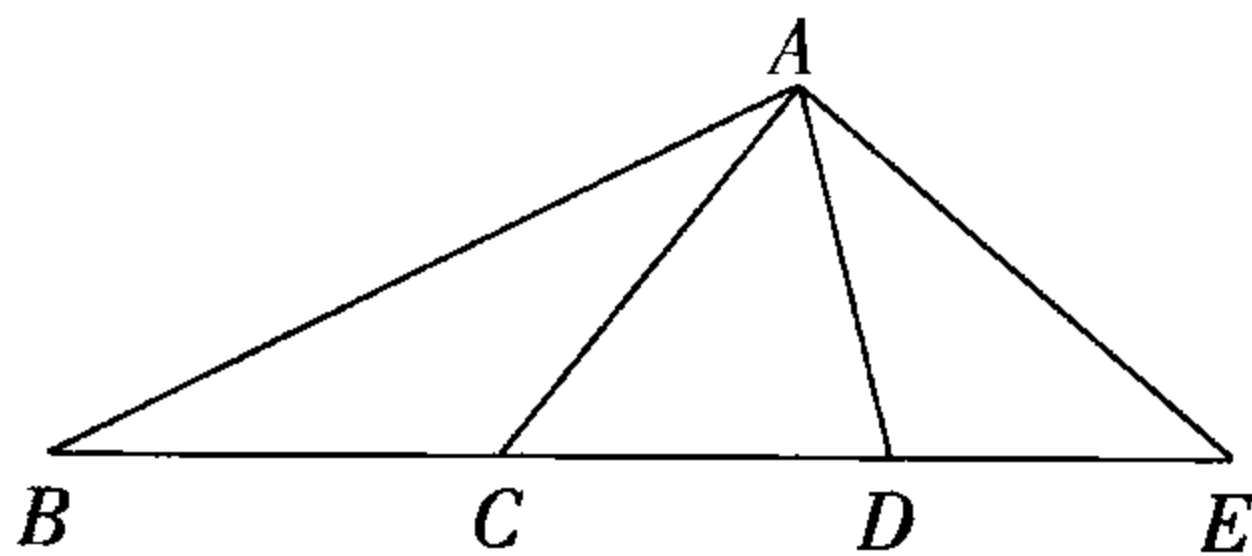
由三个基本角组成的角有 $\angle AOD$ ，1 个。

解： $3 + 2 + 1 = 6$ （个）

答：图中共有 6 个角。

**例题 3**

数一数，下图中共有多少个三角形？



思路分析：数三角形个数的方法与例 1、例 2 的数线段、数角的方法类似，我们把图中 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$ 、 $\triangle ADE$ 看做基本三角形。

那么：由 1 个基本三角形构成的三角形有 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$ 、 $\triangle ADE$ 3 个；

由 2 个基本三角形构成的三角形有 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACE$ 2 个；

由 3 个基本三角形构成的三角形有 $\triangle ABE$ 1 个。

还可以这样思考：抓住底边 BE 来考虑。

底边左端点是 B 的三角形共有 $\triangle BCA$ 、 $\triangle BDA$ 、 $\triangle BEA$ 3 个；

底边左端点是 C 的三角形有 $\triangle CDA$ 、 $\triangle CEA$ 2 个；

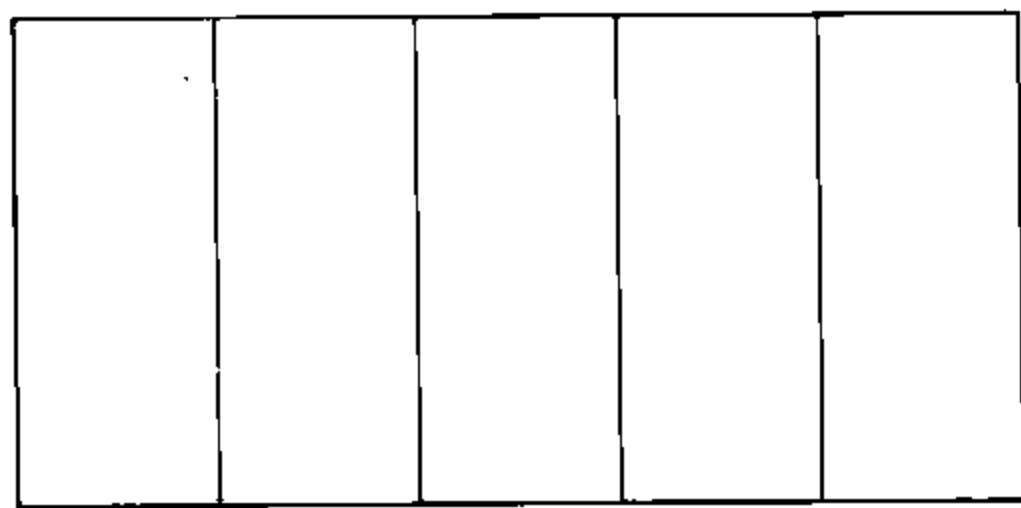
底边左端点是 D 的三角形有 $\triangle DEA$ 1 个。

解： $3 + 2 + 1 = 6$ （个）

答：图中共有 6 个三角形。

**例题 4**

数一数，下图中共有多少个长方形？



思路分析：我们可以采用按基本图形组合的方法来数，把图中最小的一个长方形看做基本图形。

由 1 个基本图形构成的长方形有 5 个；

由 2 个基本图形构成的长方形有 4 个；

由 3 个基本图形构成的长方形有 3 个；

由 4 个基本图形构成的长方形有 2 个；

由 5 个基本图形构成的长方形有 1 个。



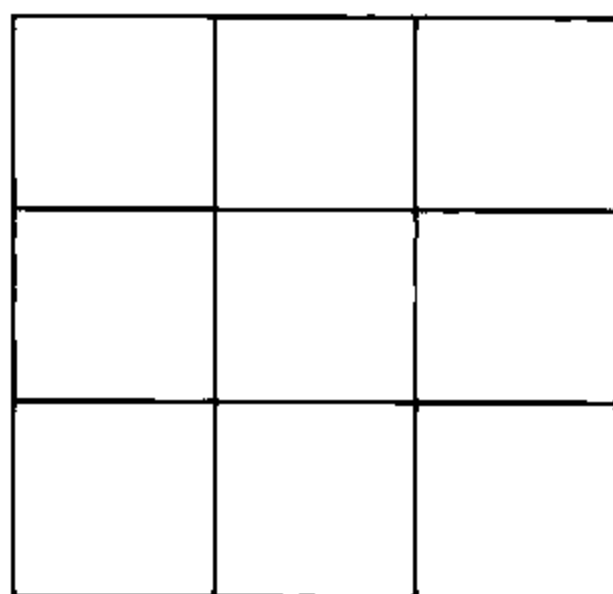
解： $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ （个）

答：图中共有 15 个长方形。



例题 5

数一数，下图中共有多少个正方形？



思路分析：我们把最短的一条线段看做基本线段。

边长为 1 条基本线段的正方形有 9 个；

边长为 2 条基本线段的正方形有 4 个；

边长为 3 条基本线段的正方形有 1 个。

解： $9 + 4 + 1 = 14$ （个）

答：图中共有 14 个正方形。

小结

小朋友，你们发现了吗？数线段的方法是数其他图形的基本方法。

线段的总条数等于基本线段的条数依次减 1 后，得到的各数相加的和。

长方形的总数等于长边线段的总数乘以宽边线段的总数。

数其他图形的方法可以以此类推。



金牌训练

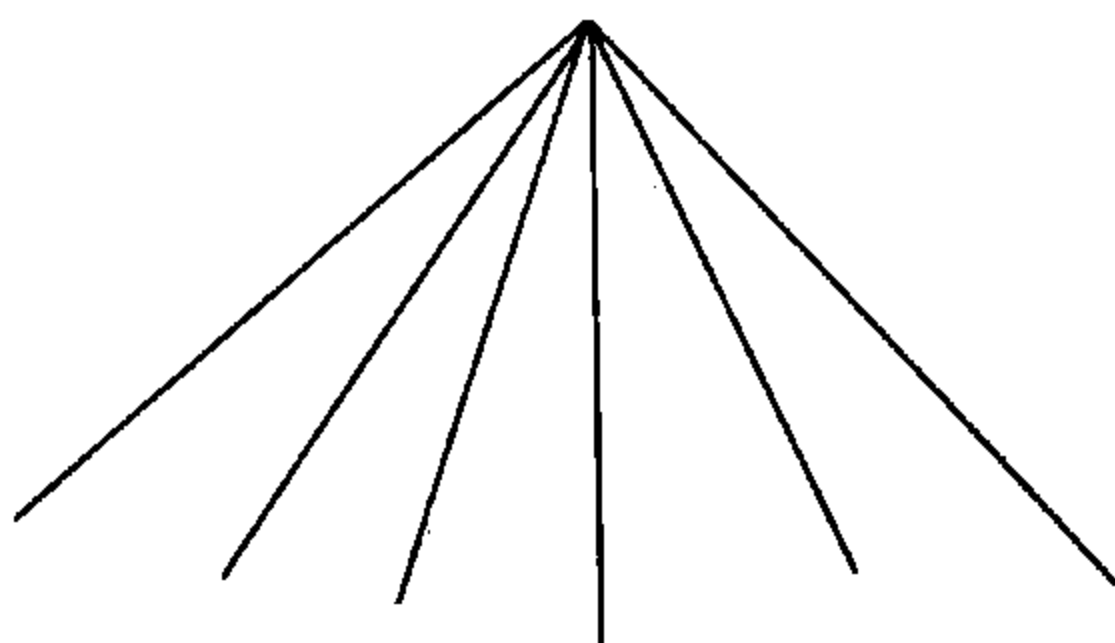


一 对应训练

1. 数一数，下图中共有多少条线段？

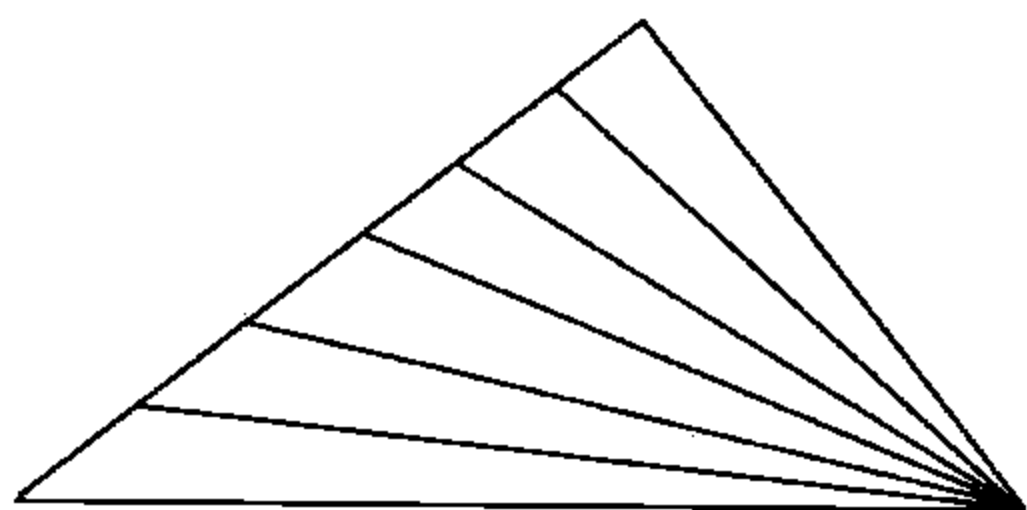


2. 数一数，下图中共有几个角？

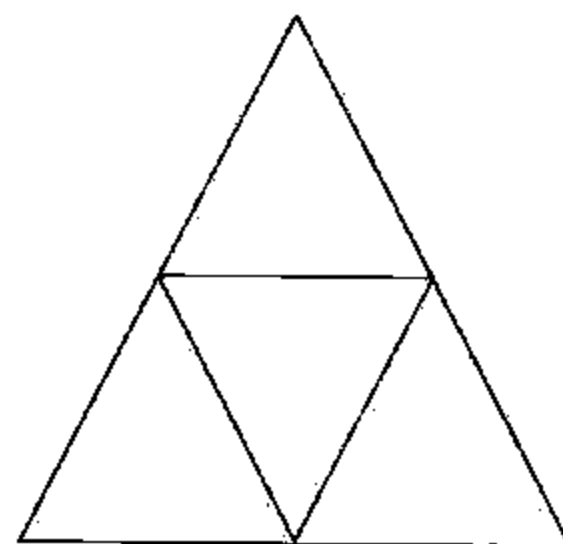




3. 数一数，图（1）和图（2）各有多少个三角形？

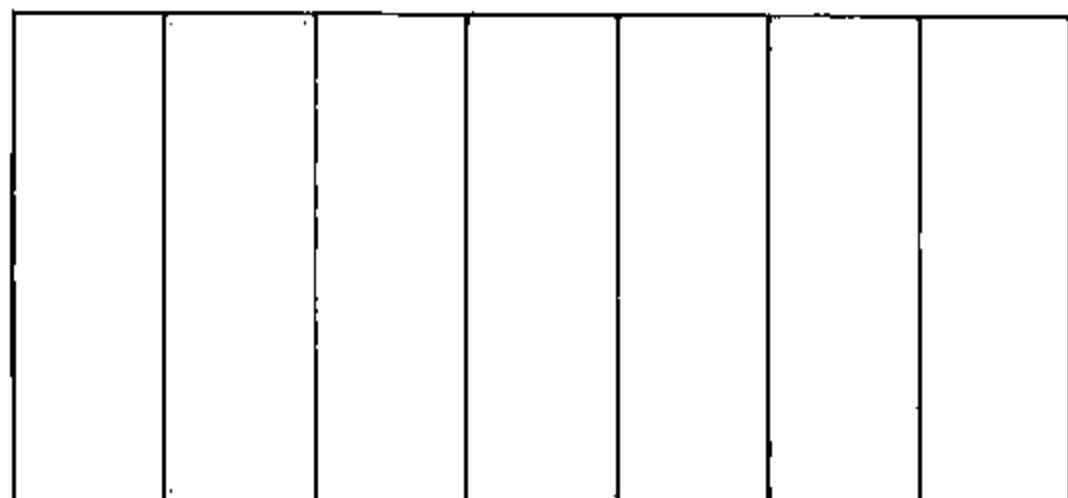


(1)

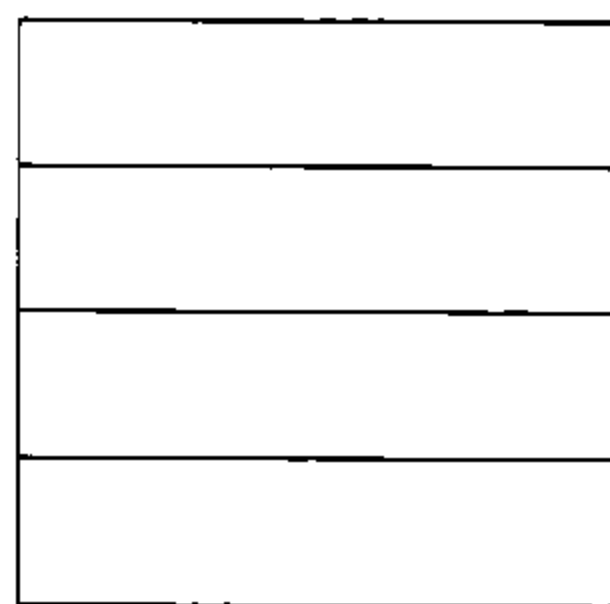


(2)

4. 数一数，图（1）和图（2）中各有多少个长方形？

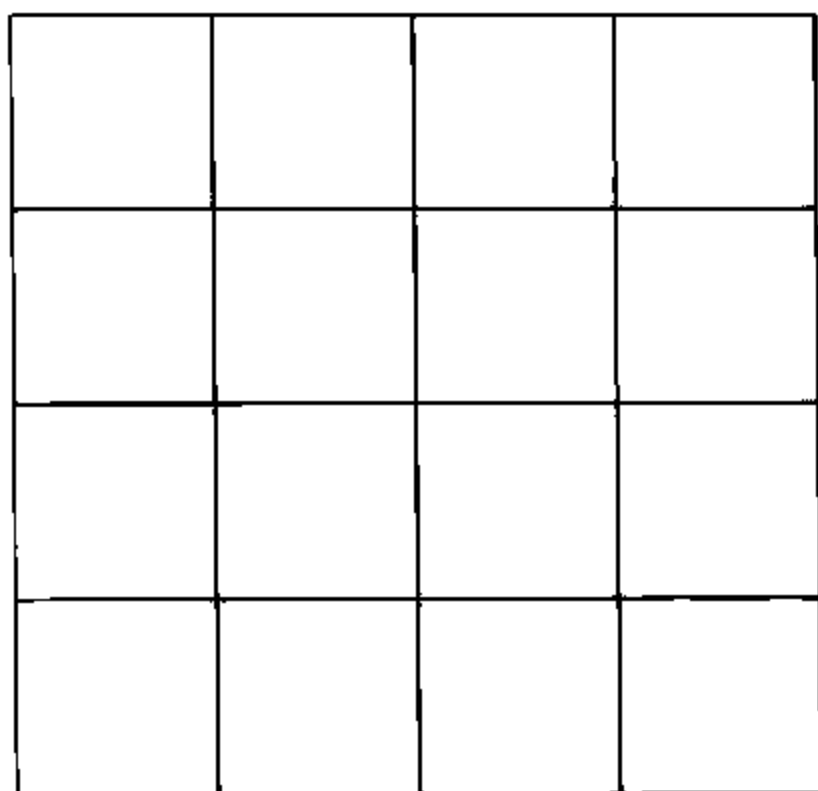


(1)



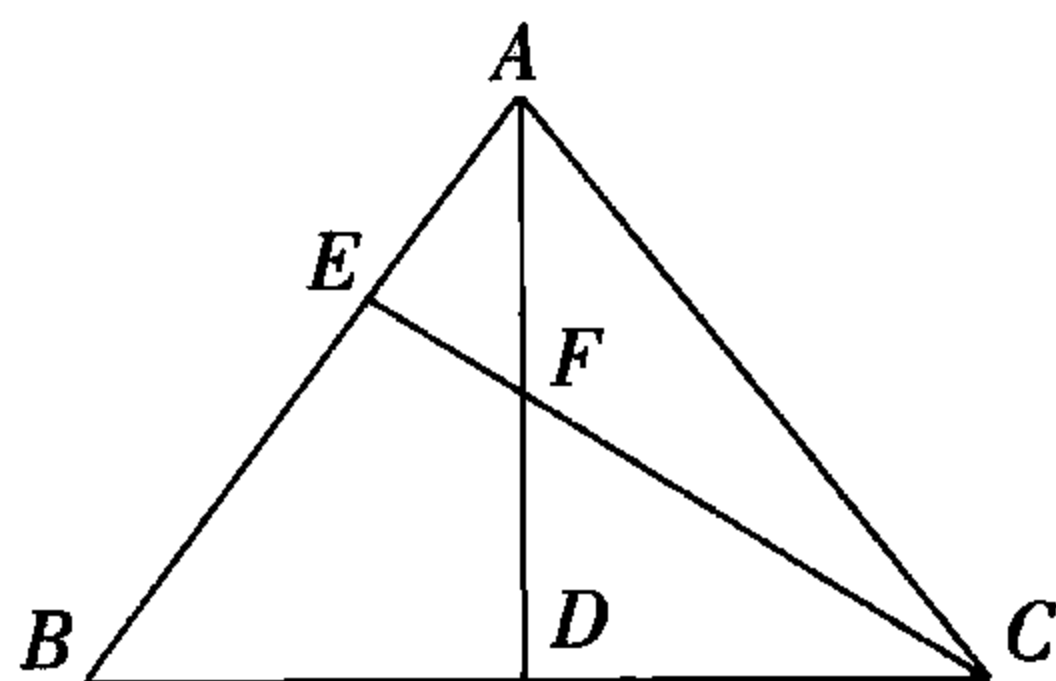
(2)

5. 数一数，下图中共有多少个正方形？



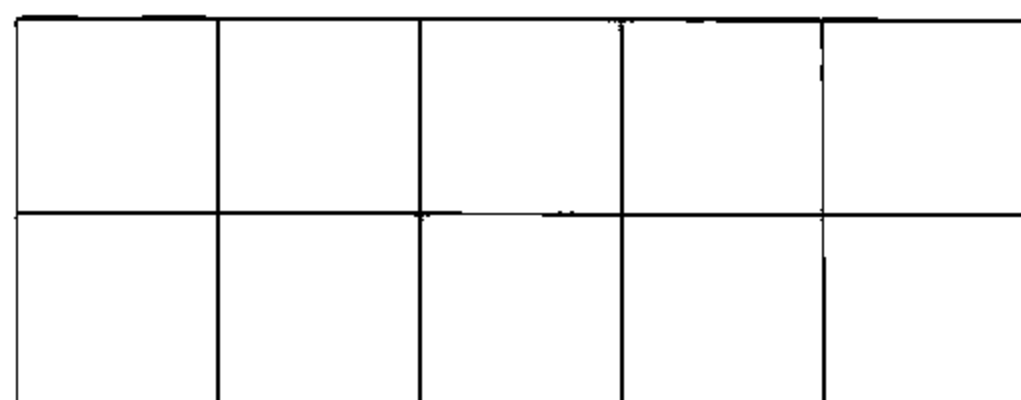
变式训练

1. 数一数，下边的图形中一共有多少条线段？

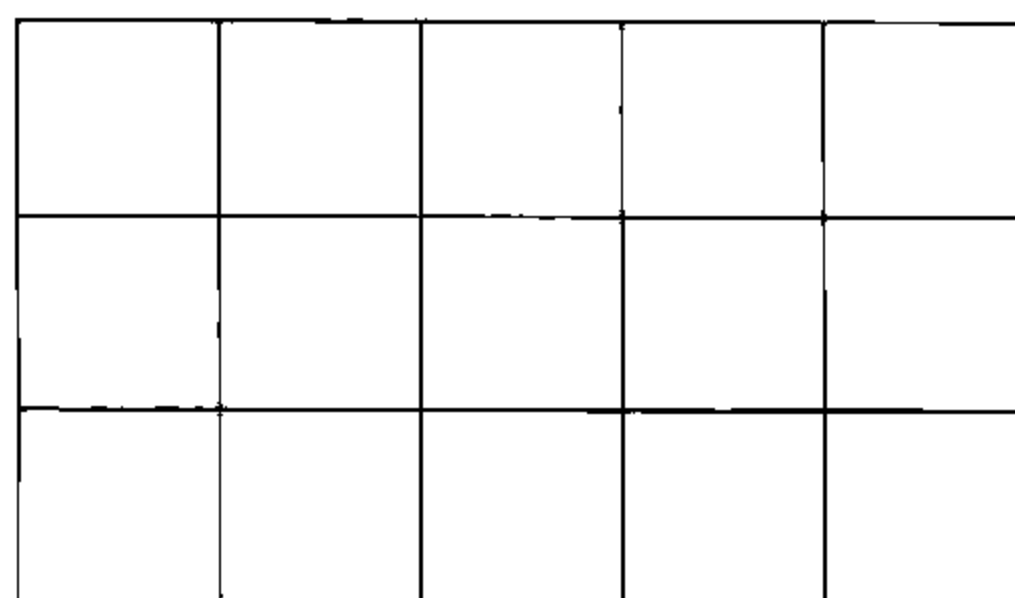




2. 下列图形中图（1）有多少个长方形？图（2）有多少个正方形？

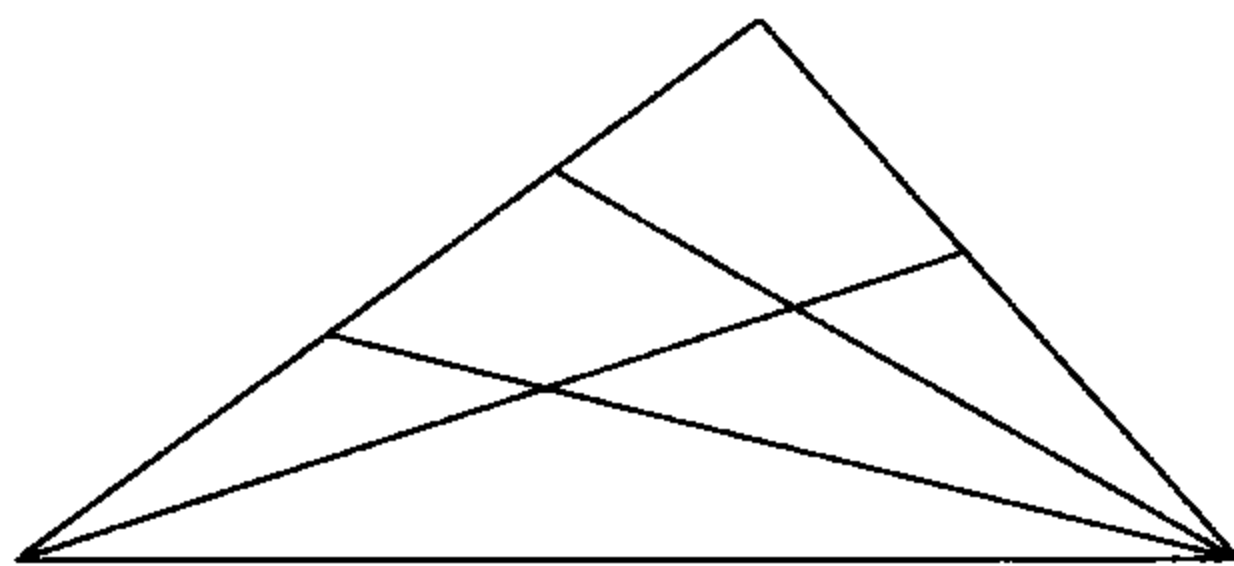


(1)

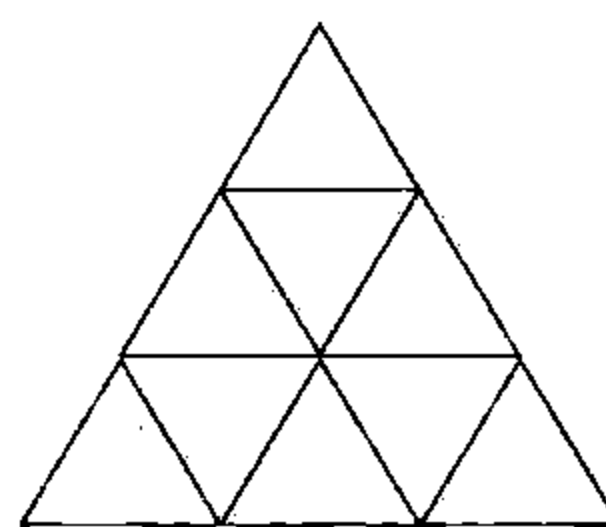


(2)

3. 下列图中图（1）和图（2）各有多少个三角形？



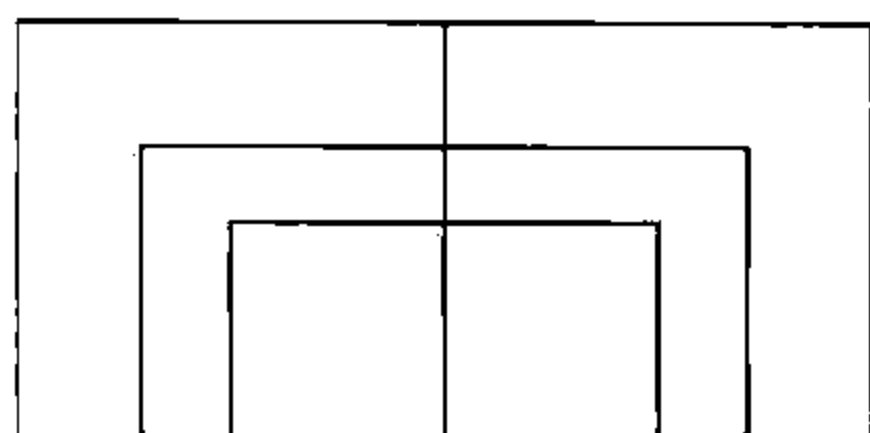
(1)



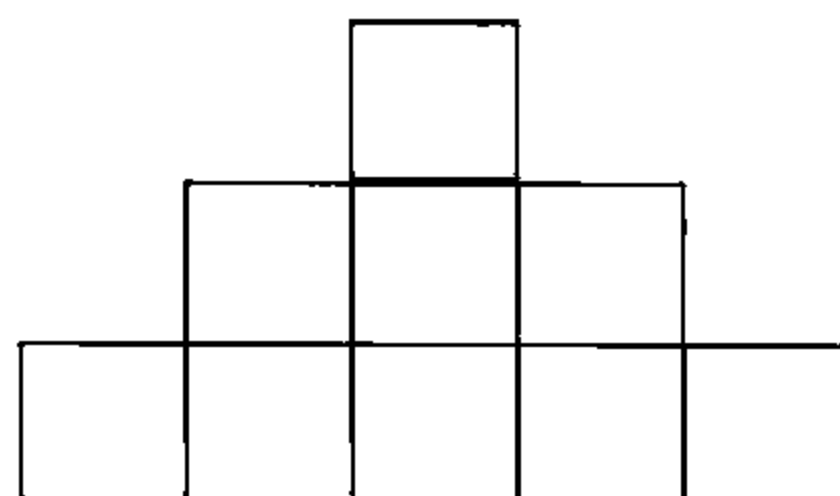
(2)



4. 数一数，下图中图（1）和图（2）各有几个正方形？



(1)



(2)

三 拔高训练

1. 有 10 个女同学，每 2 个人照一张合影，一共要照多少张照片？



2. 有红、黄、蓝、白、绿五只气球，如果每两只气球扎成一束，共有多少种不同的扎法？

3. 有 1~6 六张数字卡片，能组成多少个不同的两位数？



第3讲 找规律

在日常生活中，我们经常会遇到一些按照一定次序排列起来的一列数，这样的一列数就叫做数列。

寻找一列数的变化规律，再根据这样的规律，在这列数里填上适当的数，这样的问题我们叫做“找规律”。

对于比较简单的数列，一般从相邻两数的和、差、积、商中找排列规律，稍复杂的数列要把数列合理地拆分成几个部分，分别考察它们的排列规律。做这类题目，一要细心观察题目中数字的特征，二要灵活运用整数的有关知识和加、减、乘、除的计算法则，并对它们之间的关系进行合理的推想。认真分析题目中已知数据与未知数据的联系，从中发现规律，从而解决问题。尤其要注意的是：规律要适合所有的数，不能只看前几个数。

我们研究数列，是因为它能帮助我们提高观察能力和逻辑思维能力，以及灵活解题的能力。



金牌例题



例题 1

观察下列各数的变化规律，在括号内填上合适的数。

(1) 2, 5, 8, (), 14, (), (), 23

(2) 2, 3, 5, 8, 12, 17, (), (),
(), 47

(3) 4, 5, 9, 14, 23, (), (), ()

思路分析：

(1) 认真观察这一数列中相邻两数之间的关系可看出，各数是按照从小到大的顺序排列的，相邻两数之间的差是3，也就是将前一个数加上3就等于后一个数。

解：因 $2+3=5$, $5+3=8$, $8+3=11$, $11+3=14$,
 $14+3=17$, $17+3=20$, $20+3=23$

根据这一规律，就可得出括号里应分别填 11, 17, 20。

即：2, 5, 8, (11), 14, (17), (20), 23。

(2) 此数列中，观察、分析各数可看出，从第二个数起，分别比前一个数大1，大2，大3，大4……

解：因 $2+1=3$, $3+2=5$, $5+3=8$, $8+4=12$,
 $12+5=17$, $17+6=23$, $23+7=30$,
 $30+8=38$, $38+9=47$

根据这一规律，就可确定括号里应分别填 23，30，38。

即：2，3，5，8，12，17，(23)，(30)，(38)，47。

(3) 此数列中，我们观察发现前两个数的和等于后一个数。

解：因 $4 + 5 = 9$ ， $5 + 9 = 14$ ， $9 + 14 = 23$ ，

$14 + 23 = 37$ ， $23 + 37 = 60$ ， $37 + 60 = 97$

根据这一规律，就可得出括号里应分别填：37，60，97。

即：4，5，9，14，23，(37)，(60)，(97)。



例题 2 找出数列的排列规律，在括号里填上数。

(1) 1，4，9，16，()，()

(2) 2，5，11，23，()，()

(3) 1，3，8，19，42，()，()

思路分析：

(1) 此数列中，第 1 项： $1 = 1 \times 1$ ，第 2 项： $4 = 2 \times 2$ ，第 3 项： $9 = 3 \times 3$ ，第 4 项： $16 = 4 \times 4 \cdots \cdots$ 由此类推，每一项都是所在项数和项数的乘积。

解：因第 1 项： $1 = 1 \times 1$ ，第 2 项： $4 = 2 \times 2 \cdots \cdots$

所以第 5 项应是： $5 \times 5 = 25$ ，第 6 项应是： $6 \times 6 = 36$ 。



因此括号里分别填 25, 36。

即数列为: 1, 4, 9, 16, (25), (36)。

(2) 此数列中, 第 1 项是 2, 第 2 项: $5 = 2 \times 2 + 1$,
第 3 项: $11 = 5 \times 2 + 1 \cdots \cdots$

由此可得规律是: 后一项 = 前一项 $\times 2 + 1$ 。

解: 因第 2 项: $5 = 2 \times 2 + 1$, 第 3 项: $11 = 5 \times 2 + 1$, 第 4 项: $23 = 11 \times 2 + 1 \cdots \cdots$ 由此类推, 第 5 项应是: $23 \times 2 + 1 = 47$, 第 6 项应是: $47 \times 2 + 1 = 95$, 所以括号内分别填 47 和 95。

即数列为: 2, 5, 11, 23, (47), (95)。

(3) 此数列中, 第 1 项是 1, 第 2 项: $3 = 1 \times 2 + 1$,
第 3 项: $8 = 3 \times 2 + 2$, 第 4 项: $19 = 8 \times 2 + 3$, 第 5 项: $42 = 19 \times 2 + 4 \cdots \cdots$ 因此可看出规律为前一项乘 2 再依次加上 1, 2, 3, 4, $\cdots \cdots$ 得到后一项。

解: 因第 2 项: $3 = 1 \times 2 + 1$, 第 3 项: $8 = 3 \times 2 + 2$,
第 4 项: $19 = 8 \times 2 + 3 \cdots \cdots$ 由此类推, 第 6 项应
为: $42 \times 2 + 5 = 89$, 第 7 项应为: $89 \times 2 + 6 = 184$, 所以括号内应分别填 89 和 184。

即数列为: 1, 3, 8, 19, 42, (89), (184)。



例题 3 仔细观察, 先找出规律, 再填数。

(1) 12, 1, 10, 1, 8, 1, (), (), ()

(2) 3, 2, 9, 2, 27, 2, (), (), ()

(3) 8, 24, 12, 36, 18, 54, (), ()

思路分析:

(1) 在这一列数中, 单数分别是 12, 10, 8……它们之间相差数是 2; 双数列数都是 1 不变。

解: 根据规律, 可确定括号里应分别填上 6, 1, 4。

即数列为 12, 1, 10, 1, 8, 1, (6), (1), (4)。

(2) 在这一列数中, 单数列分别是 3, 9, 27……且后一个数是前一个数的 3 倍; 双数列数都是 2 不变。

解: 根据规律, 单数列: 第 1 项 3, 第 3 项 $9 = 3 \times 3$, 第 5 项 $27 = 9 \times 3$, 则第 7 项应是: $27 \times 3 = 81$, 第 9 项应是: $81 \times 3 = 243$ 。所以, 确定括号里应分别填写 81, 2, 243。

即数列为: 3, 2, 9, 2, 27, 2, (81), (2), (243)。

(3) 在这一数列中, 我们发现单数列是依次增加 4, 6, 8, 10……双数列是第一个数除以 2 乘以 3 等于第二个数。

解: 根据规律, 单数列第 1 项 8, 第 3 项 $12 = 8 + 4$, 第 5 项 $18 = 12 + 6$, 则第 7 项应为: $18 + 8 = 26$; 双数列第 2 项 24, 第 4 项 $36 = 24 \div 2 \times 3$, 第 6 项 $54 = 36 \div 2 \times 3$, 则第 8 项应为 $54 \div 2 \times 3 = 81$, 所以得出括号内应填 26, 81。

即数列为: 8, 24, 12, 36, 18, 54, (26), (81)。

**例题 4** 先找规律，再填数。

$$12345679 \times 9 = 111111111$$

$$12345679 \times 18 = 222222222$$

$$12345679 \times 27 = 333333333$$

$$12345679 \times \square = 444444444$$

$$12345679 \times \square = 555555555$$

思路分析：在这一组算式中，第一个乘数不变，第二个乘数和积在变化。当第二个乘数由 $9 \rightarrow 18$ 扩大了2倍，积也由 $111111111 \rightarrow 222222222$ 扩大了2倍。反过来，第二个算式与第一个算式比较，积扩大了几倍，第二个乘数也扩大几倍。

解法一：因为 $111111111 \times 4 = 444444444$ ，则 $9 \times 4 = 36$ 。 $111111111 \times 5 = 555555555$ ，则 $9 \times 5 = 45$ ，所以 \square 内分别填 36，45。

即 $12345679 \times 36 = 444444444$

$$12345679 \times 45 = 555555555$$

解法二：观察每个算式的第二个因数： $9 \times 1 = 9$ ， $9 \times 2 = 18$ ， $9 \times 3 = 27$ ， $9 \times 4 = 36$ ， $9 \times 5 = 45$ ，所以 \square 内分别为 36，45。



例题 5

观察下面各题中数的变化规律，然后填出各题中所缺的数。

(1) ① 7 13 6

8 12 4

4 () 13

② 32 3 5

36 7 ()

28 3 4

(2) 下表是按自然数列排成的数表，按照这个规律排列，199 排在哪一列？

A	B	C
1	2	3
6	5	4
7	8	9
12	11	10
13	14	15
18	17	16
19	...	

(3)

9	7	23	5
8	15		

思路分析：

(1) ① 通过观察发现，每一排第一个数和第三个数相加的和等于中间数。



② 每排第二个数和第三个数相加的和乘以 4 等于第一个数。

解：① 因 $7 + 6 = 13$ ， $8 + 4 = 12$ ，则 $4 + 13 = 17$ ，
所以 () 内应填 17。

② 因 $(3 + 5) \times 4 = 32$ ， $(3 + 4) \times 4 = 28$ ，
 $(7 + 2) \times 4 = 36$ ，
所以 () 内应填 2。

即 ①

7	13	6
8	12	4
4	(17)	13

 ②

32	3	5
36	7	(2)
28	3	4

(2) 因为第一排是从 1 到 3，第二排是从 6 到 4 进行排列的，我们可以把 6 个数看做一组循环。

解： $199 \div 6 = 33 \cdots 1$

199 应和 1 的位置一样，在 A 列。

(3) 从图中我们可以发现这样的规律，第一行方格中的前两个数相加的和再除以 2，等于第二行方格中的第一个数；第一行方格中第二、第三个数相加的和再除以 2，等于第二行方格中的第二个数。

解： $(9 + 7) \div 2 = 8$ ， $(7 + 23) \div 2 = 15$ ，

$(23 + 5) \div 2 = 14$

空格中填 14，即：

9	7	23	5
8	15	14	

小结

常见的数列规律有这样几类：

1. 数列各项只与它的项数有关，或只与它的前一项有关。
2. 前后几项为一组，以组为单元找关系才可以找到规律。
3. 数列本身要与其他数列对比才能发现其规律。
4. 把一个数列拆分为单数列、双数列后，再找规律。

**金牌训练****一 对应训练**

1. 观察下面各数列的规律，然后在括号里填数。

(1) 2, 5, 8, 11, (), (), 20

(2) 20, 18, 16, (), (), 10, 8

(3) 1, 2, 5, 10, 17, (), (), ()

(4) 0, 1, 1, 2, 3, 5, (), (), ()



2. 找出下列数列的排列规律，再在括号里填数。

(1) 81, 64, 49, 36, (), ()

(2) 1, 2, 6, 15, 31, ()

(3) 2, 5, 13, 36, 104, ()

3. 根据排列规律，填上适当的数。

(1) 15, 2, 12, 2, 9, 2, (), (), ()

(2) 1, 0, 2, 5, 3, 10, 4, 15, (), (),
(), ()

(3) 7, 14, 10, 12, 14, 9, 19, 5, (), ()

4. 先找规律，再填数。

$$1 \times 9 + 2 = 11$$

$$12 \times 9 + 3 = 111$$

$$123 \times 9 + 4 = 1111$$

$$(\quad) \times 9 + 5 = 11111$$

$$12345 \times 9 + (\quad) = (\quad)$$

$$1234567 \times 9 + (\quad) = 11111111$$



5. 观察下面各题中数的变化规律，然后填出各题中所缺的数。

(1)

6	30
2	3

7	28
2	2

9	
3	4

6	48
	3

(2)

24	28
----	----

22	26
----	----

20	24
----	----

--	--

16	20
----	----

(3)

10	7	3	
3	4	1	

变式训练

1. 认真观察，找规律填数。

- (1) 1, 2, 4, 7, 11, (), (), ()
 (2) 2, 5, 7, 12, 19, (), ()
 (3) 2, 5, 14, 41, (), ()

2. 先找出数列的排列规律，然后在括号里填数。

- (1) 3, 5, 9, 17, 33, (), ()
 (2) 1, 5, 13, 29, 61, ()
 (3) 3, 6, 8, 11, 13, (), ()
 (4) 1, 6, 5, 10, 9, 14, 13, (), ()



3. 找规律填数。

(1) 2, 6, 12, 20, (), ()

(2) 1, 2, 2, 3, 3, 4, (), ()

(3) 1, 2, 4, 7, 11, (), ()

(4) 12, 15, 17, 30, 22, 45, (), ()

4. 先找规律，再填数。

$$273 \times 37 = 10101$$

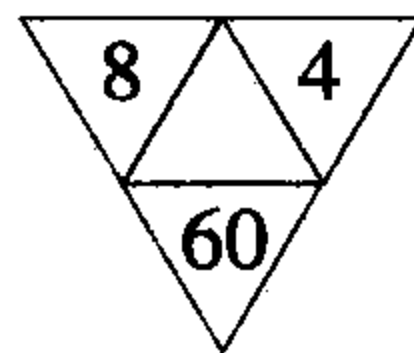
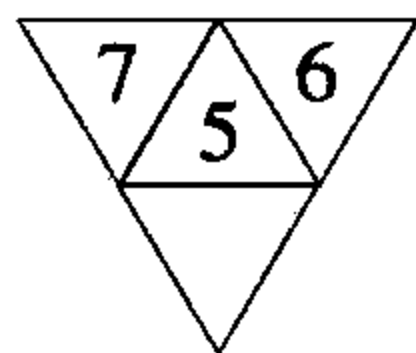
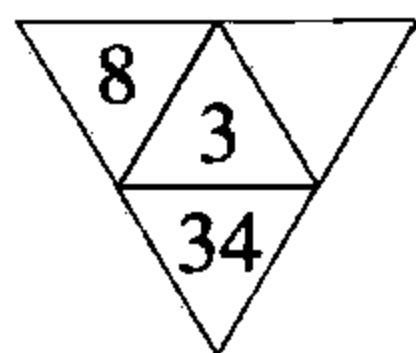
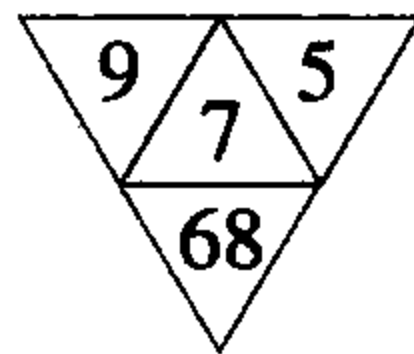
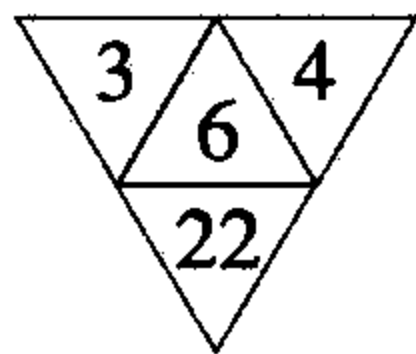
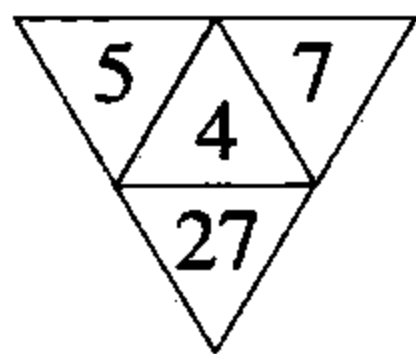
$$273 \times 74 = 20202$$

$$273 \times 111 = 30303$$

$$273 \times () = 40404$$

$$() \times () = 70707$$

5. 先找规律，再填入适当的数。



拔高训练

1. 自然数按下表的规律排列，求第 9 行第 12 列的数。

1	2	5	10	17
4	— 3	6	11	18
9	— 8	— 7	12	19
16	— 15	— 14	— 13	20
25	— 24	— 23	— 22	— 21



2. 请你把两个 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 填入方格内, 使每一横行、每一竖行都有 1~7 这 7 个数。

1	2	3	4	5	6	7
7	1	2	3	4	5	6
6	7	1	2	3	4	5
3	4	5	6	7	1	2
2	3	4	5	6	7	1



第4讲 找规律填图形

宇宙中，很多现象的后面都有规律可寻，科学就是要寻找、发现规律。

在我们的生活中，规律也无处不在。例如，一年有春、夏、秋、冬四个季节，四个季节按一定的顺序交替变化，这是大自然的一种变化规律。找规律，既需要敏锐的观察力，又需要一定的逻辑推理能力。填图形是培养这方面能力的一种训练方法。把一些图形排列在一起，我们可以从颜色、形状、结构、位置等方面进行观察、比较，借助推理发现图形的变化规律，并按规律填出图形。然后我们可以回头检验一下，这个图形是否符合条件。

填图形时，应从图形的个数、形状以及性质入手。



金牌例题



例题 1

观察下图，并按规律填出空白处的字母。

<i>G</i>	<i>H</i>	<i>P</i>
<i>P</i>	<i>G</i>	<i>H</i>
<i>H</i>		<i>G</i>



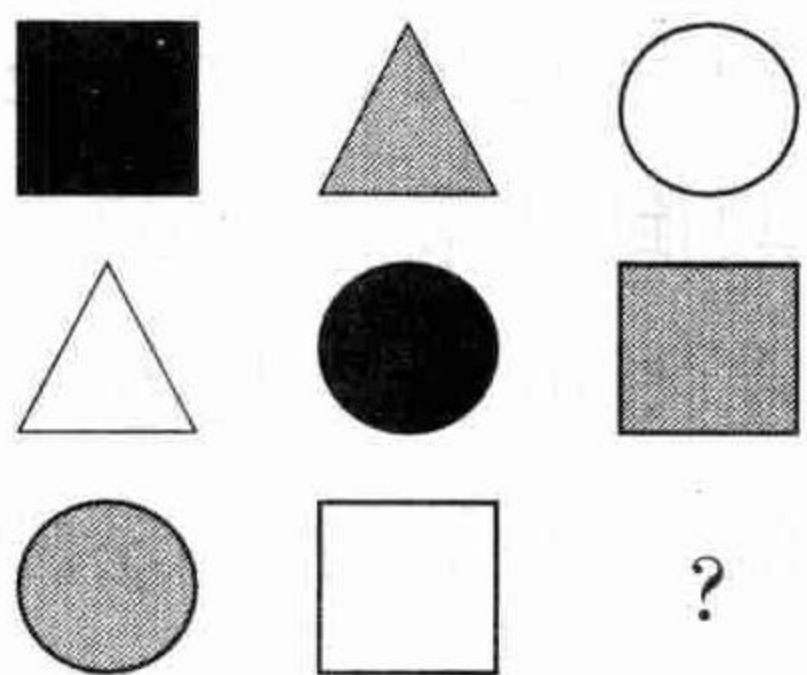
思路分析：通过观察可以知道，前两行每行都由 G 、 H 、 P 三个字母构成，现在第三行已经有 H 、 G 两个字母，所以第三行的空格中应当填入字母 P 。

解：

G	H	P
P	G	H
H	P	G

**例题 2**

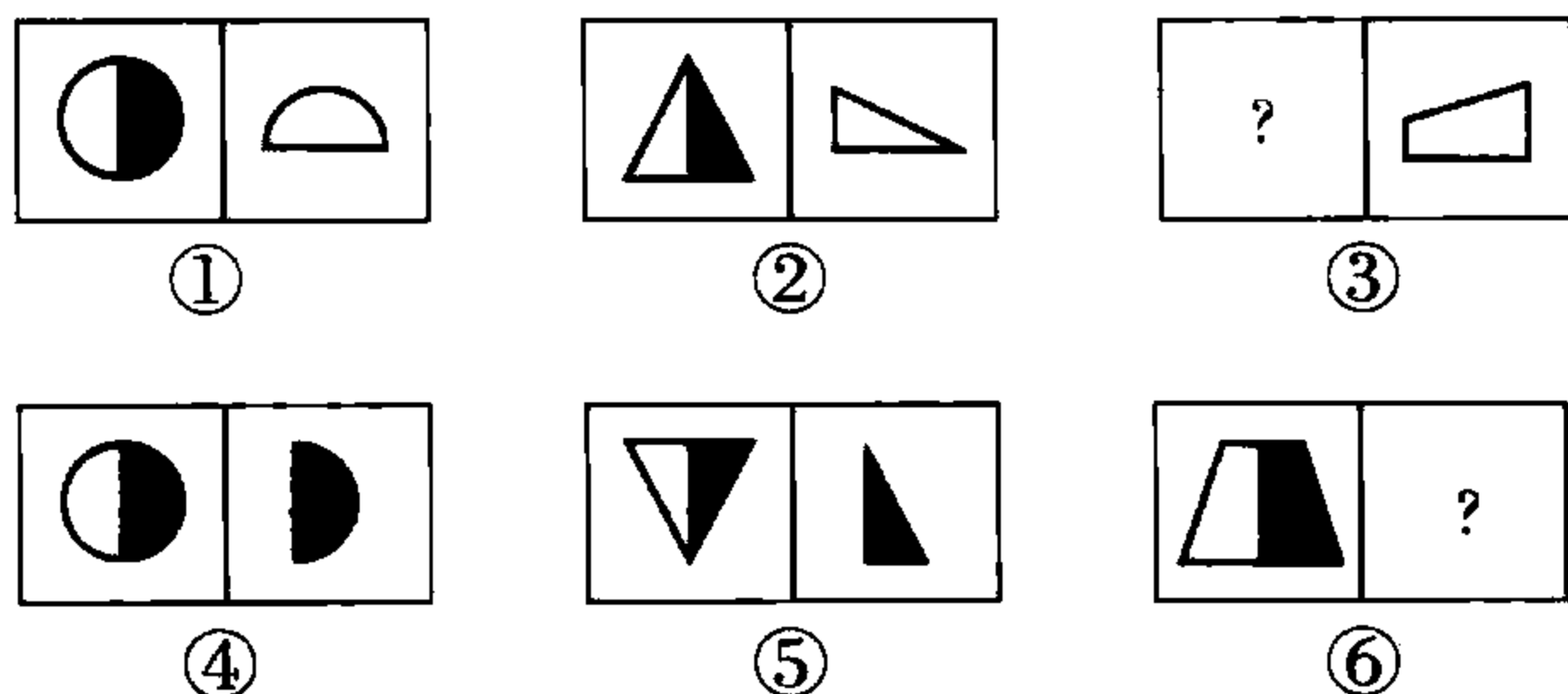
仔细观察下图，并按照它的变化规律，在“？”处填上适当的图。



思路分析：首先，我们从图形的形状上看，每一行有三个图，分别是三角形、圆与正方形，所以在“？”处应当填入一个三角形。其次，从涂色的变化看，每一行都有一个图打上条型纹，一个图全被涂色，一个图没涂，所以在“？”处的图形应当全被涂上黑色。

解：“？”处的图形应为▲。

例题 3 观察下图，并按照变化规律在“？”处填上合适的图形。



思路分析：观察两行图，上下两行比较可看出，图中①和④成对，②和⑤成对，所以③与⑥也应成对。⑤的左图是②的左图颠倒过来，④的左图也是①的左图颠倒过来，所以③的左图也应当是⑥的左图颠倒过来。④的右图是①的左图的右半部分，⑤的右图是②的左图的右半部分，所以⑥的右图也应当是③的左图的右半部分。

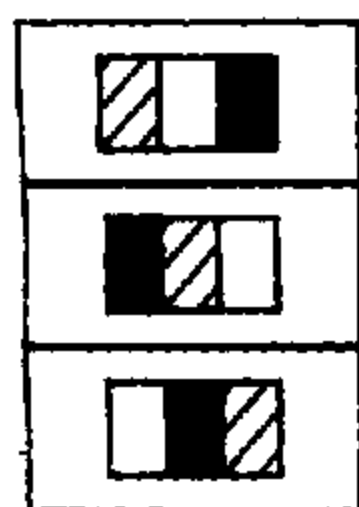
解：通过观察、比较，③、⑥“？”处的图形分别是：



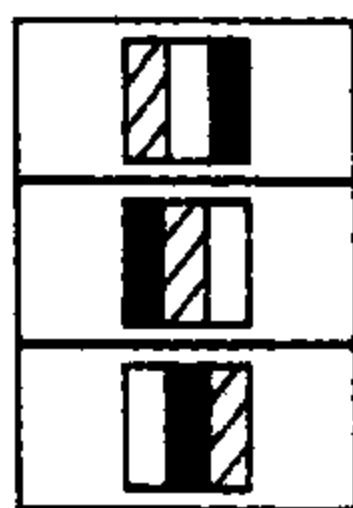


例题 4

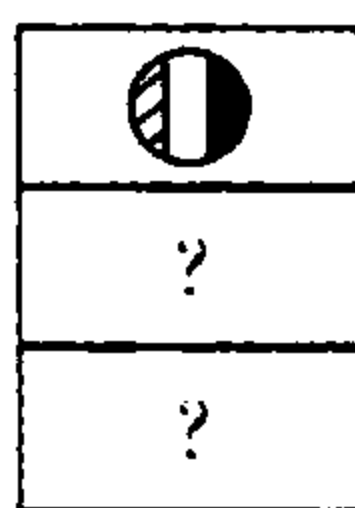
观察下图，并按照变化规律在“？”处填上合适的图形。



①



②

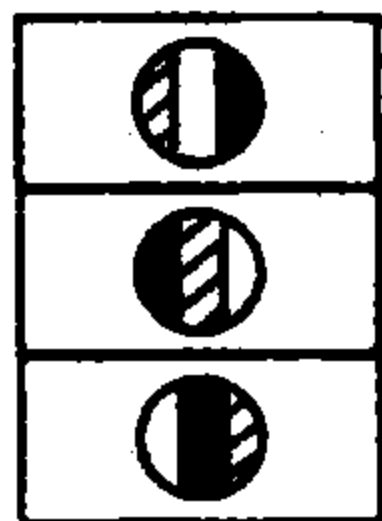


③

思路分析：通过观察三组图形可看出，①中三个图形都是长方形，而且每个图形都分成三部分，②中三个图形都是正方形，且每个图形也都分成三部分，所以③中的图形应该都是圆，而且每个图形也都分成三部分。

①、②中图形分条纹、空白、黑色三种，且上、中、下图条纹分别位于左、中、右三个部分，空白分别位于中、右、左三个部分，从而可得③中图形的排列同①、②中的排列。

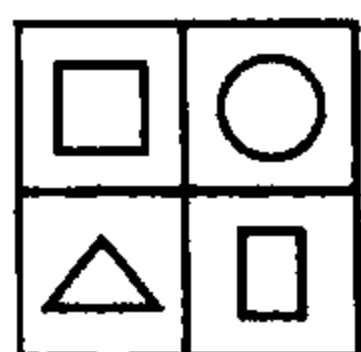
解：③中图形排列为：



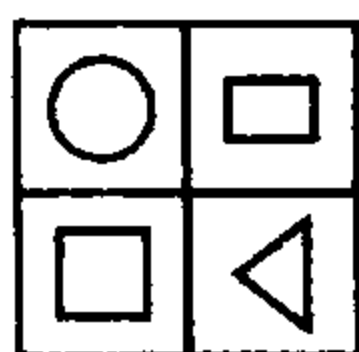


例题 5

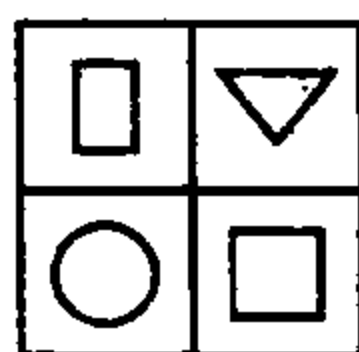
观察下列一组图形，按照变化规律在“？”处填上合适的图形。



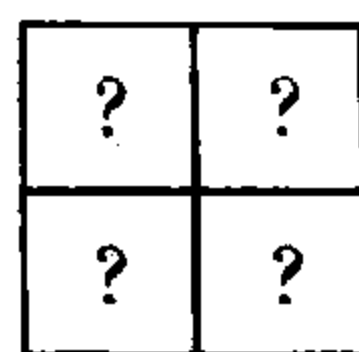
①



②



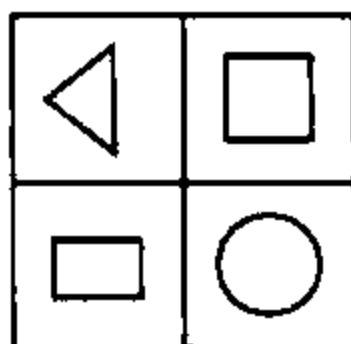
③



④

思路分析：通过观察、比较可看出，在①、②、③各图中都只有三角形、长方形、圆、正方形这四种图形，由此可以知道④中的图形也是三角形、长方形、圆、正方形四种。再者，从第二幅图开始，每一幅图都是由前一幅图逆时针方向旋转 90° 而得到的，所以，我们根据③中各图形的位置，逆时针方向旋转 90° 就可得④中各个图形的位置关系。

解：④中的各个图形为



小结

一般来说，在观察图形变化的规律时，应抓住以下几点来考虑：

- (1) 图形数量的变化；
- (2) 图形形状、大小的变化；
- (3) 图形的颜色、位置的变化；
- (4) 图形繁简的变化。

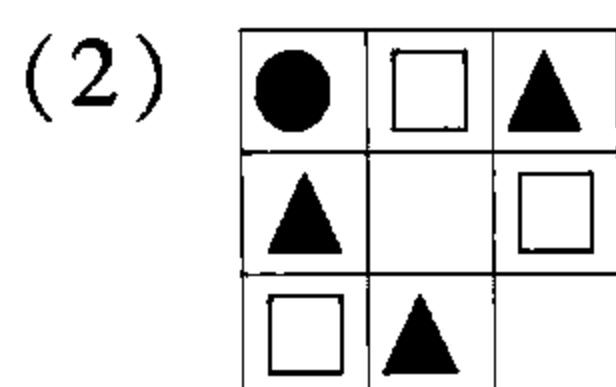
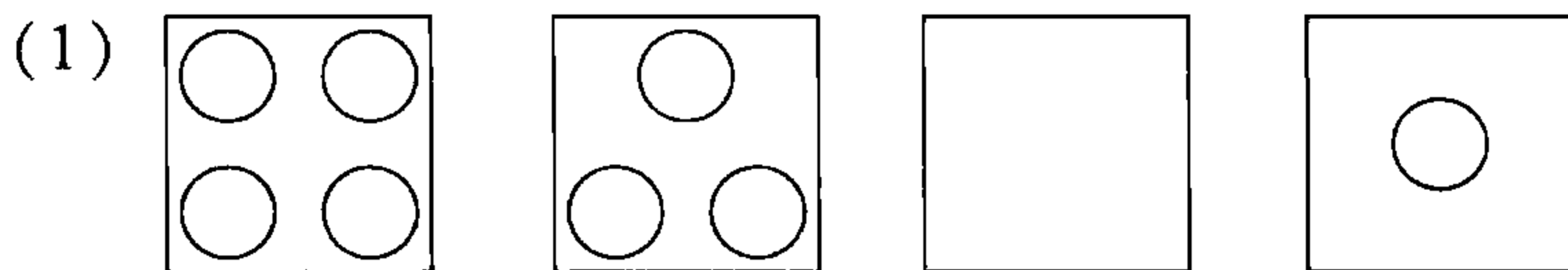


金牌训练

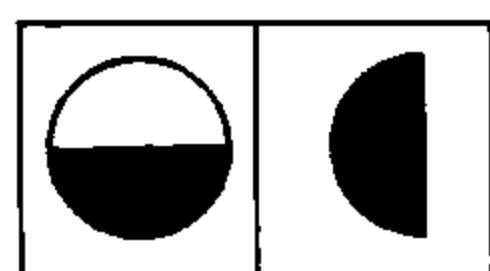


一 对应训练

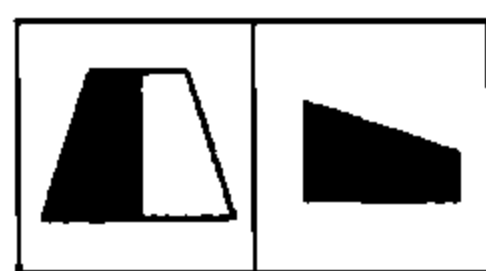
1. 认真观察下面各图，在空白处填上合适的图形。



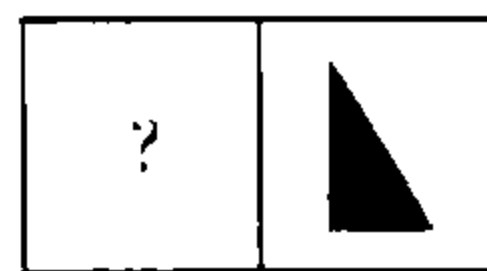
2. 观察下列六幅图，按照变化规律在“?”处填图。



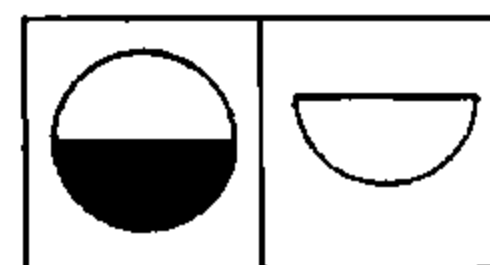
①



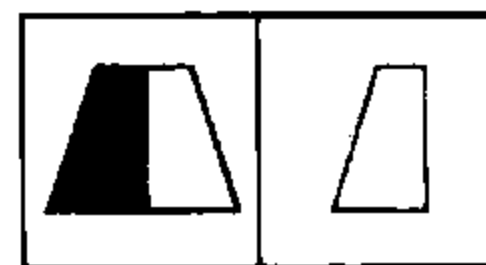
②



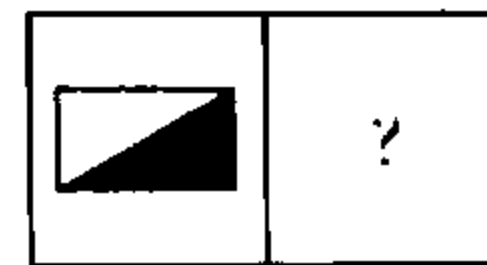
③



④

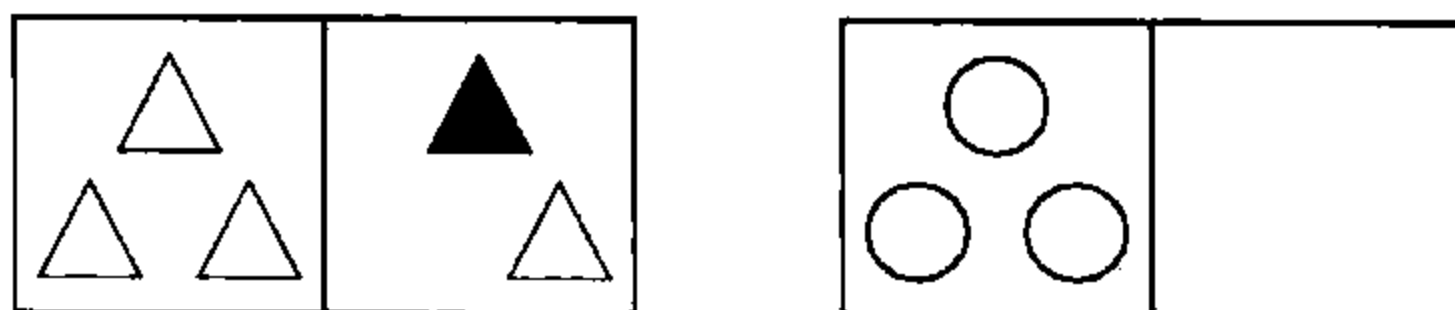


⑤

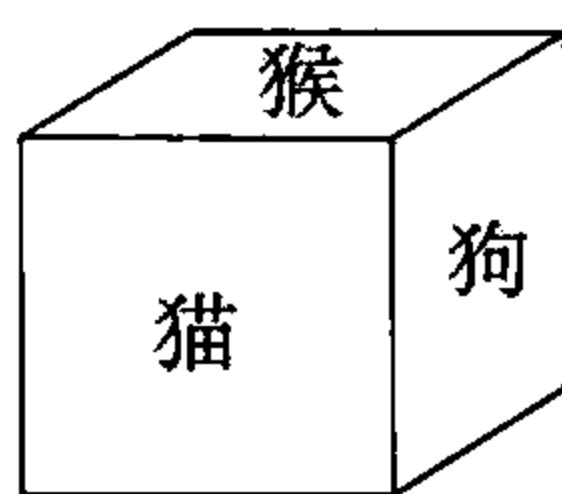


⑥

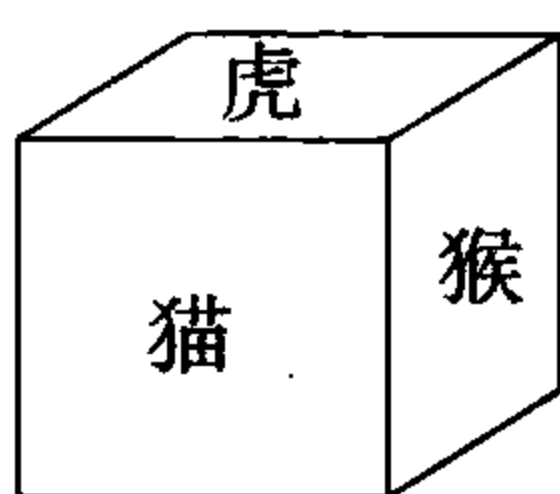
3. 在下图的空白处填上合适的图形。



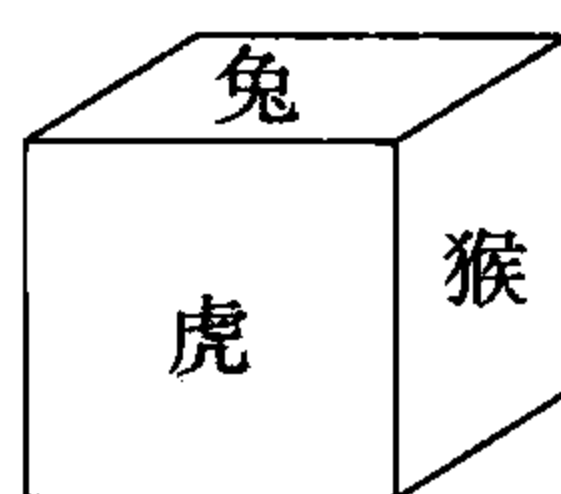
4. 妈妈给聪聪买来三个同样大小的正方体积木，每个正方体的六个面上，都按同样的规律画着猴、猫、虎、兔、狗、鸡六种动物，妈妈让聪聪收起积木，然后在一张纸上画了三个正方体积木的示意图（如下图所示）。请根据这个图说出猴、狗对面画的动物是什么。



①



②

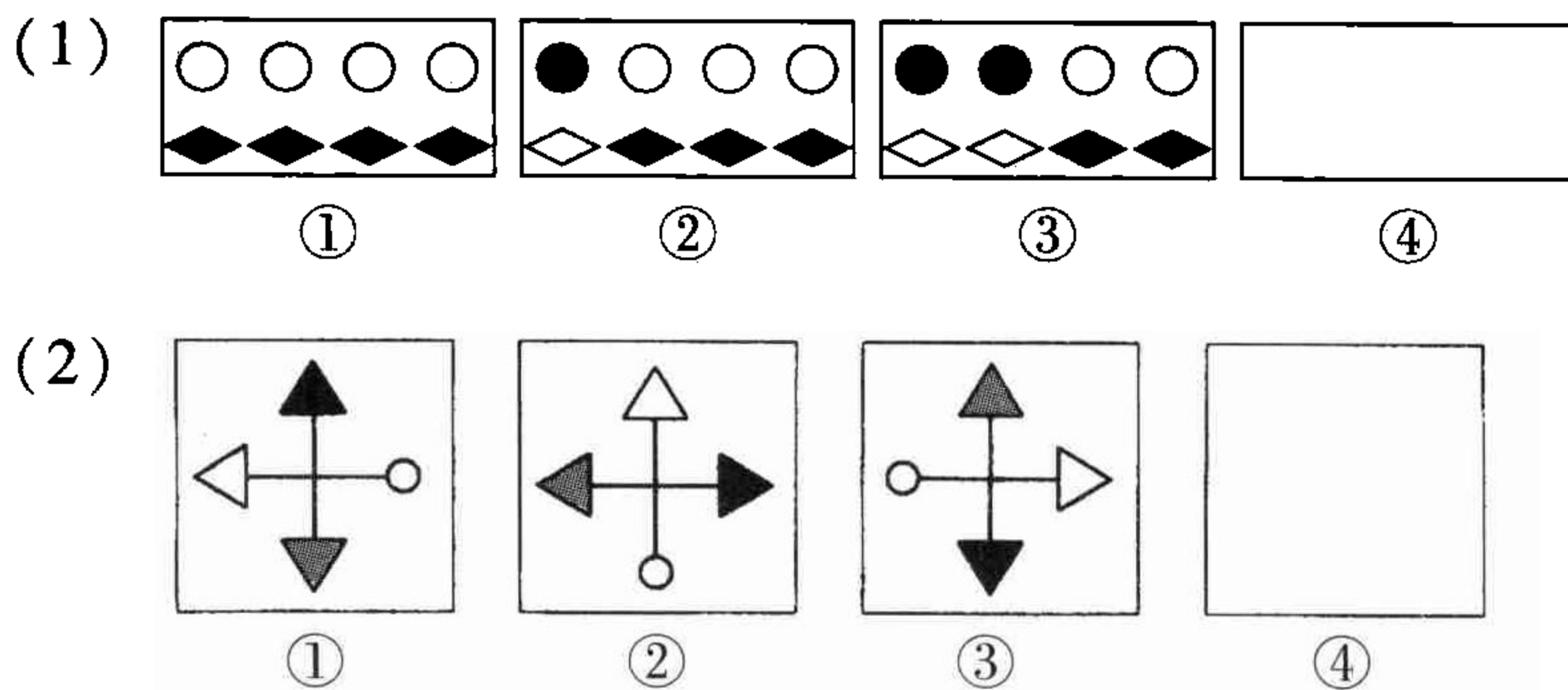


③

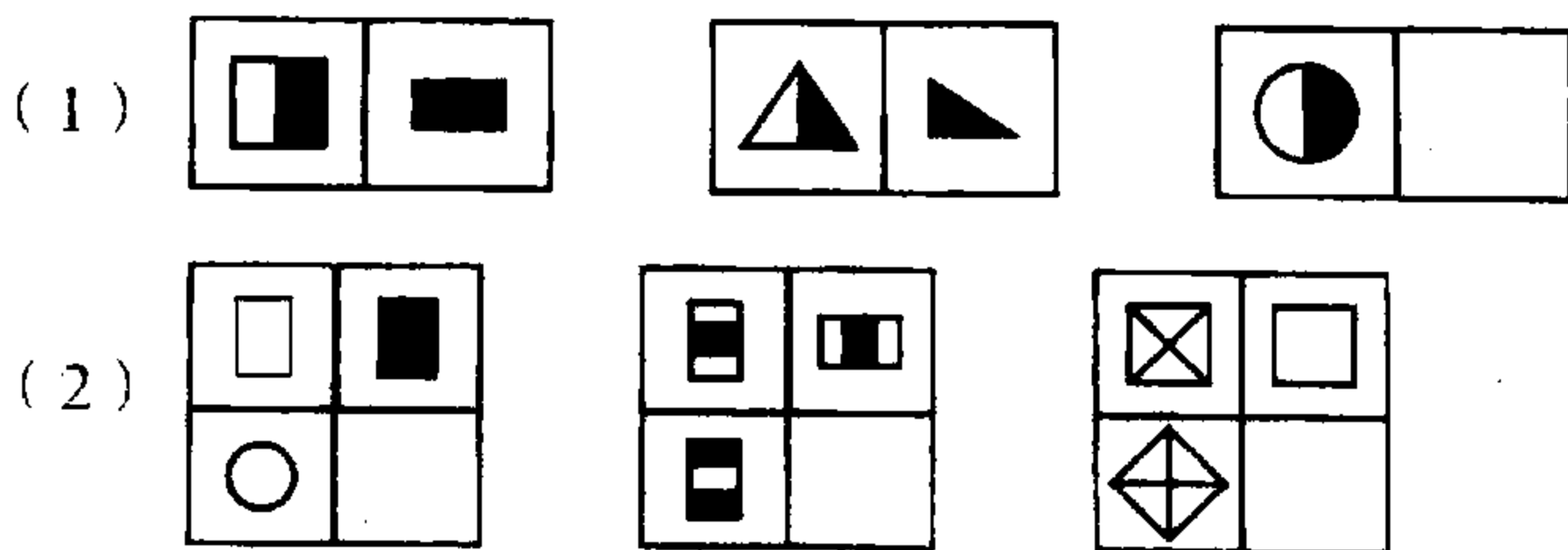


变式训练

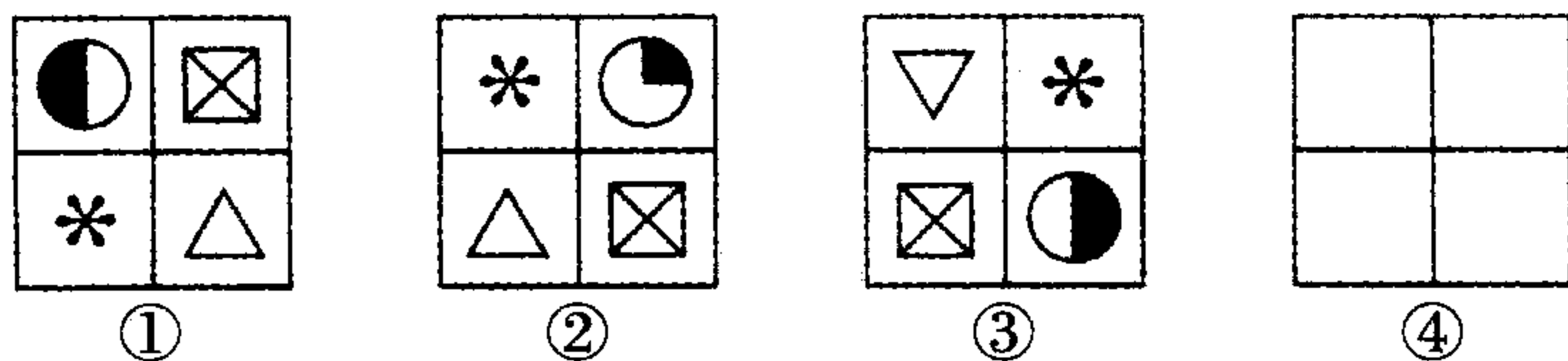
1. 观察下图，并在空白处填上适当的图形。



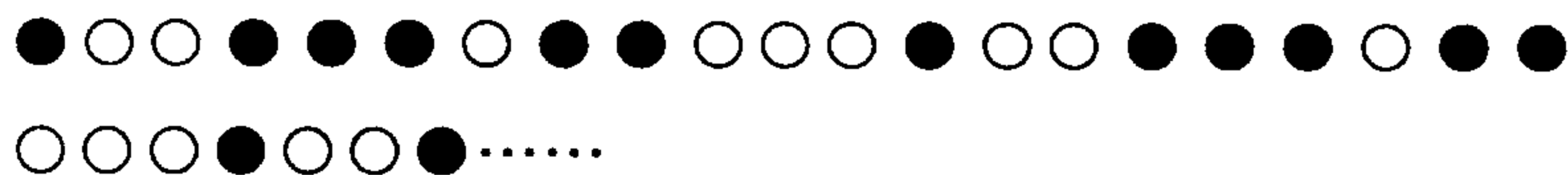
2. 在空白处填上适当的图形。



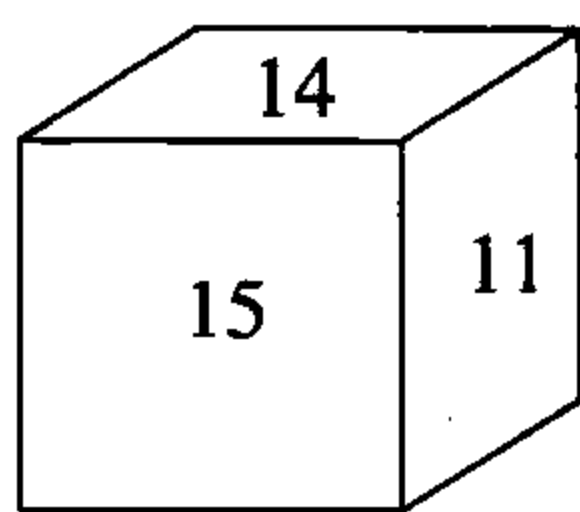
3. 观察下图，按照①到②的变化规律，根据③，在④中填上适当的图形。



4. 黑棋子和白棋子照下面的样子放到桌子上面，像这样放下去，第 99 个棋子是什么颜色？这 99 个棋子中，有多少个白棋子？



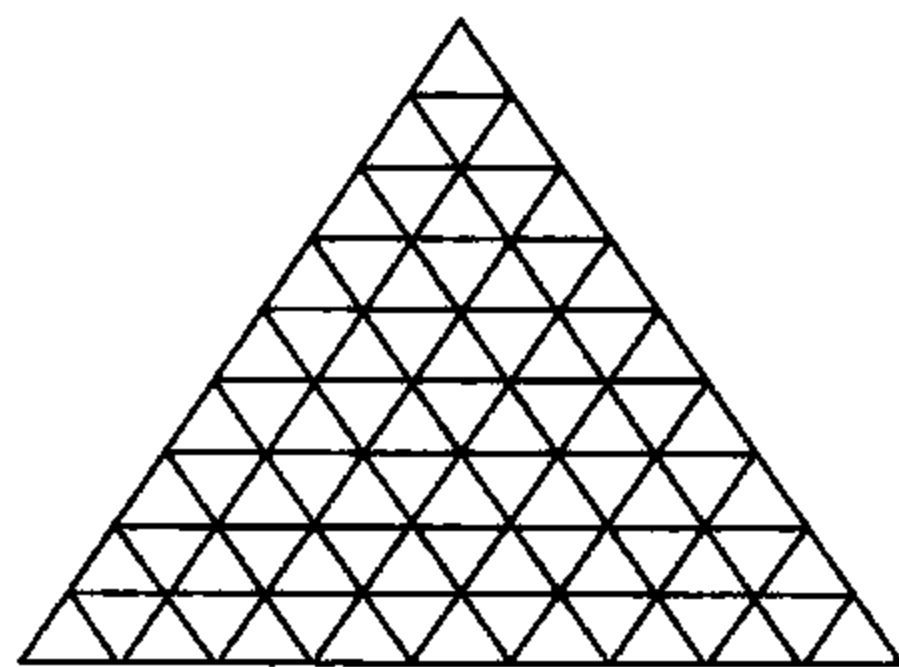
5. 一个正方体，六个面上写着 6 个连续的整数，每两个相对面上的两个数的和都相等。下图中能看到所写的数有 15，11 和 14。问：这 6 个整数的总和是多少？



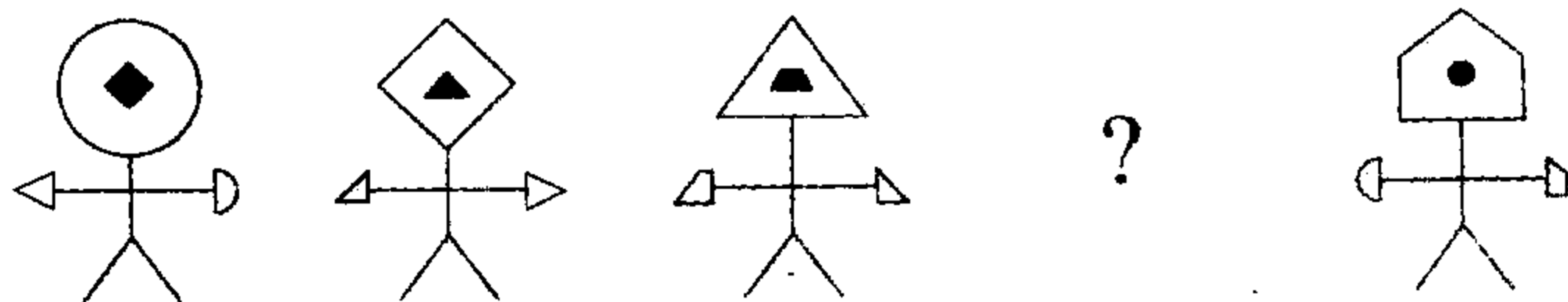


拔高训练

1. 下图中每个小三角形都一样大，一共有 81 个。把这些小三角形都涂上红色或黄色，使有公共边的小三角形颜色不同，如果红色的小三角形比黄色的小三角形多，那么红色的小三角形比黄色的多几个？



2. 观察图形的变化规律，想一想，第四幅图该怎么画？



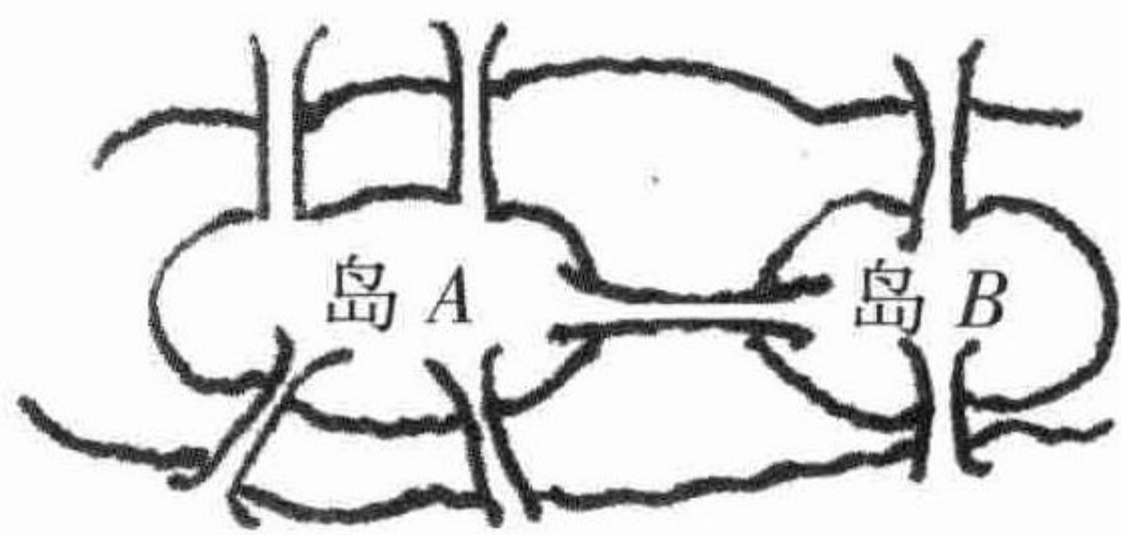
第5讲 一笔画问题

小朋友们一定都喜欢画简笔画吧，有些图可以一笔画出来。从图形上的某一点出发，笔不离开纸，连续不断又不重复地经过图上所有线段，这样画出的图形叫做一笔画图形。

善于观察的同学，很快就能判断出“品”字是不能一笔画成的，因为它是由三个不相连接的部分组成的，像这样没有连成一体的图形叫做不连通图。而像“日”字这样连成一体的图形叫做连通图。

从一点出发的线有奇数（单数）条，就称这一点为奇点，从一点出发的线有偶数（双数）条，就称这一点为偶点。

河中有两个小岛 A 和 B，并且有七座桥连接岛和岸（如下图），能不能不重复地一次走完七座桥呢？这就是著名的“哥尼斯堡七桥问题”，这个问题实际就是一笔画问题。



利用一笔画的相关知识可以解决生活中的实际问题。

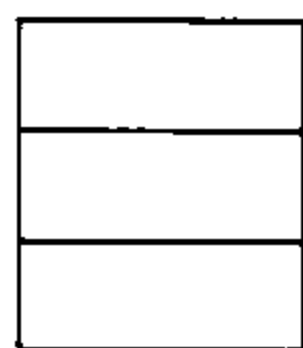
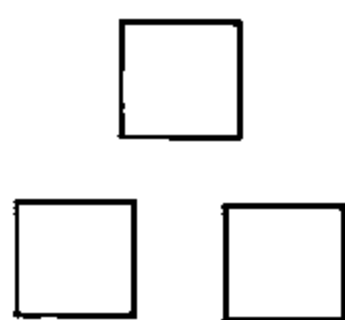
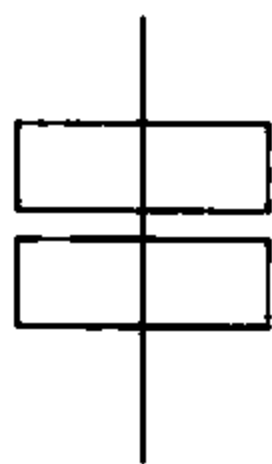


金牌例题



例题 1

观察下面图形，哪些能一笔画出呢？



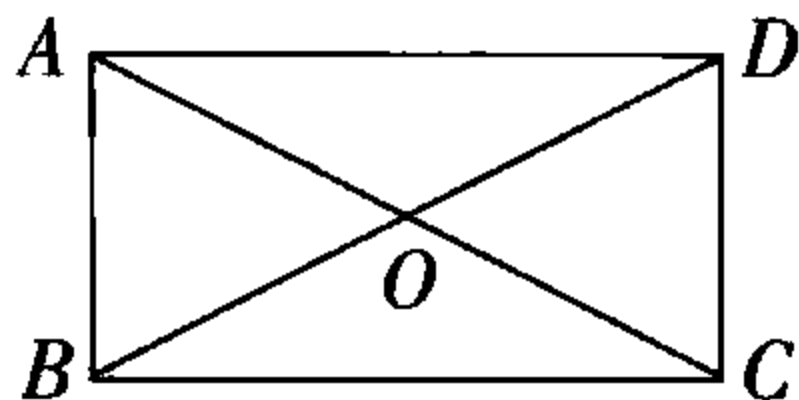
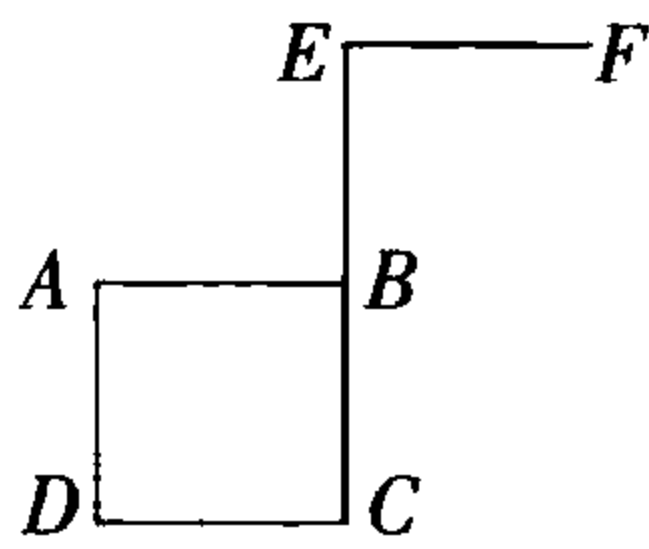
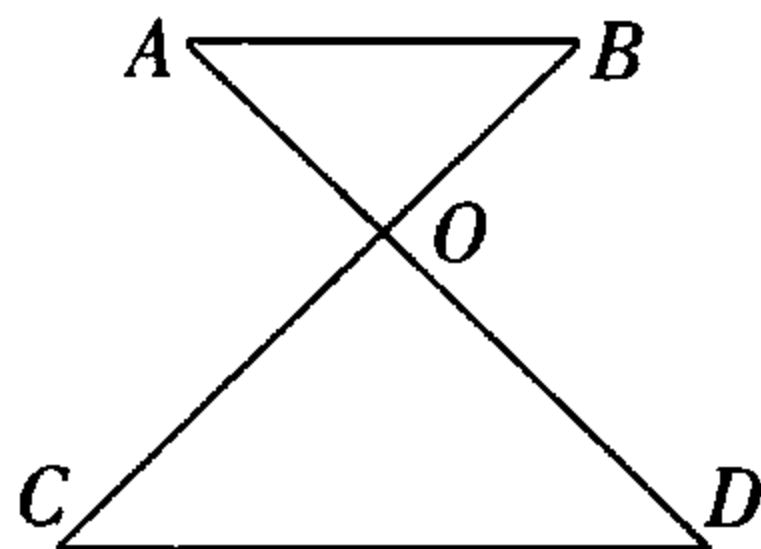
思路分析：从外形看，我们一眼看出“品”字绝不可能一笔画出，“串”字和“目”字是否可以一笔画出呢？经过试验“串”字可以一笔画出，“目”字不能一笔画。

解：“串”字可以一笔画出，“品”和“目”字不能一笔画出。



例题 2

观察下面图形，哪些可以一笔画出？怎样画？



思路分析：尝试画一下这三个图形，图（1）、（2）可以一笔画出，图（3）不能。观察以上图形发现：

图（1）中只有偶点，没有奇点，可以一笔画，画法

从任意一点出发，最后回到此点。

图(2)中只有2个奇点，其余都是偶点，可以一笔画，画法从一个奇点出发，回到另一个奇点。

图(3)中只有1个偶点，其余都是奇点，不能一笔画。

解：图(1) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ 或 $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow O \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow O$ 可以一笔画出。

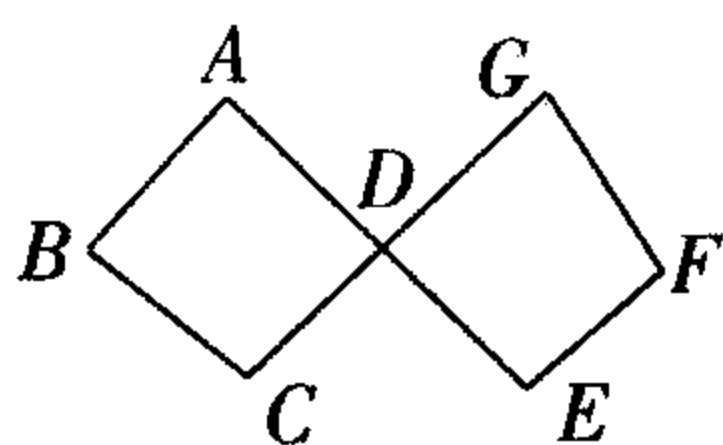
图(2) $F \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B$ 可以一笔画出。

图(3)不能一笔画出。

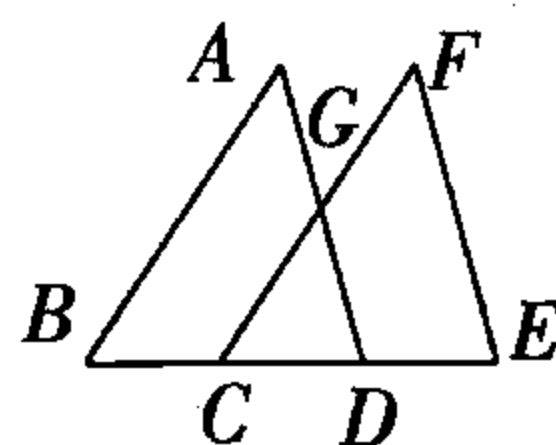


例题 3

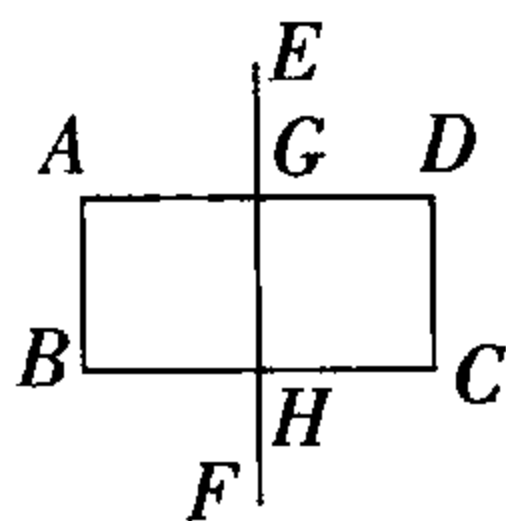
下面图形能否一笔画成？如果能，应怎样画？



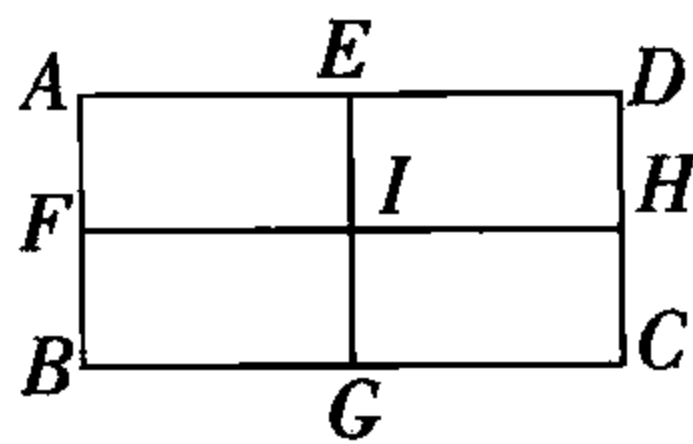
(1)



(2)



(3)



(4)

思路分析：图(1)中没有奇点，可以一笔画，从任意一个偶点出发，最后回到此点。图(2)中只有C、D



两个奇点，可以一笔画，从 D 点出发回到另一奇点 C ，或从 C 点出发回到 D 点。图 (3) 中只有 E 、 F 两个奇点，可以一笔画，从 E 或 F 点出发回到另一奇点。图 (4) 中有 E 、 F 、 G 、 H 四个奇点，不能一笔画。

解：图 (1) 能： $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow A$

图 (2) 能： $C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow G \rightarrow C \rightarrow D$

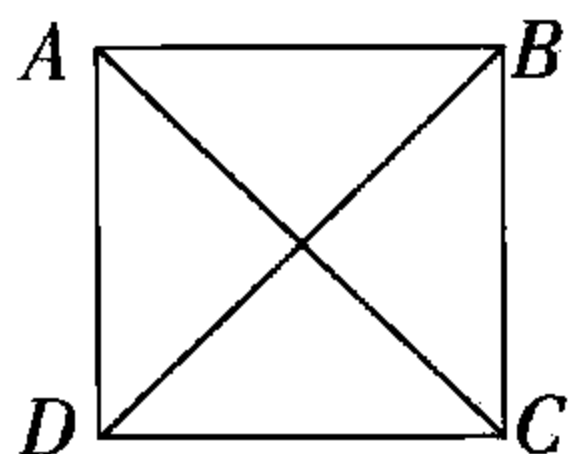
图 (3) 能： $E \rightarrow G \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow H \rightarrow F$

图 (4) 不能一笔画出。

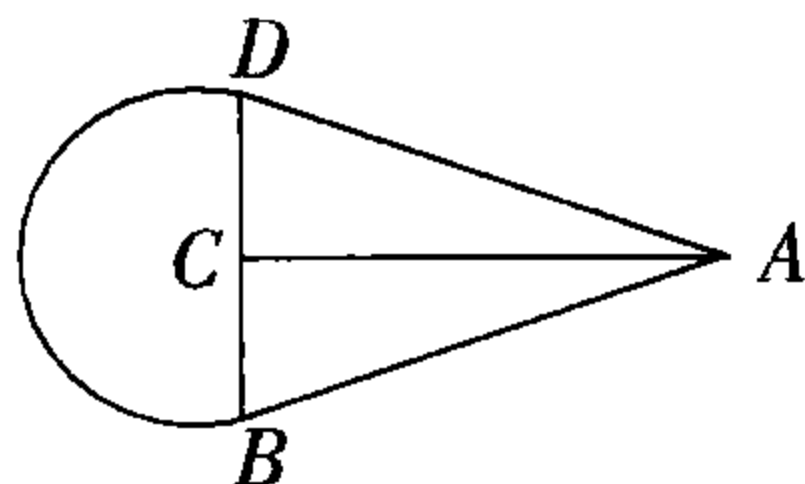


例题 4

下面图形能不能一笔画成？如不能，能否改成一笔画？怎样改？



(1)



(2)

思路分析：图 (1) 有 4 个奇点，不能一笔画，如果去掉两个奇点就可以一笔画，去掉 AC 或 BD 其中一条线段就可以。

图 (2) 有 4 个奇点，不能一笔画，去掉 AC 就可以。

解：图 (1) 改为：

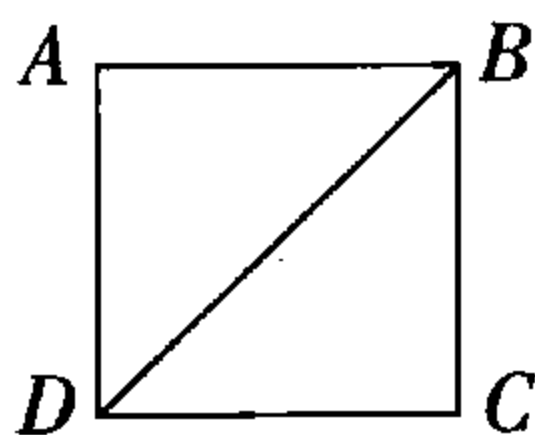
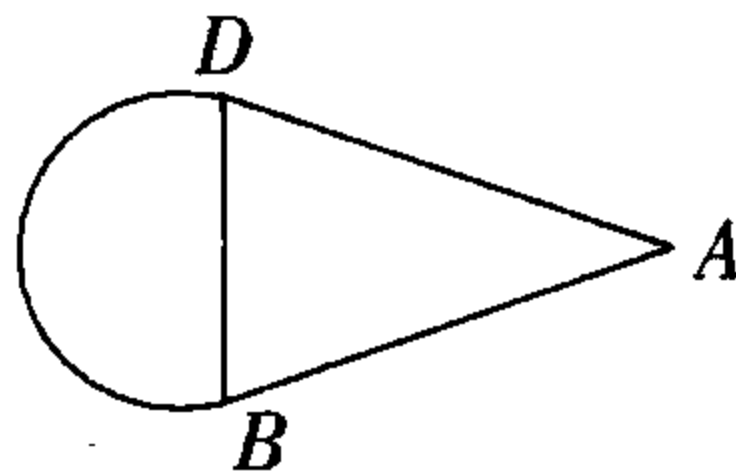
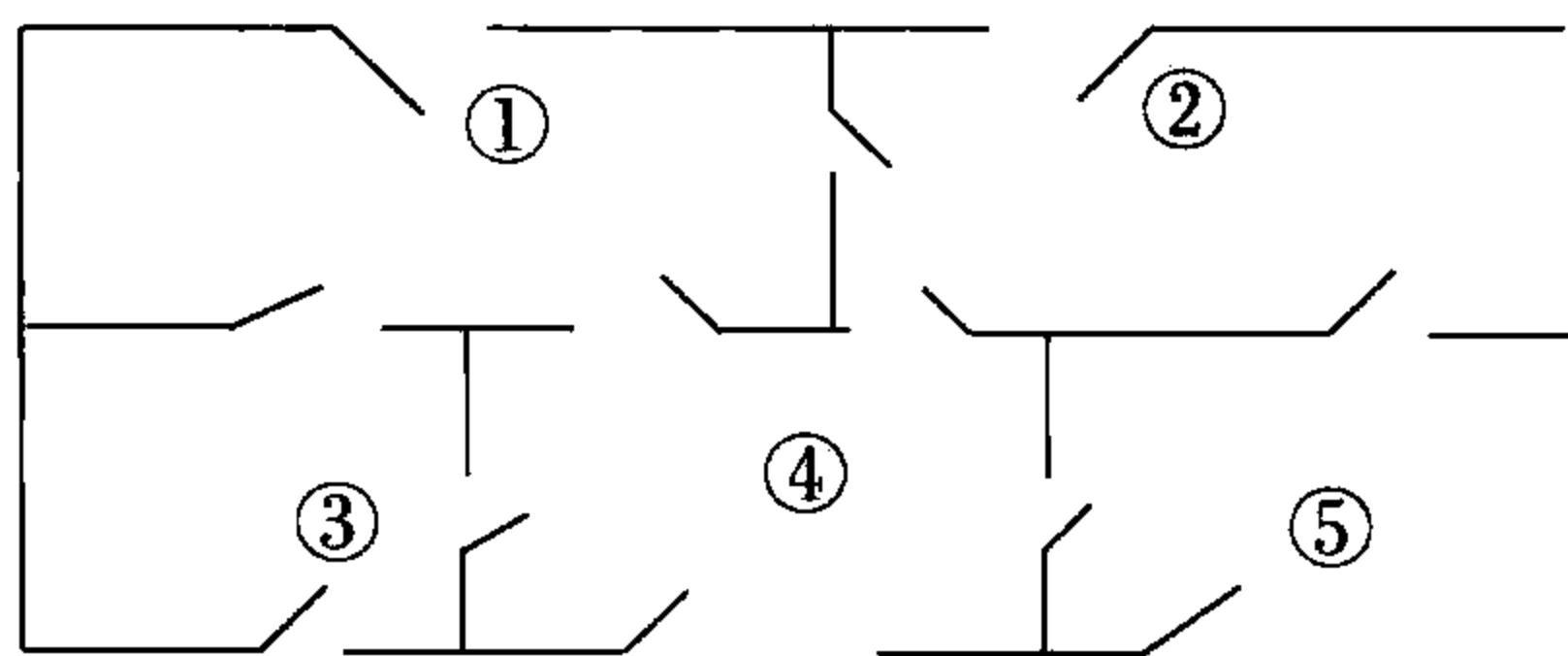


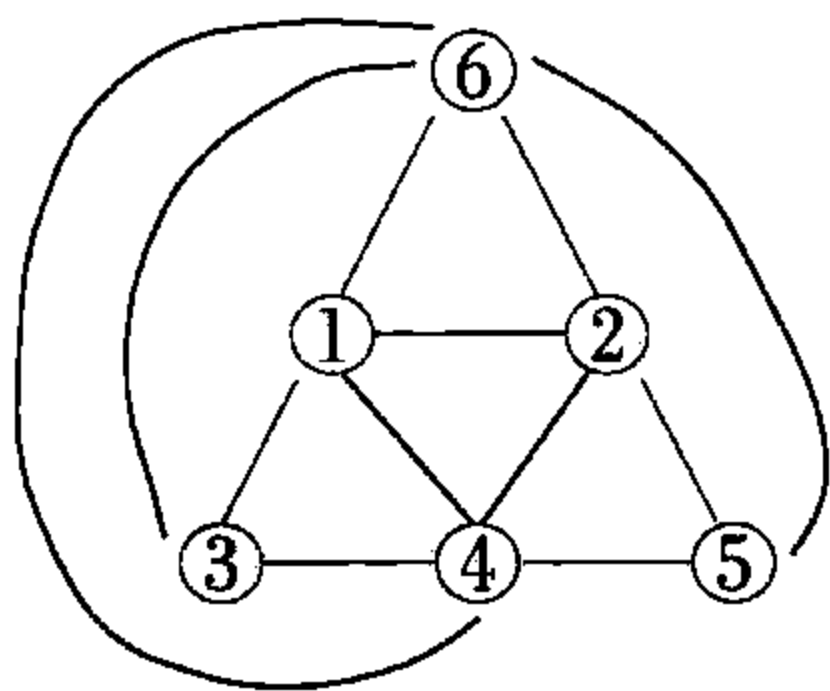
图 (2) 改为：



例题 5 下面是某展销馆的平面图，每馆内都有一扇门通往室外，每相邻房间之间各有一门相通，能不能无重复地一次穿过每一扇门？如不能，关闭哪扇门后，就可无重复地一次穿过每一扇门？



思路分析：用数字①，②，③，④，⑤表示各房间，有些房间与外面相连，把外面设为⑥。点表示房间，用线表示门，则问题转化为：



观察图，图中有 4 个奇点，不能无重复地一次穿过每一扇门，减少 2 个奇点，使其余为偶点就可以一次无重复穿过每一扇门。①号与其他房间的门不能关，因为关了后，①②变为奇点同样不能一次无重复地穿过这扇门。

解：可关闭③④⑤号房间任一个通向外面的门，或关闭③与④号，④与⑤号任一扇门也行。

**小结**

解决一笔画问题的关键是观察图形是“不连通图”还是“连通图”。如果是“不连通图”肯定无法一笔画出，我们可以用以下方法判断图形是否属于“连通图”：

1. 一个连通图中，所有的点都是偶点，这个图形一定可以一笔画出，而且可以以任意一偶点为起点。

2. 一个连通图中，只有两个奇点，其余都是偶点，这个图形也一定可以一笔画出，但必须以其中一个奇点为起点，以另一个奇点为终点。

3. 一个连通图中，如果奇点的个数超过两个，那么这个图形就一定不能一笔画出。

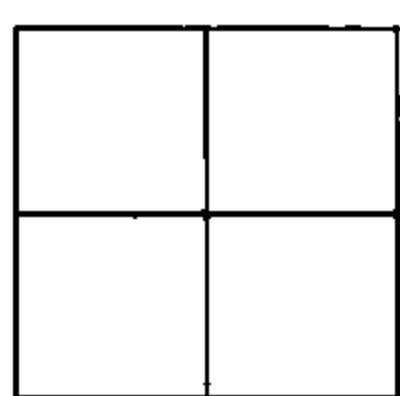
4. 利用一笔画规律改动一些不能一笔画成的图形，添上一条线或去掉一条线，改变奇点的个数使其能一笔画成。

认真观察图形特征，再利用以上结论进行判断，就可以顺利解决一笔画问题了。

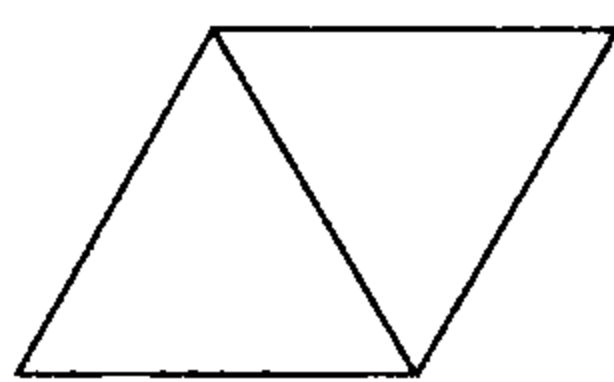


一 对应训练

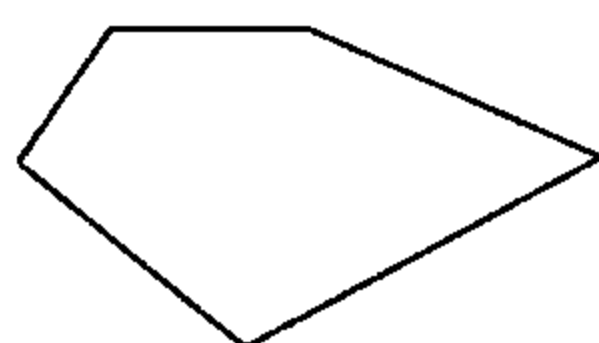
1. 判断下列图形是否可以一笔画出？并说说理由。



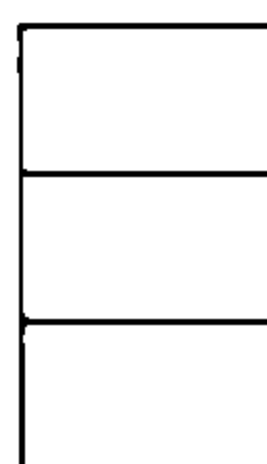
(1)



(2)

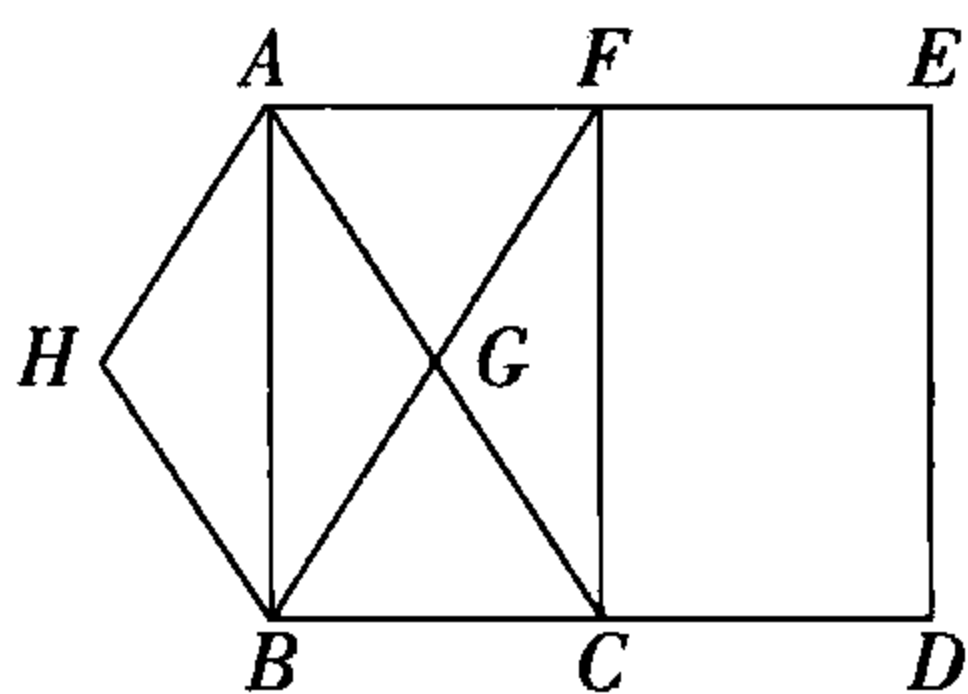


(3)

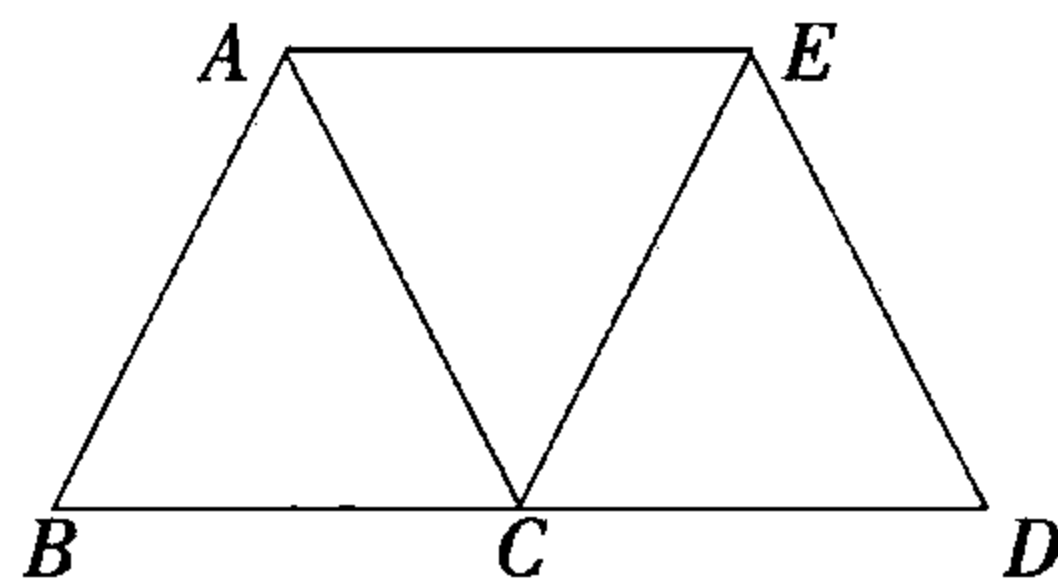


(4)

2. 判断下面的图形能否一笔画出？为什么？把能一笔画出的图形的画法用字母和箭头表示出来。



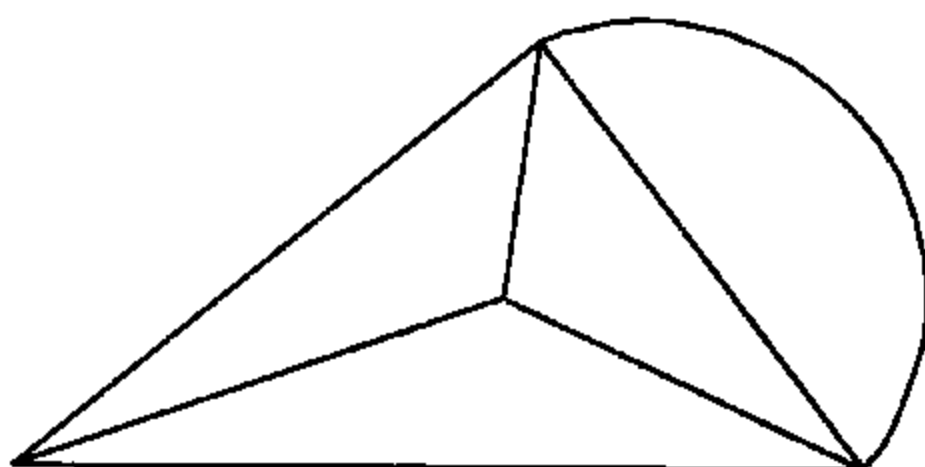
(1)



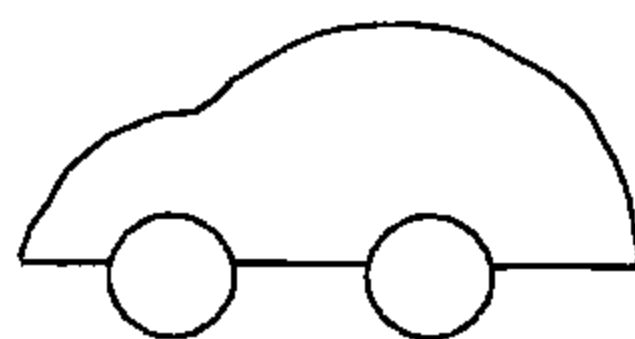
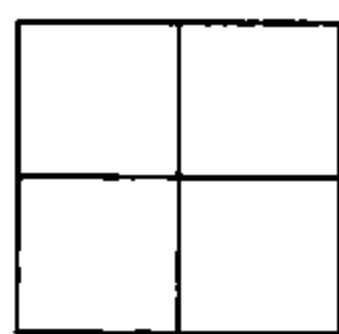
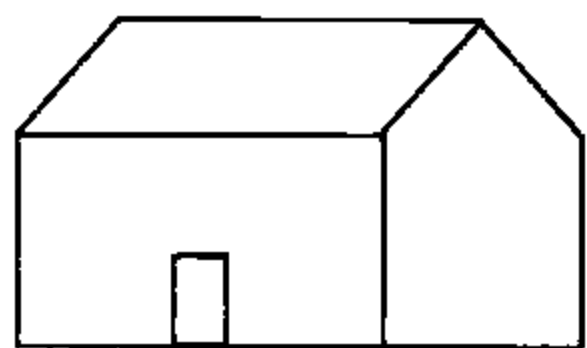
(2)



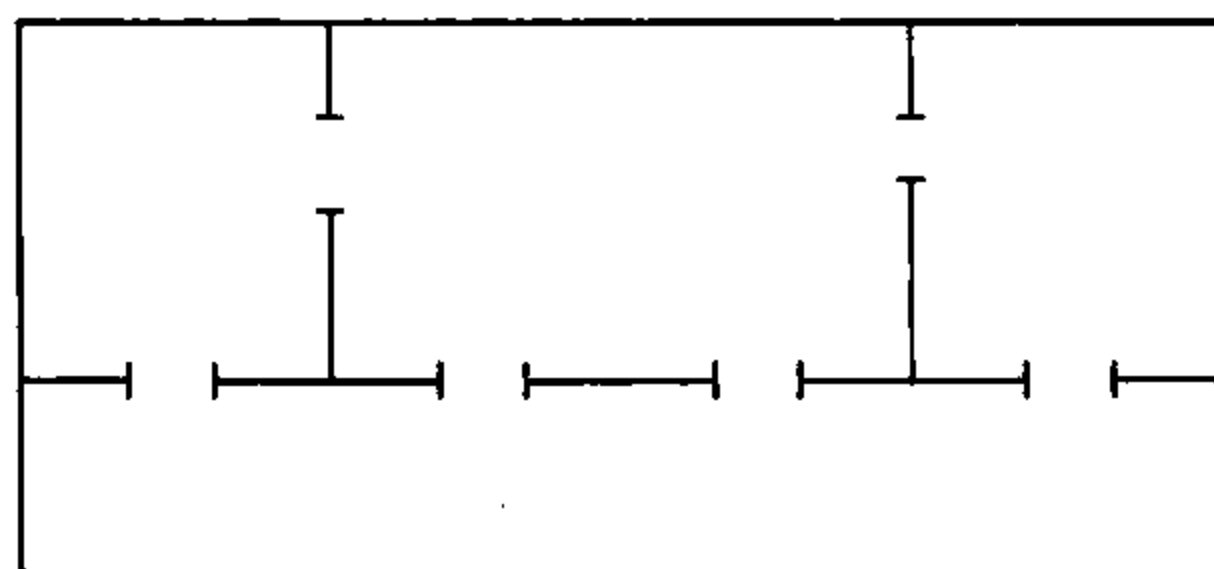
3. 一只蚂蚁想不重复地爬过每一条线段，请你给出一种走法，并说明理由。



4. 将下面各图改成一笔画图。

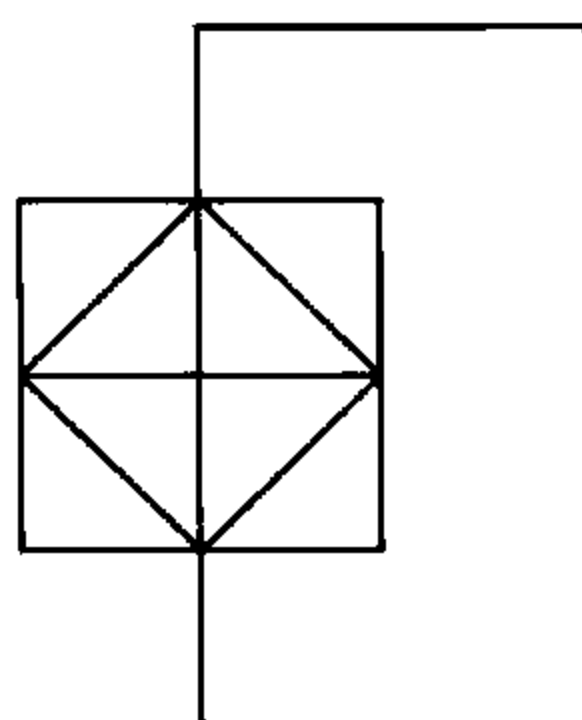
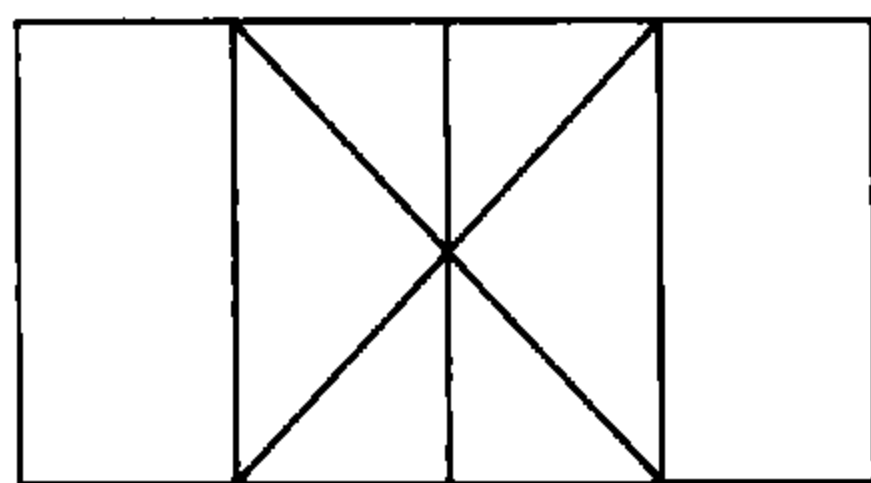


5. 能否不重复走过下面图形中的 6 个开口？如果能，怎么走？

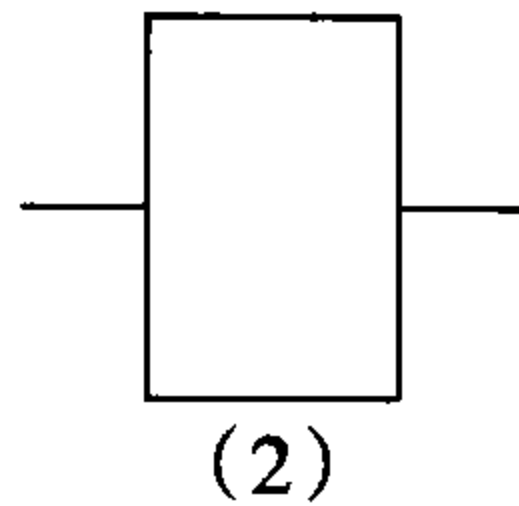
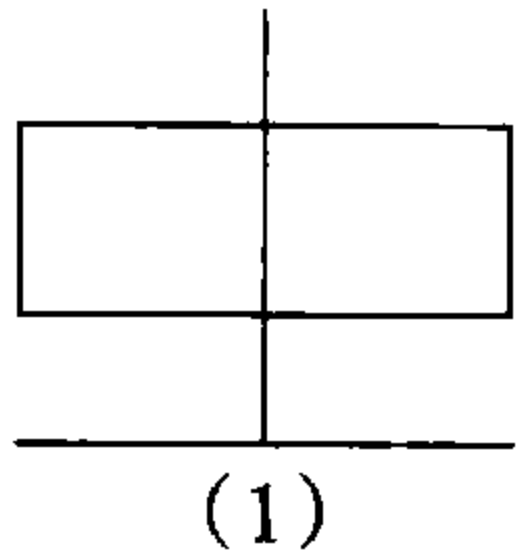


变式训练

1. 一笔画出下面各图形。



2. 下面的图形，至少需要几笔画出？

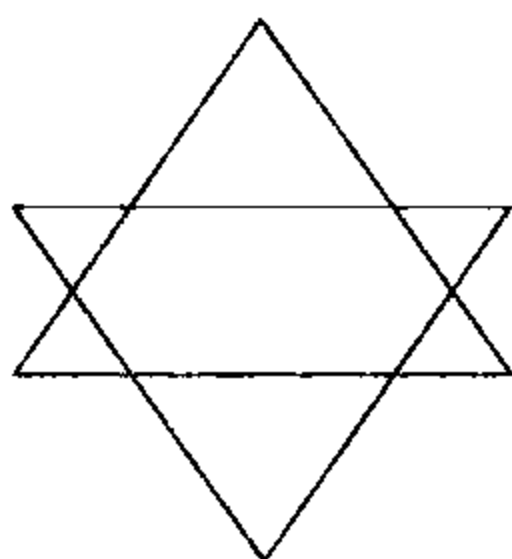


3. 试着一笔画出下面有趣的图形。

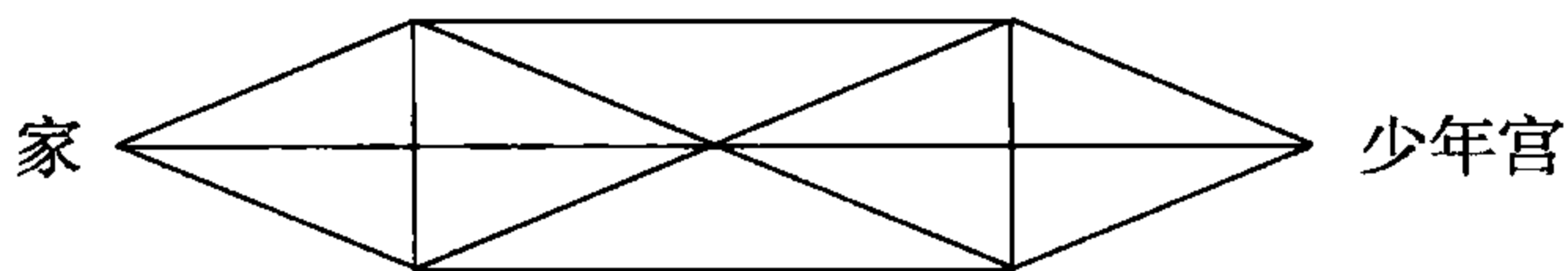




4. 在纸上画出如下图所示图形，试一试，能一次连续剪下六个三角形和一个六边形吗？



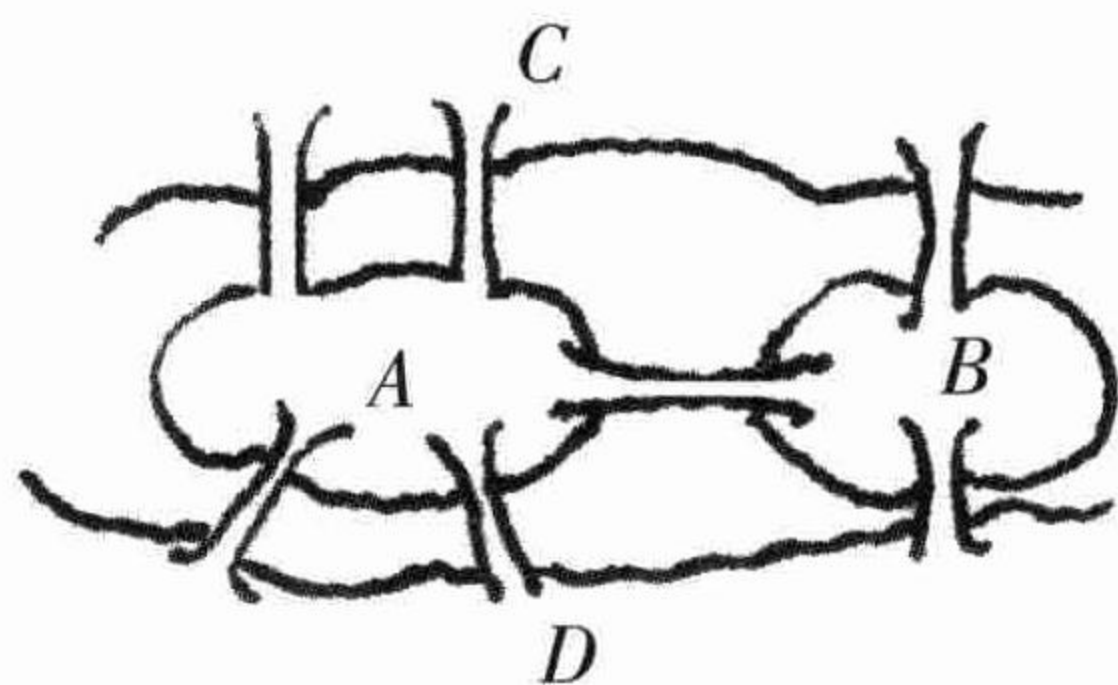
5. 小红要从家到少年宫，街道平面图如下，她有一个想法：要从家出发，不重复地走遍每一条街道，再到少年宫。她能实现这个想法吗？请你帮她想一想，并说明理由。



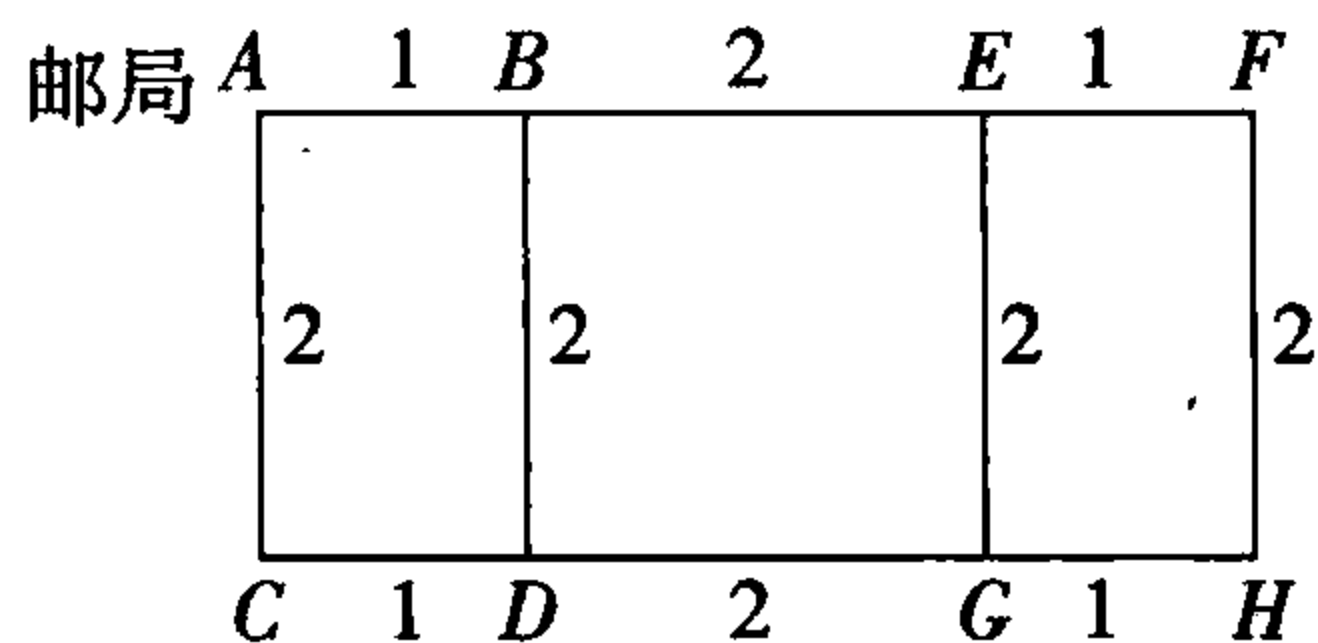


拔高训练

1. (哥尼斯堡七桥问题) 18 世纪普鲁士的哥尼斯堡是一座美丽的城市，经过这里的一条布勒格尔河穿过城区，河中有两个小岛，还有七座桥把这两个小岛与河岸连接起来（如图所示），那里风景优美，游人众多，人们议论着一个有趣的问题：能不能不重复地一次走遍七座桥，最后又回到出发点呢？这就是著名的“七桥问题”。后来由瑞士数学家欧拉揭开了这个谜。聪明的你，能解答这个问题吗？



2. 下图是邮递员送信的街道，图上的数表示各街道的长度（单位：千米）。小王从邮局出发，走遍所有街道，最后回到邮局，请你为他设计一条最佳路线，路程是多少？





第6讲 巧求周长

围绕一个封闭图形一周的线段或曲线的长度，叫做这个图形的周长。我们学过的基本图形的周长计算方法有：长方形的周长 $=（长+宽）\times 2$ ，若用字母 c 来表示长方形的周长， a 表示长方形的长， b 表示长方形的宽，则长方形的周长的字母公式是 $c = (a + b) \times 2$ ；正方形的周长 $= 边长 \times 4$ ，用 c 表示正方形的周长，用 a 表示正方形的边长，则正方形的周长的字母公式是 $c = a \times 4$ 或 $c = 4a$ 。

我们遇到的图形往往不一定正好是长方形或正方形，对于这些不规则的比较复杂的几何图形，要求它们的周长，可以先把它们转化为标准的长方形或正方形，然后再利用周长公式进行计算。

在解答比较复杂的关于长方形、正方形周长计算的问题时，生搬硬套公式往往行不通，这时灵活地运用所学知识显得相当重要。首先要仔细观察，认真思考，想想已知条件和要求问题之间有什么联系，然后灵活运用长方形、正方形周长公式进行计算。

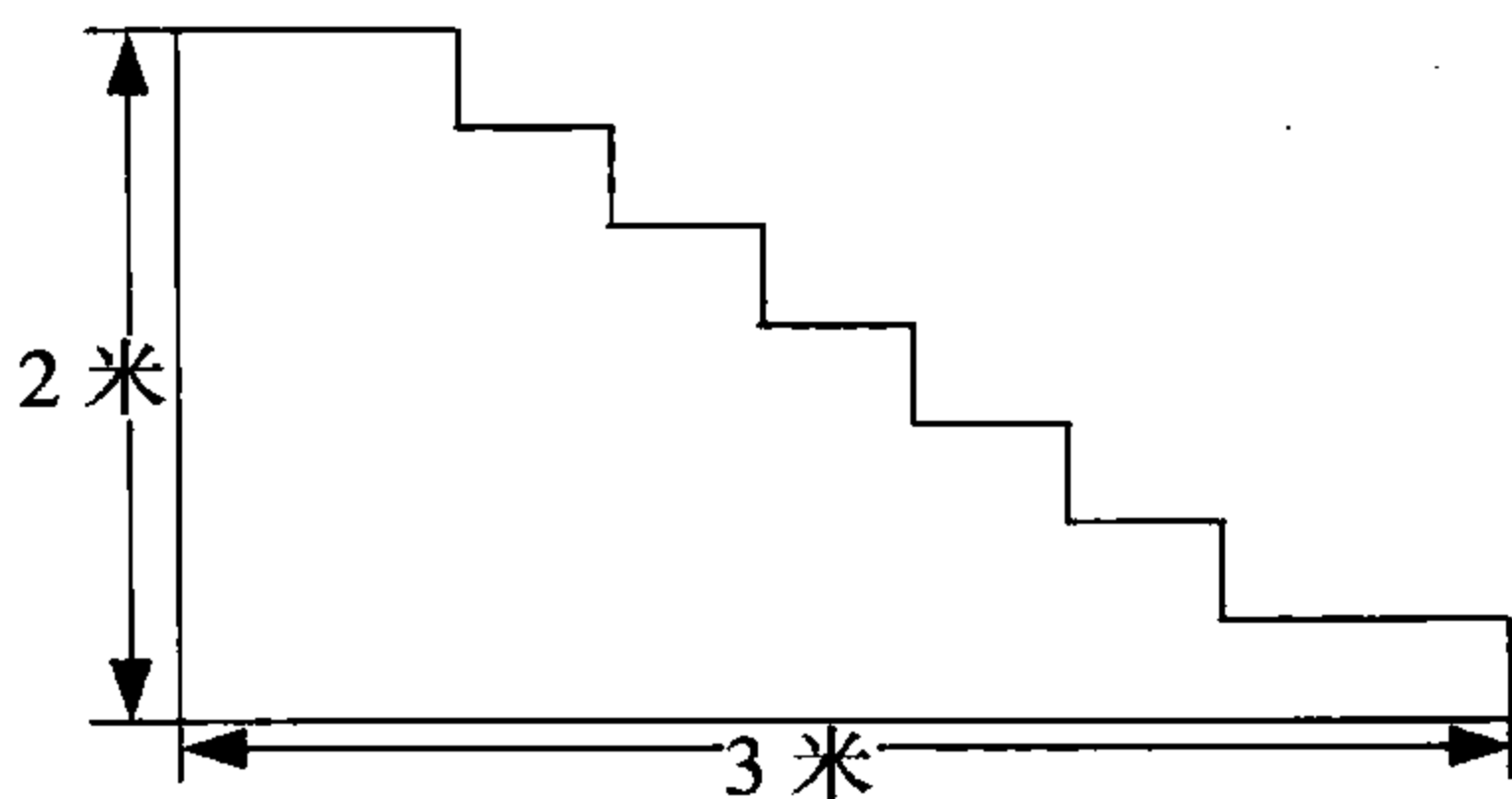


金牌例题

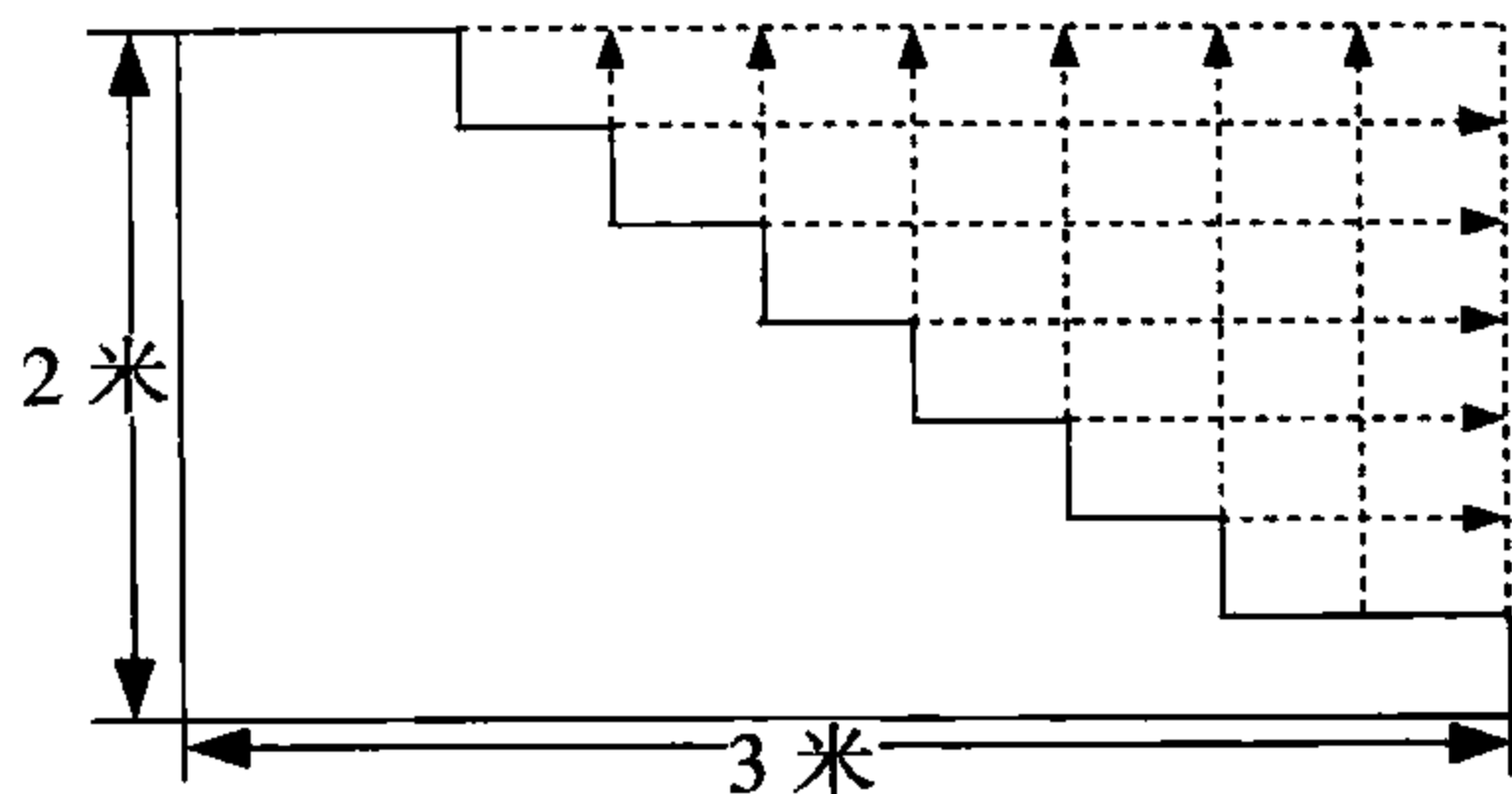


例题 1

下图是一个楼梯的侧面图，求此图形的周长。



思路分析：如果把每层台阶的宽度向上移到和最上层台阶同样高的地方，把每层台阶的高度向右移到和最下层的台阶长度一致的地方（如下图所示），这样楼梯侧面图就转化为一个长方形，然后我们利用长方形周长计算公式就求出此图形的周长了。



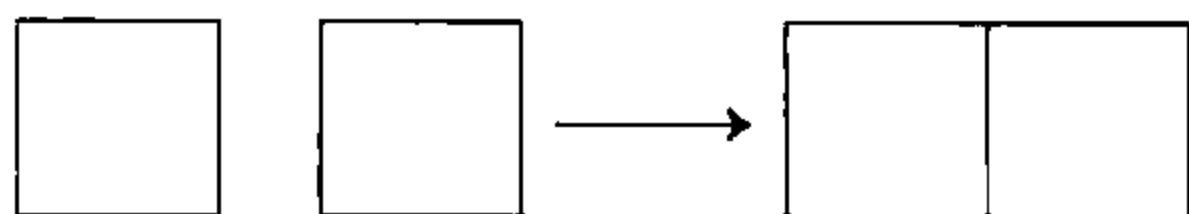
解： $(2 + 3) \times 2 = 10$ （米）

答：此图形的周长为 10 米。



例题 2 两个大小相同的正方形拼成一个长方形后，周长比原来两个正方形周长的和减少了6厘米。原来一个正方形的周长是多少厘米？

思路分析：根据题意，画出下图：

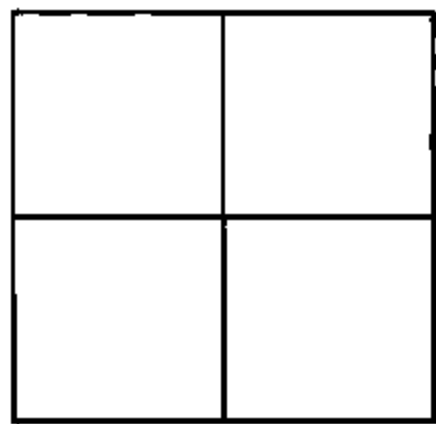


当两个正方形拼成一个长方形时，组成两个正方形的8条边就减少了两条，而已知这两条边的和是6厘米，那么一条边长就是 $6 \div 2 = 3$ （厘米），所以原来正方形的周长是 $3 \times 4 = 12$ （厘米）。

解： $6 \div (4 \times 2 - 6) \times 4 = 12$ （厘米）

答：原来一个正方形的周长是12厘米。

例题 3 将一张边长为36厘米的正方形纸，剪成4个完全一样的小正方形纸片（如下图所示），问这4个小正方形周长的和比原来的正方形周长增加了多少厘米？



思路分析：将边长为36厘米的正方形纸，沿竖直方向剪一刀，周长的和就比原来大正方形周长增加2个边长，再沿水平方向剪一刀，又增加2个边长，一共增加 (2×2) 个边长。所以这4个小正方形周长的和比原来的



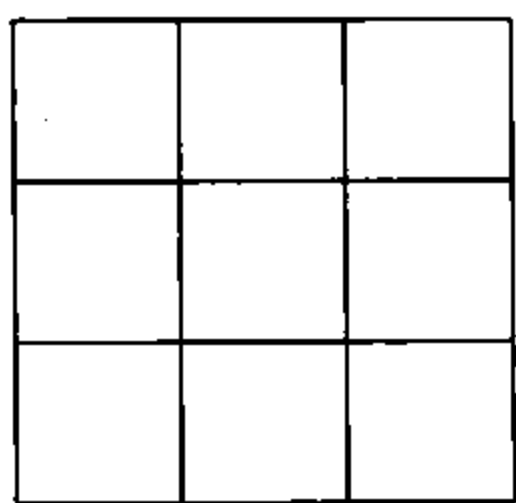
正方形周长增加了 $36 \times 4 = 144$ (厘米)。

解: $36 \times (2 \times 2) = 144$ (厘米)

答: 增加了 144 厘米。

**例题 4**

一个正方形, 边长是 5 厘米, 将 9 个这样的正方形拼成一个大正方形 (如图), 问拼成的大正方形的周长是多少厘米?



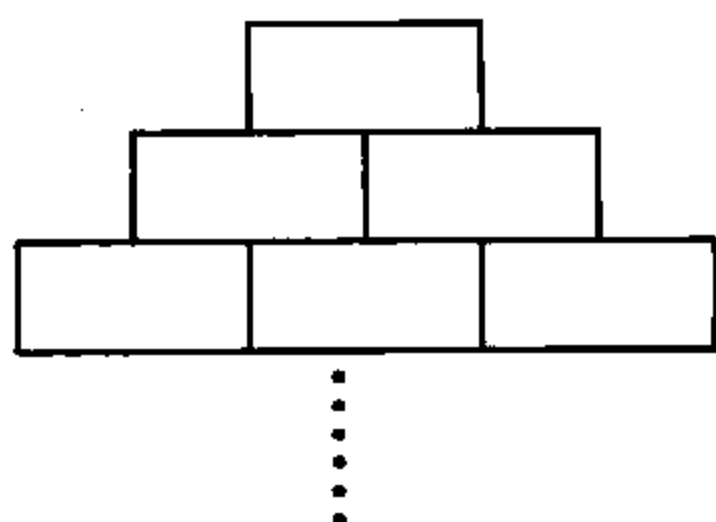
思路分析: 从图上可以看出, 9 个小正方形拼成的大正方形共有 3 排, 每排由 3 个小正方形组成。已知小正方形的边长是 5 厘米, 所以大正方形的边长就是 $5 \times 3 = 15$ (厘米), 大正方形的周长就是 $15 \times 4 = 60$ (厘米)。

解: $5 \times 3 \times 4 = 60$ (厘米)

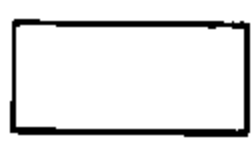
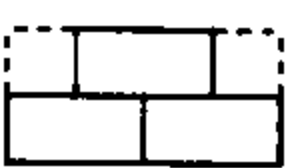
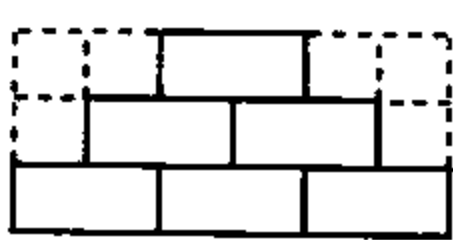
答: 拼成的大正方形的周长是 60 厘米。

**例题 5**

有一批长 2 厘米、宽 1 厘米的长方形, 一层、二层、三层地摆下去, 摆完第八层, 这个图形的周长是多少厘米?





思路分析：此种摆法比较有规律，我们逐层分析，看能否找到规律。第一层： 周长 $= (2 + 1) \times 2$ ，第二层  周长 $= (2 \times 2 + 1 \times 2) \times 2$ ，第三层  周长 $= (2 \times 3 + 1 \times 3) \times 2$ ，依次类推，我们可以找到摆到第八层的规律，也就可以求出它的周长。

解： $(2 \times 8 + 1 \times 8) \times 2 = (16 + 8) \times 2 = 48$ （厘米）

答：这个图形的周长是 48 厘米。

小结

巧求周长，重在转化，可以用平移、分解、合并等方法，将几何图形转化成学过的图形，以便可以运用长方形、正方形的周长计算公式来进行计算。

转化时，最常用的是线段平移法，即不改变线段长度，将其平行移动，以便简化题目。但要注意：不能漏掉某些线段的长度。

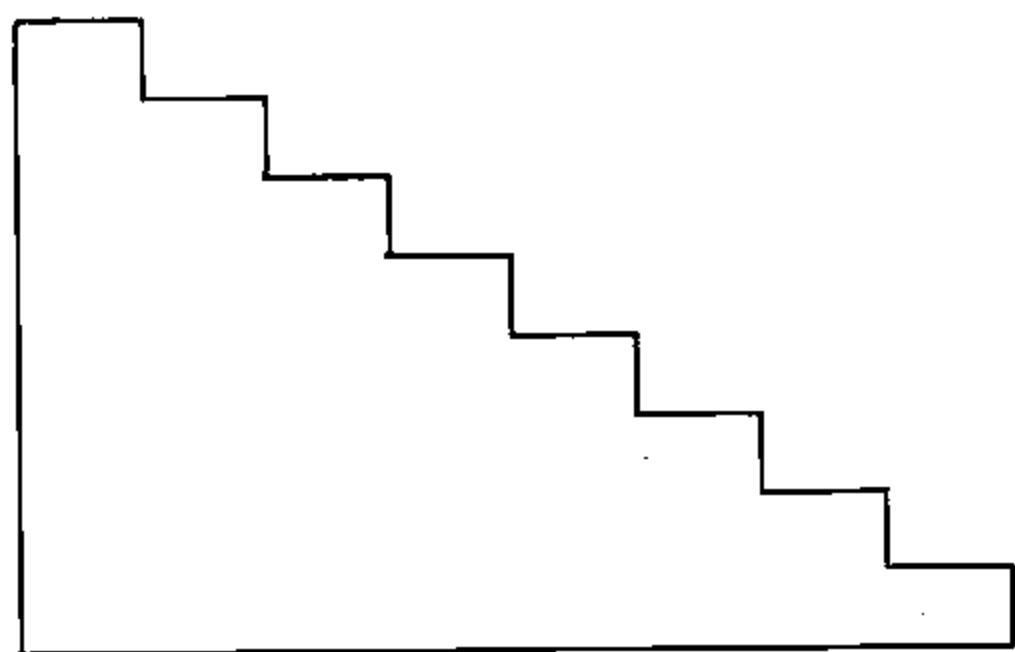


金牌训练

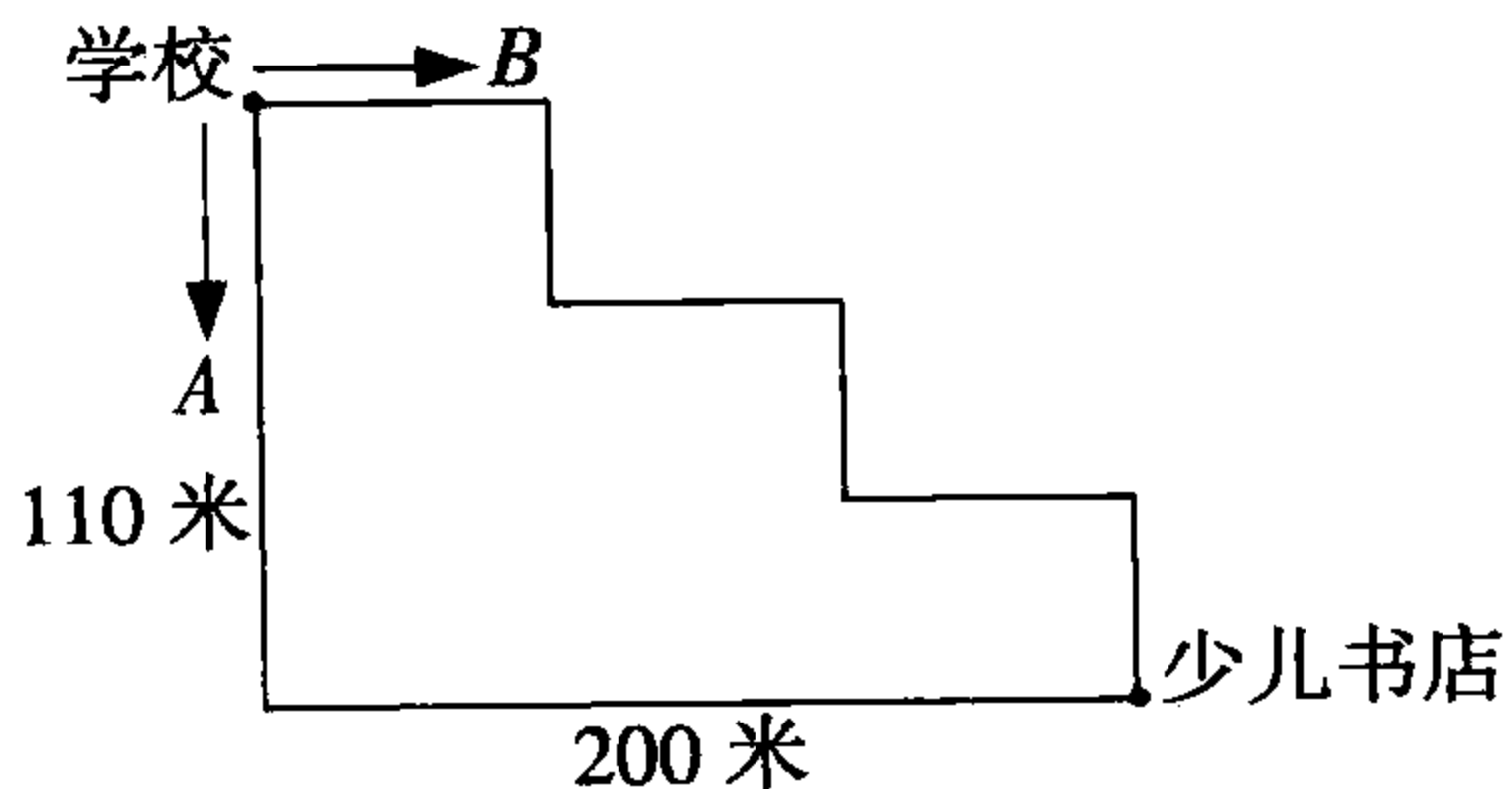


一 对应训练

1. 下图一个楼梯的侧面，如果在阶梯上铺地毯，要计算地毯的长度，怎样测量？



2. 如下图所示，小明和小玲同时从学校到少儿书店，小明沿 A 路线行走，小玲沿 B 路线行走，如果两人速度一样，谁先到少儿书店，为什么？





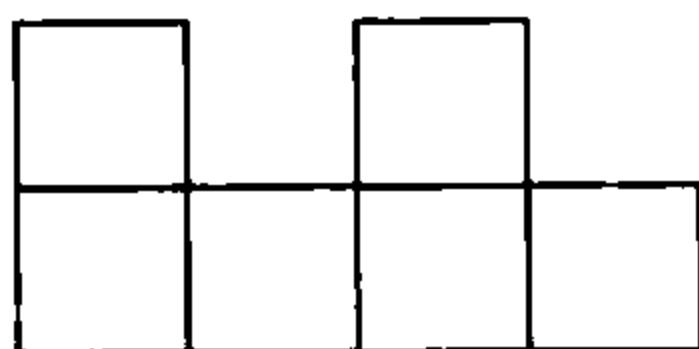
- 065 •



5. 将一张边长为 12 厘米的正方形纸，剪成 4 个完全一样的小正方形。那么这 4 个小正方形周长之和比原来的大正方形的周长增加了多少厘米？

变式训练

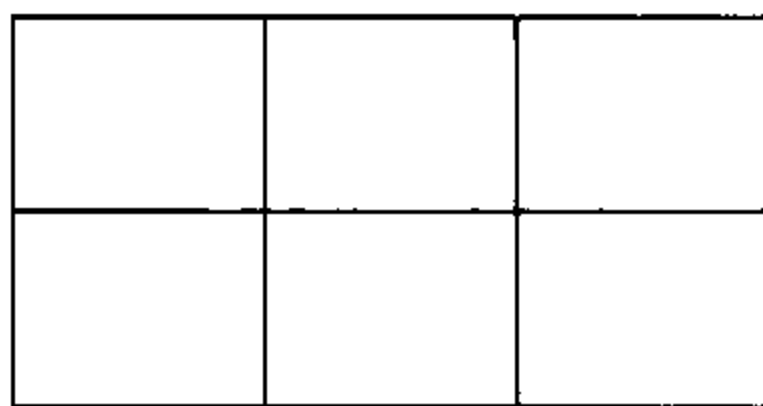
1. 下图由 6 个边长为 2 厘米的正方形组成，求此图形的周长。





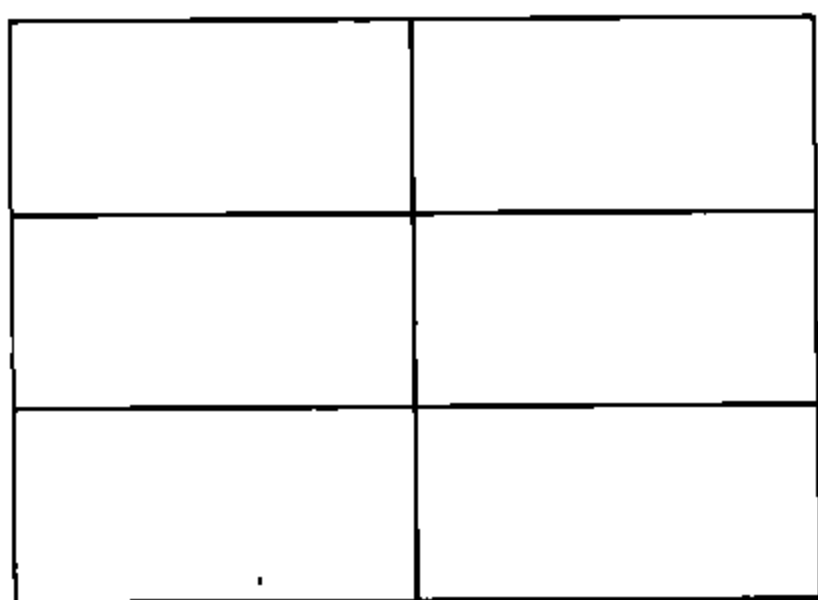
2. 把边长 48 厘米的正方形剪成三个同样大小的长方形。
算一算，每个长方形的周长是多少厘米？

3. 把 6 个长为 3 厘米，宽为 2 厘米的小长方形如下图拼成一个大长方形。这个大长方形的周长是多少？





4. 将一个长为 8 分米，宽为 6 分米的长方形如下图剪成 6 个完全一样的小长方形，这 6 个小长方形周长之和比原来的正方形周长增加了多少分米？



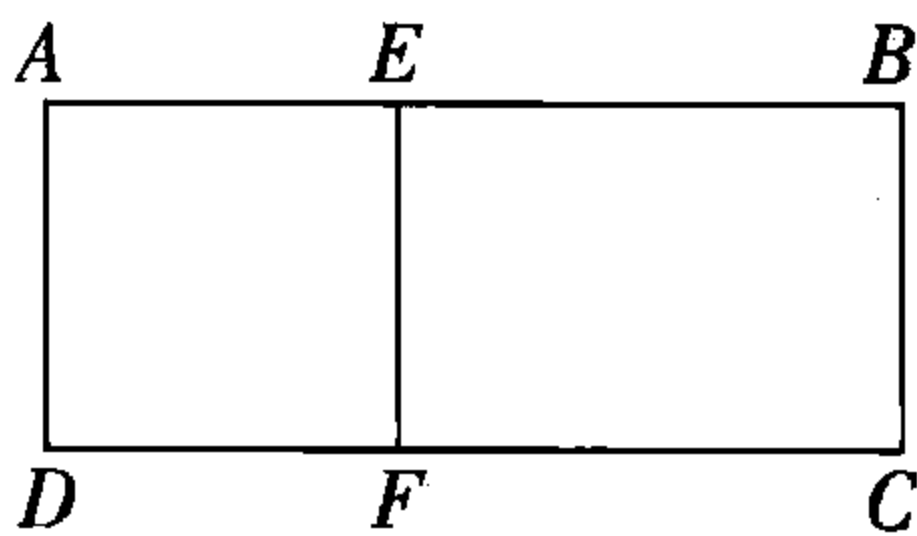
5. 用 6 个边长是 3 厘米的正方形，拼成一个大长方形，怎样拼这个长方形的周长最长？怎样拼这个长方形的周长最短？（画出拼法）



▮ 拔高训练

1. 从一张长 10 厘米、宽 8 厘米的长方形纸上剪下一个边长是 5 厘米的正方形，求剩余部分的周长。

2. 如图，从长方形纸片 $ABCD$ 上剪去正方形 $ADFE$ ，剩下的长方形 $EFCB$ 的周长是 100 厘米，则 AB 的长是多少厘米？







第7讲 和差问题

小朋友们，我们已经学会了很多数学知识，并能运用所学知识解决生活中的实际问题。在我们平时的生活中，常常会遇到这样的问题：已知一个班级里男生与女生共有40人，男生比女生多4人，求男生和女生各有多少人？像这样已知两数和与两数差，求两个数的应用题，叫和差问题应用题。有些复杂的应用题，虽然题目中不是直接给出两个数的和与差，但通过转化，可以推算出某两个未知量的和与差，这样的应用题，我们也看做是和差问题。

我们来看线段图：

大数：  } 两数和
小数：  } 两数差

从图上可以看出，在两数和里增加一个两数差，两数和就是大数的2倍，反之，从两数和里去掉一个两数差，两数和就是小数的2倍。明白这些数量之间的关系，和差问题就可以迎刃而解了。



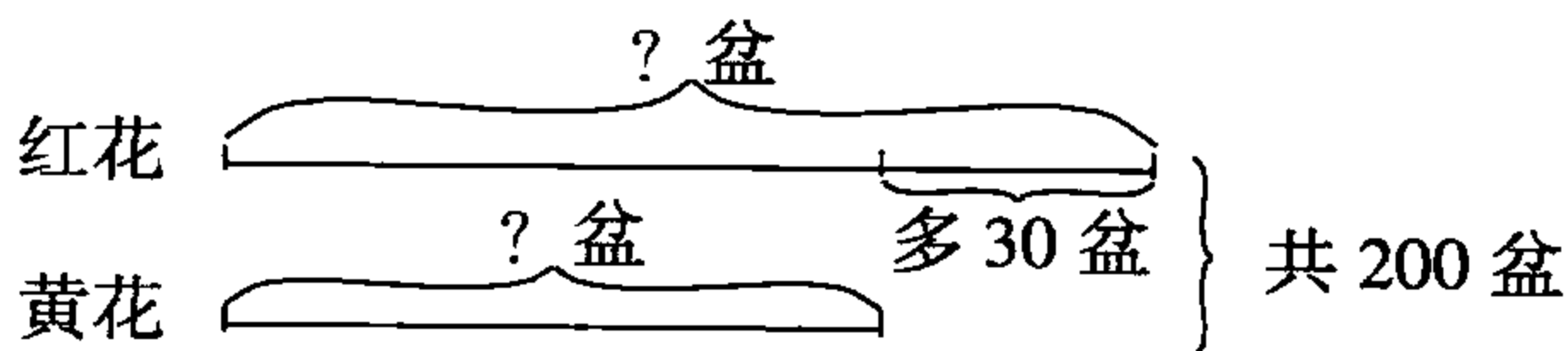
金牌例题



例题 1

育才小学准备校庆活动，从花圃买来 200 盆花，其中红花比黄花多 30 盆，红花和黄花各有多少盆？

思路分析：根据题意，先画图：



这道题目里的两数和（200 盆）与两数差（30 盆）已经告诉我们了，从图上也可以看出， $200 \text{ 盆} + 30 \text{ 盆} = \text{红花盆数的 } 2 \text{ 倍}$ ， $200 \text{ 盆} - 30 \text{ 盆} = \text{黄花盆数的 } 2 \text{ 倍}$ ，这样就可以求出红花、黄花各有多少盆了。

解：红花盆数： $(200 + 30) \div 2 = 115$ （盆）

黄花盆数： $(200 - 30) \div 2 = 85$ （盆）

求出红花的盆数后，黄花的盆数还可以这样求：

$200 - 115 = 85$ （盆） 或 $115 - 30 = 85$ （盆）

答：红花有 115 盆，黄花有 85 盆。



例题 2

姐姐和妹妹的年龄和是 29 岁，5 年以后，姐姐比妹妹大 3 岁。问今年姐姐和妹妹各多少岁？

思路分析：题目已知姐姐和妹妹的年龄和是 29 岁，

由于两个人的年龄差是始终不变的，所以5年后的年龄差也就是今年的年龄差，即今年姐姐也是比妹妹大3岁，这样与例1的数量关系一样，利用这一规律，我们很容易就可求出姐姐和妹妹的年龄了。

解：姐姐的年龄： $(29 + 3) \div 2 = 16$ （岁）

妹妹的年龄： $(29 - 3) \div 2 = 13$ （岁）

或这样求妹妹的年龄：

$29 - 16 = 13$ （岁）或 $16 - 3 = 13$ （岁）

答：姐姐今年16岁，妹妹今年13岁。

**例题 3**

李刚上学期期终考试语文和数学的平均分数是92分，数学成绩比语文成绩高6分，李刚上学期期终考试语文、数学各得了多少分？

思路分析：这道题中数学、语文两科成绩的差已经告诉我们了，是6分，而两科成绩的和没有直接告诉我们。根据“语文和数学的平均分数是92分”这一条件，我们可以求出两门功课的总分是 $92 \times 2 = 184$ （分），这样就可以求出数学、语文两科各多少分了。

解：总成绩： $92 \times 2 = 184$ （分）

数学成绩： $(184 + 6) \div 2 = 95$ （分）

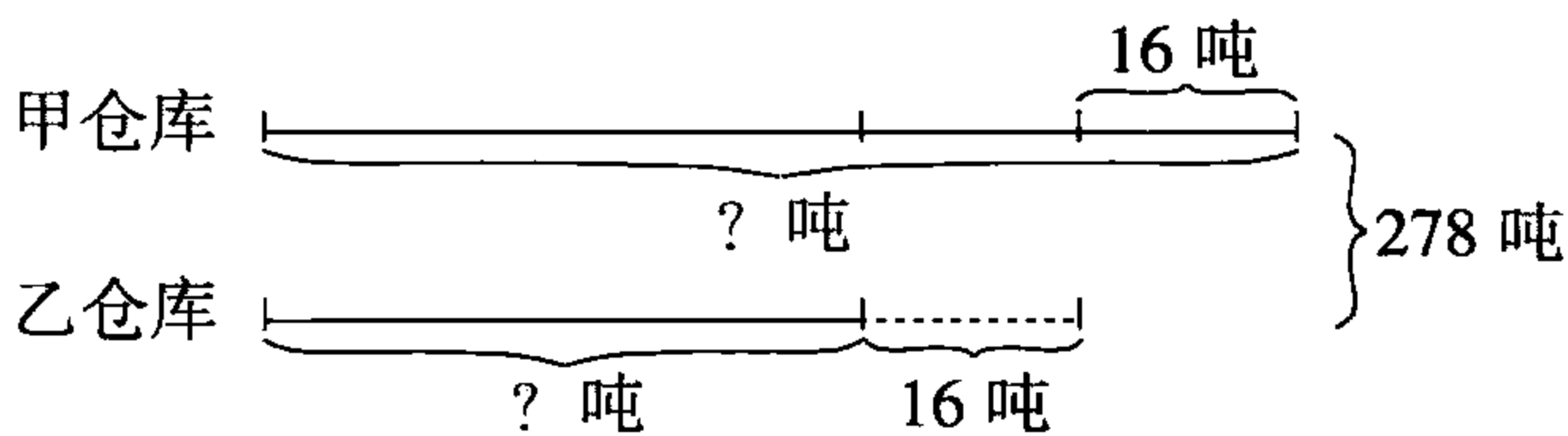
语文成绩： $95 - 6 = 89$ （分）

答：语文得了89分，数学得了95分。



例题 4 甲、乙两仓库共有粮食 278 吨，如果从甲仓库运 16 吨给乙仓库，那么两个仓库的粮食一样多，甲、乙两仓库各有粮食多少吨？

思路分析：画线段图分析：



已知两个仓库粮食总和是 278 吨，又根据“如果从甲仓库运 16 吨给乙仓库，那么两个仓库的粮食一样多”，从线段图上我们可以看出，甲仓库原来比乙仓库多 $16 \times 2 = 32$ （吨）粮食，两个仓库粮食的和与差都知道了，就可以求出原来各有粮食多少吨了。

解：甲仓库： $(278 + 16 \times 2) \div 2 = 155$ （吨）

乙仓库： $155 - 16 \times 2 = 123$ （吨）

答：甲仓库有粮食 155 吨，乙仓库有粮食 123 吨。

例题 5 在一个减法算式里，被减数、减数与差这三个数的和是 256，其中减数比差大 32。求差是多少？

思路分析：已知减数比差大 32，要求差是多少，只要先求出减数与差的和就可以了。题目告诉我们被减数 + 减数 + 差 = 256，又知被减数 = 减数 + 差，也就是减数 + 差 + 减数 + 差 = 256，就可求出减数 + 差 = $256 \div 2 = 128$ ，



即减数与差的和是 128，又已知减数与差的差是 32，就可以求出差是多少了。

解：减数与差的和： $256 \div 2 = 128$

差： $(128 - 32) \div 2 = 48$

答：差是 48。

小结

和差问题的基本特征是：已知两数和与两数差，求两数。规律是：大数 $= (\text{和} + \text{差}) \div 2$ ，小数 $= (\text{和} - \text{差}) \div 2$ 。利用上面的式子求出一个数后，另一个数还可用下列方法求出：大数 $=$ 小数 $+$ 差，或大数 $=$ 和 $-$ 小数；小数 $=$ 大数 $-$ 差，或小数 $=$ 和 $-$ 大数。

记住以上特征和规律，在解答这类题目时，关键是找到两数和与两数差，再利用上述公式就可以解决问题了。



金牌训练



一 对应训练

1. 三（1）班共有学生 40 人，男生比女生多 4 人。三（1）班男生和女生各有多少人？

2. 一个两位数，十位上的数字与个位上的数字的和是 9，差是 3。求这个两位数。



3. 兄弟两人的平均年龄是 15 岁，哥哥比弟弟大 4 岁。问哥哥、弟弟各多少岁？

4. 两年前姐姐与妹妹相差 3 岁，今年姐姐妹妹两人年龄和是 29 岁。问今年姐妹两人各多少岁？



5. 小明和小华共有 28 本练习本，小明给小华 4 本练习本，两人的练习本同样多。两人原来各有几本练习本？
6. 一个长方形的周长是 50 厘米，宽比长少 5 厘米，问长和宽各是多少厘米？

■ 变式训练

1. 今年小红 14 岁，小丽 10 岁。当两人年龄和是 60 岁时，两人各是多少岁？



2. 两个连续偶数的和是 90，这两个偶数分别是多少？
3. 甲、乙两班共有 80 名学生，开学初甲班转走了 5 名学生，乙班转进了 3 名学生，这时两班人数相等。问原来两班各有多少名学生？



4. 甲桶比乙桶多盛油 18 升，如果甲桶倒入一部分给乙桶，当甲桶还剩 36 升时，两桶一样多。甲、乙两桶原来各有油多少升？

5. 一辆公共汽车上原有乘客 48 人，到了长城站后，下车 20 人，又上车 8 人。这时车上的男乘客比女乘客多 6 人。现在车上男、女乘客各多少人？



三 拔高训练

1. 把 90 米长的一条绳子分成三段，要使后一段总比前一段多 3 米，三段长度各是多少米？
2. 五年级有三个班，如果把（1）班的 1 名学生调到（2）班，两班人数相等；如果把（2）班的 1 名学生调到（3）班，（3）班比（2）班多 2 人，（1）班比（3）班多多少人？



第8讲 和倍问题

和倍问题是已知两个数的和与两个数的倍数关系，求这两个数的一种应用题。

解答和倍问题的应用题时，我们首先要弄清两个数的倍数关系，可以通过画线段图，找到哪个数是1份数，哪个数是几份数，然后找出与两个数的和相对应的份数，即（倍数+1），这样就可以求出1份数是多少，再求出几份数是多少。

用线段图可以清楚地表示和倍问题的数量关系：



解题时，首先要弄清和、倍数、大数、小数这几个概念，然后再运用线段图来帮助分析数量关系，找准与“和”对应的倍数，从而求出小数（1倍数），再求出大数（几倍数）。



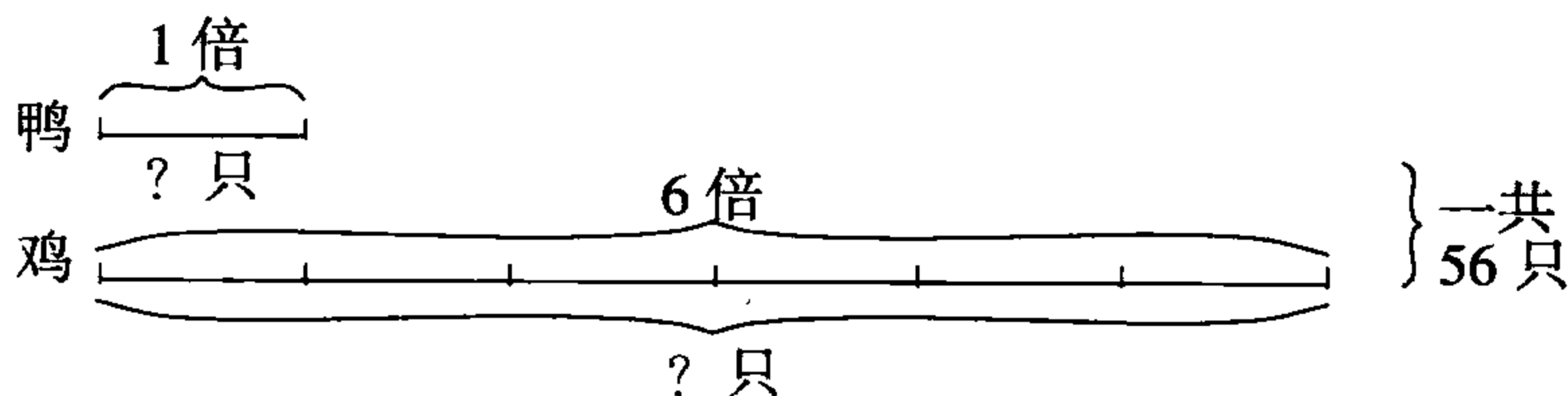
金牌例题



例题 1

小梅的奶奶养了 56 只鸡和鸭，鸡的只数是鸭的 6 倍，小梅的奶奶养的鸡和鸭各有多少只？

思路分析：根据条件“鸡的只数是鸭的 6 倍”，将鸭的只数看做 1 倍数，鸡的只数是这样的 6 倍数，画线段图如下：



由上图可知，鸡鸭的总数 56 只相当于鸭的 $(1 + 6)$ 倍，即 56 只对应的是 $(1 + 6)$ 倍数，则可以求出 1 份数，也就是鸭的只数为 $56 \div (1 + 6) = 8$ (只)，所以鸡的只数为 $8 \times 6 = 48$ (只)。

解： $56 \div (1 + 6) = 56 \div 7 = 8$ (只)

$8 \times 6 = 48$ (只) 或 $56 - 8 = 48$ (只)

答：小梅的奶奶养的鸡有 48 只，鸭有 8 只。



例题 2

有两堆橘子，第一堆有 47 个，第二堆有 51 个，如果要使第二堆的橘子是第一堆的 6 倍，那么要从第一堆里拿出多少个橘子到第二堆？



思路分析：这道题可以把变化后的第一堆数看做1倍数，那么两堆橘子的总数相当于变化后的第一堆个数的 $(6+1)$ 倍，所以变化后的第一堆个数也就是1倍数为 $(47+51) \div (1+6) = 14$ （个），再用 $47-14=33$ （个），也就是要从第一堆拿出33个橘子给第二堆，则第二堆的橘子就是第一堆的6倍。

解： $(47+51) \div (1+6) = 98 \div 7 = 14$ （个）

$47-14=33$ （个）

答：要从第一堆里拿出33个橘子到第二堆里。



例题3 甲、乙、丙三人共有现金1160元，其中甲是乙的一半，乙又是丙的2倍，甲、乙、丙三人各有多少元？

思路分析：从条件“甲是乙的一半”可看出，也就是乙是甲的2倍，又根据“乙是丙的2倍”，所以得出甲与丙现金相等，我们可以把甲、丙的现金数分别看做1倍数，则乙的现金数就是2倍数，甲、乙、丙三人的现金和1160元就是 $(1+2+1)$ 倍，那么，我们就可以先求出1倍数也就是甲、丙的现金数，再求乙的现金数。

解： $1160 \div (1+2+1)$

$= 1160 \div 4$

$= 290$ （元）

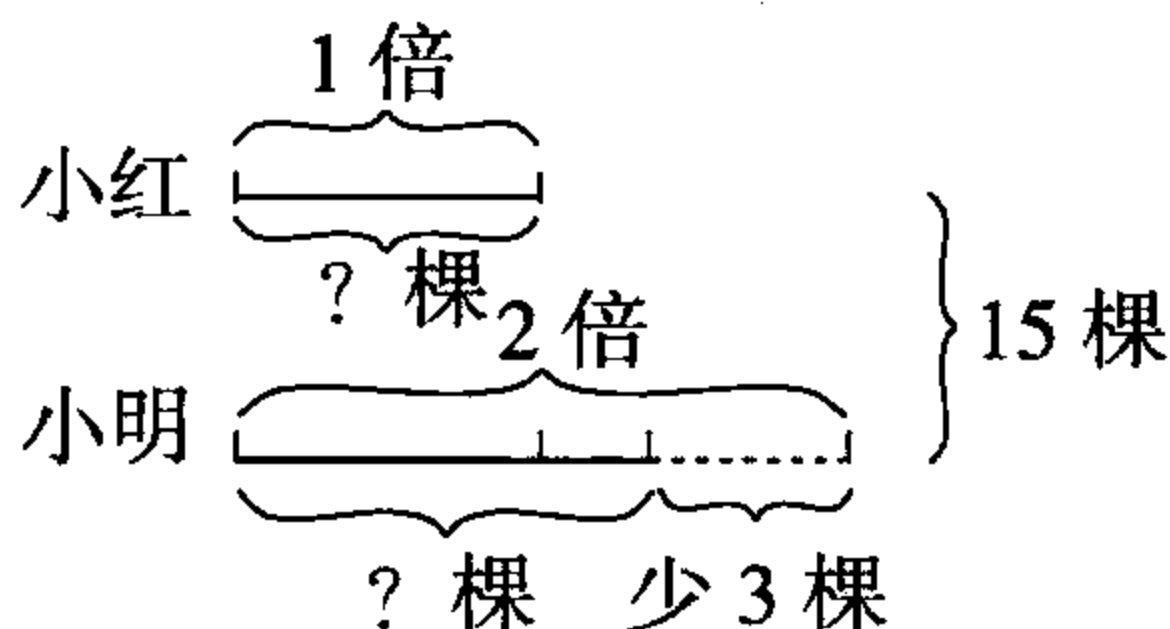
$290 \times 2 = 580$ （元）

答：甲和丙分别有290元，乙有580元。

**例题 4**

小明、小红共植树 15 棵，小明植树的棵数比小红的 2 倍少了 3 棵，两人各植树多少棵？

思路分析：从题目的条件可看出，如果把小红植的棵数看做 1 倍数，小明植的棵数比这样的 2 倍少了 3 棵，也就是不够 2 倍，画线段图如下：



从图上分析看出，假如小明植的棵数加了 3 棵正好是小红的 2 倍，则两人植树的棵数和就是 $15 + 3 = 18$ 棵，即两人植树棵数和 18 棵就是 $(1 + 2)$ 倍，这样问题就可以解决了。

$$\begin{aligned}
 \text{解：} & (15 + 3) \div (2 + 1) \\
 & = 18 \div 3 \\
 & = 6 \text{ (棵)} \\
 & 6 \times 2 - 3 = 9 \text{ (棵)}
 \end{aligned}$$

答：小红植树 6 棵，小明植树 9 棵。

**例题 5**

两数相除商是 8 余 16，被除数、除数、商与余数的和是 463，被除数是多少？

思路分析：我们知道被除数 \div 除数 = 商，商是 8，说



明被除数就是除数的8倍，本题虽然有余数，可这样想，当被除数减少16后，被除数正好是除数的8倍，再从463里减去16，减去8，再减去16，就可求出被除数（减少16后的）除数的和，也就转化为两个数量的和倍问题，即问题就解决了。

$$\text{解： } (463 - 8 - 16 - 16) \div (8 + 1)$$

$$= 423 \div 9$$

$$= 47$$

$$47 \times 8 + 16 = 376 + 16 = 392$$

答：被除数是392。

小结

和倍问题结构特征：已知两个数的和与这两个数中以一个数为1倍数，另一个数是这个数的几倍，解题规律是：两数和 \div (倍数 + 1) = 1倍数 (较小的数)，1倍数 \times 倍数 = 几倍数 (较大的数)，或两数和 - 小数 = 大数。

解题时，可以画出线段图使数量关系一目了然，以达到正确迅速求解的目的。



金牌训练



一 对应训练

1. 甲、乙两辆车共装了 96 吨货物，已知甲车装的货物是乙车的 2 倍，那么甲、乙两辆车各装了多少货物？
2. 有两袋米，第一袋重 67 千克，第二袋重 53 千克，从第二袋中拿出多少千克米放入第一袋中，使第一袋的重量是第二袋的 2 倍？



3. 甲、乙、丙三个数的和是 270，甲数是乙数的 2 倍，乙数是丙数的 3 倍，甲、乙、丙三数各是多少？

4. 故事书和科幻书一共有 42 本，故事书比科幻书的 3 倍少 2 本，故事书和科幻书各有多少本？



5. 商店运来苹果、香蕉、橘子共 53 千克，橘子的重量是苹果的 3 倍少 3 千克，香蕉的重量是苹果的 2 倍多 2 千克。橘子重多少千克？

变式训练

1. 两个数的和是 260，商是 9，这两个数是多少？



2. 甲水池有水 72 吨，乙水池有水 48 吨，如果甲水池的水以每分钟 3 吨的速度流入乙水池，那么多少分钟后，乙水池的水是甲水池的 3 倍？
3. 甲、乙两桶水重量相等，甲桶倒出 18 千克水，乙桶倒入 14 千克水后，乙桶水的重量是甲桶水重量的 5 倍，甲桶原有水多少千克？

4. 甲有 10 元钱，乙有 14 元钱，乙给甲多少元，甲的钱比乙多 2 倍？
5. 一根电线长 240 米，把它分成三段，使第一段比第二段长 20 米，第三段是第一段的 2 倍。这三段电线各长多少米？
6. 被除数除以除数，商为 9，且被除数、除数、商的和为 249，那么被除数、除数分别是多少？



拔高训练

1. 甲、乙、丙三人的年龄之和是 109 岁，甲的年龄是乙的 2 倍还大 3 岁，乙的年龄是丙的 2 倍小 2 岁。问甲、乙、丙三人各是多少岁？
2. 549 是甲、乙、丙、丁 4 个数之和，如果甲数加上 2，乙数减少 2，丙数乘以 2，丁数除以 2 以后，则 4 个数相等。求这 4 个数各是多少？



第9讲 差倍问题

差倍问题是已知两个数的差与两个数的倍数关系，求这两个数各是多少的一种典型的应用题，解答方法与“和倍问题”相类似。

差倍问题和和倍问题统称为倍数问题。在解决这类问题时首先同样也要弄清几个概念，差（求和）、倍数、大数、小数，弄清它们的含义之后，都是先确定一个数为标准数（也就是1倍数），再根据其他几个数与标准数（1倍数）的倍数关系，确定“和数”或“差数”相当于标准数的几倍，然后用除法算出标准数（1倍数），进而算出其他各数。

解答差倍问题时，根据题中所给的已知条件和问题，可以借助线段图协助分析数量关系，找出差所对应的倍数，问题就可以迎刃而解了。



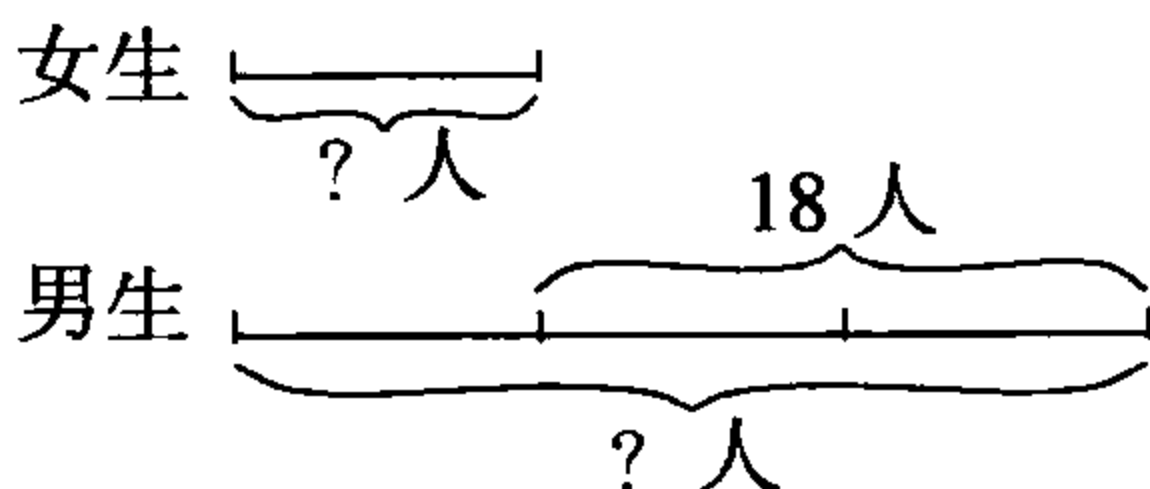
金牌例题



例题 1

学校体操队中男生比女生多 18 人，男生人数是女生人数的 3 倍。体操队中男生和女生各多少人？

思路分析：根据题意，画出线段图：



从图上可以看出，将女生人数看做 1 倍数，则男生人数是女生人数的 3 倍，男生人数比女生人数多 $3 - 1 = 2$ (倍)，女生人数的两倍对应的人数是 18 人，这样就可以求出女生人数 $18 \div 2 = 9$ (人)，男生人数是 $9 \times 3 = 27$ (人)。

解： $18 \div (3 - 1) = 9$ (人)

$9 \times 3 = 27$ (人)

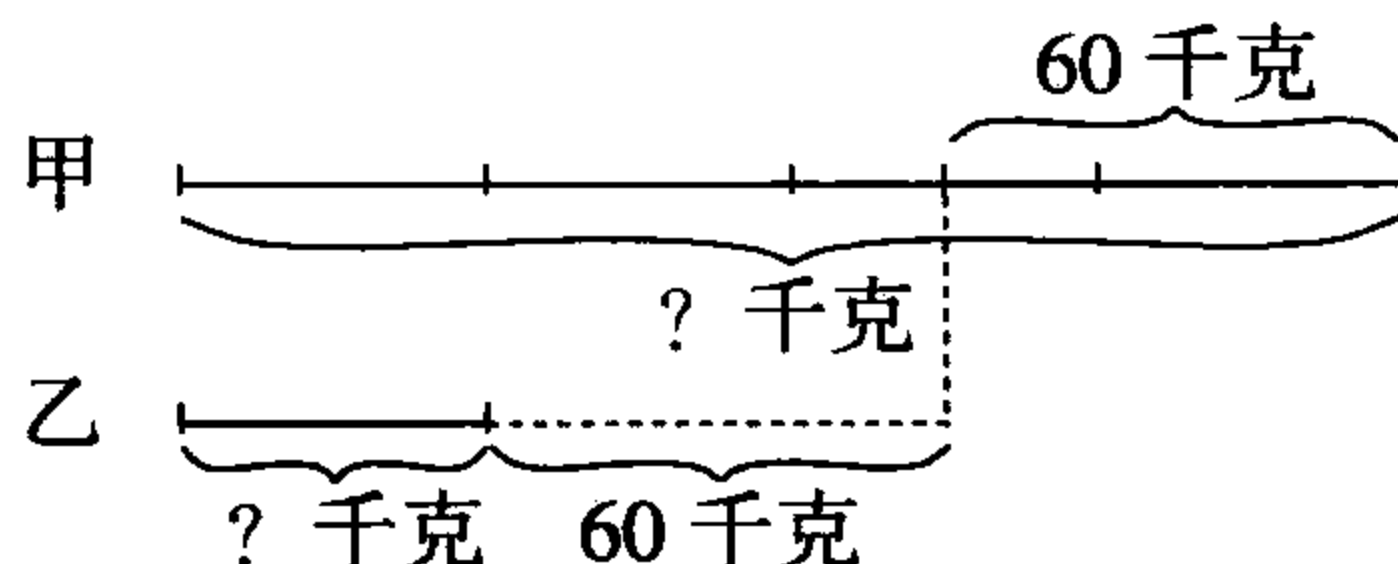
答：体操队中男生有 27 人，女生有 9 人。



例题 2

甲筐苹果是乙筐苹果的 4 倍，如果从甲筐中取出 60 千克放入乙筐，那么两筐苹果重量就相等。两筐原来各有苹果多少千克？

思路分析：根据题意，画出线段图：



根据“从甲筐中取出 60 千克放入乙筐，那么两筐苹果重量就相等”这个条件，可以知道甲筐比乙筐多 120 千克。把乙筐苹果看做 1 倍数，甲筐苹果是这样的 4 倍，甲筐比乙筐多 $4 - 1 = 3$ 倍，乙筐的 3 倍就是 120 千克，所以乙筐的重量为 $120 \div 3 = 40$ （千克），甲筐的重量就是 $40 \times 4 = 160$ （千克）。

解： $(60 \times 2) \div (4 - 1) = 40$ （千克）

$40 \times 4 = 160$ （千克）

或 $40 + 60 \times 2 = 160$ （千克）

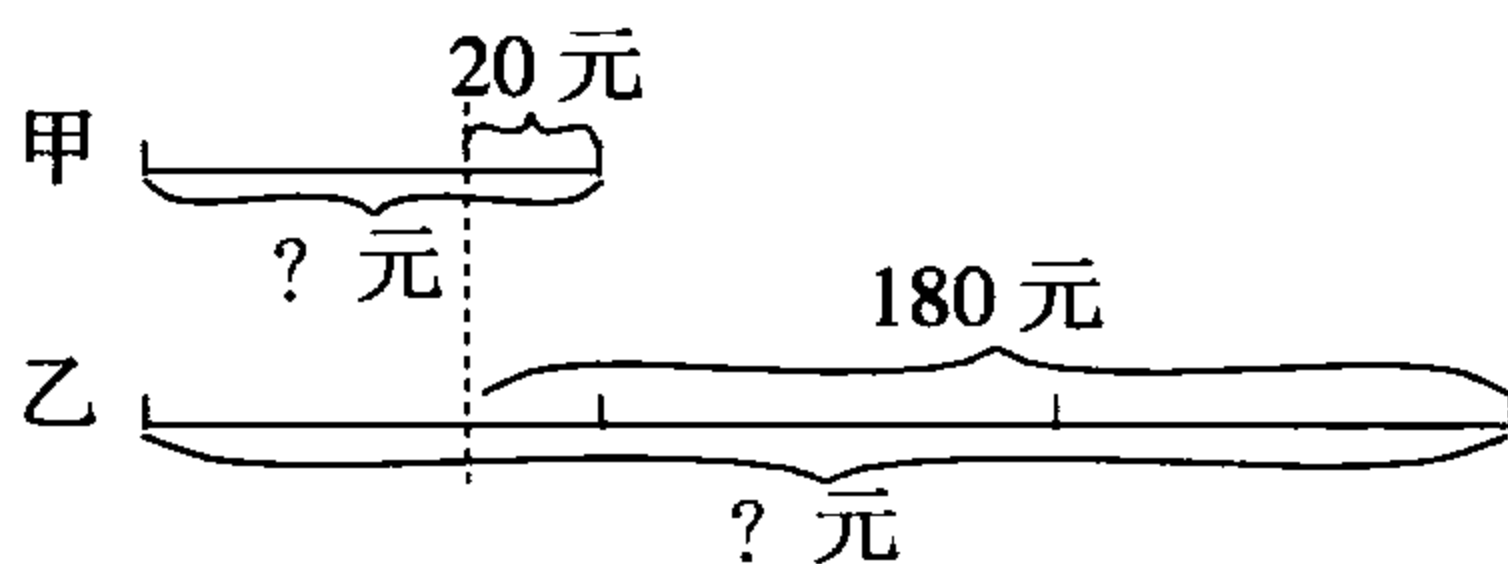
答：甲筐原来有苹果 160 千克，乙筐原来有苹果 40 千克。



例题 3

甲、乙两人存款若干元，甲存款正好是乙存款数的 3 倍，如果甲取出 180 元，乙取出 20 元，两人余下的存款数正好相等。甲、乙两人原来各存款多少元？

思路分析：根据题意，画出线段图：



从“如果甲取出 180 元，乙取出 20 元，两人余下的存款数正好相等”这个条件分析可知原来甲比乙多存款 $180 - 20 = 160$ （元），那么“甲比乙多 160 元”与“甲存款是乙存款的 3 倍”正好组成了一个“差倍问题”。把乙存款数看做 1 倍数，甲比乙存款多的数就是 $(3 - 1)$ 倍，即 2 倍就是 160 元，则乙存款是 $160 \div 2 = 80$ （元），甲存款 $80 \times 3 = 240$ （元）。

解： $(180 - 20) \div (3 - 1)$

$$= 160 \div 2$$

$$= 80 \text{（元）}$$

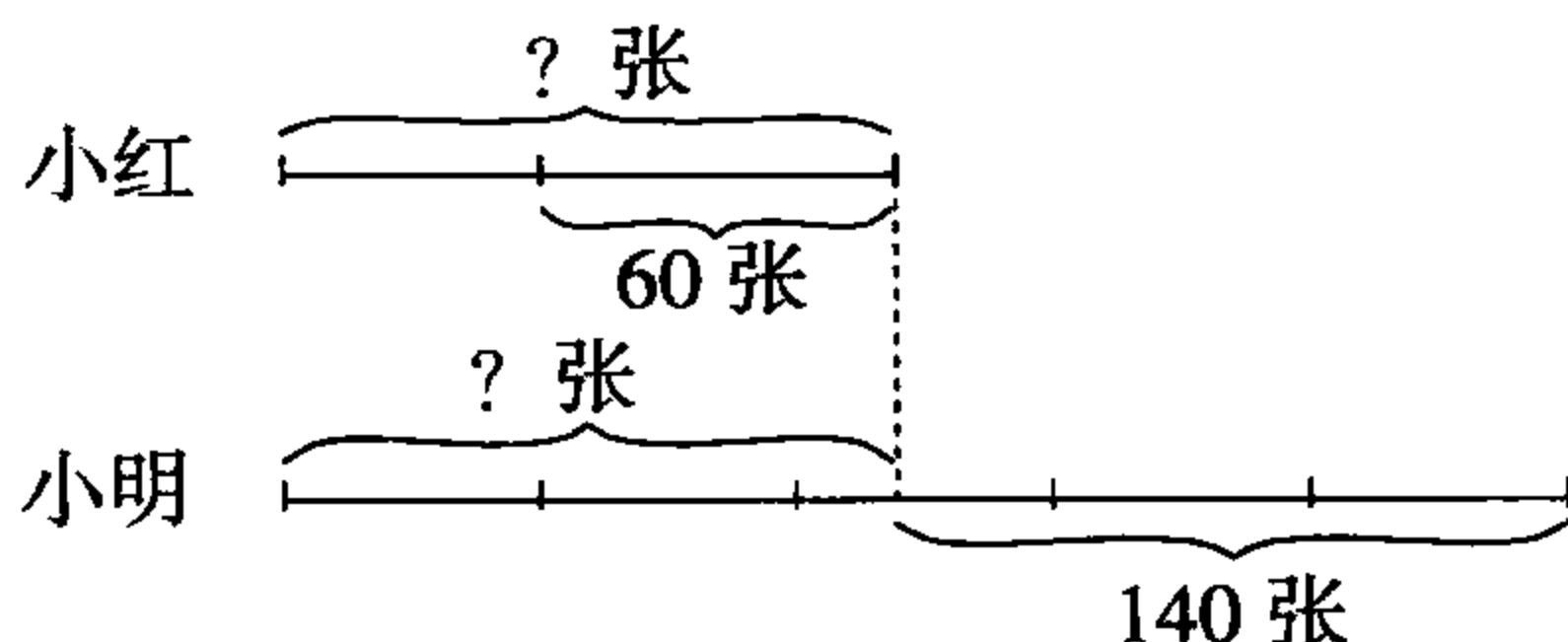
$$80 \times 3 = 240 \text{（元）}$$

答：甲原来存款 240 元，乙原来存款 80 元。

**例题 4**

小红和小明集邮张数相同。如果小红取出 60 张，小明添进 140 张，小明的张数是小红的 5 倍。小红和小明原来集邮多少张？

思路分析：根据题意，画出线段图：



从“小红和小明集邮张数相同。如果小红取出 60 张，小明添进 140 张”这组条件分析得出现在小红比小明少 $60 + 140 = 200$ （张）。把现在小红的张数看做 1 倍数，小明比小红多 $5 - 1 = 4$ 倍，与 200 张对应的倍数差就是 4 倍。那么小红和小明原来集邮多少张就容易解答了。

解： $(60 + 140) \div (5 - 1)$

$$= 200 \div 4$$

$$= 50 \text{ (张)}$$

$$50 + 60 = 110 \text{ (张)}$$

答：小红和小明原来各集邮 110 张。



例题 5

新的学期开始了，姐姐和妹妹每人都买了一些笔。如果姐姐买的笔给妹妹一支，两人的笔的数量就同样多，如果妹妹买的笔给姐姐一支，姐姐的笔数就是妹妹的 5 倍。问姐姐和妹妹各买了几支笔？

思路分析：根据题中“如果姐姐买的笔给妹妹一支，两人的笔的数量就同样多”这一条件，知道姐姐的铅笔数比妹妹多 $1 + 1 = 2$ （支），又根据“如果妹妹买的笔给



姐姐一支”这一条件，这样姐姐就比妹妹多 $2 + 1 + 1 = 4$ （支），与“姐姐的笔数就是妹妹的5倍”组成了一个差倍问题。把妹妹现在的笔数看做1倍数，用 $4 \div (5 - 1) = 1$ （支），妹妹原有的笔数是 $1 + 1 = 2$ （支），姐姐的笔数则是 $2 + 2 = 4$ （支）。

解： $(1 + 1 + 1 + 1) \div (5 - 1) + 1$

$$= 4 \div 4 + 1$$

$$= 2 \text{（支）}$$

$$1 + 1 + 1 + 1 = 4 \text{（支）}$$

答：姐姐买了4支笔，妹妹买了2支笔。

小结

差倍问题的结构特征是已知两个数的差以及两个数之间的倍数关系，求两数各是多少。

这类题的数量关系是：

$$\text{差} \div (\text{倍数} - 1) = \text{小数 (1 倍数)}$$

$$\text{小数} \times \text{倍数} = \text{大数 (几倍数)}$$

$$\text{或 } \text{小数} + \text{差} = \text{大数 (几倍数)}$$

遇到稍复杂的差倍问题时，可以借助线段图协助分析，着重研究变化后的差，再结合倍数运用“差倍问题”的基本方法求解。



金牌训练



一 对应训练

1. 手表单价是闹钟的 8 倍，手表比闹钟贵 105 元。手表和闹钟的单价各是多少元？
2. 书架上层的书是下层书本数的 3 倍。如果从上层拿 20 本给下层，则两层本数一样。书架原有书共多少本？



3. 学校科技小组的人数是书法小组的4倍。如果科技小组去掉98人，书法小组去掉8人，那么两个小组的人数正好相等。科技小组和书法小组原来各有多少人？

4. 小刚和小张上学期所得红花朵数相等。如果小刚去掉16朵，小强加上24朵，则小强的红花朵数是小刚的5倍，小刚和小强原来各有红花多少朵？



5. 哥哥和弟弟各买若干作业本，如果哥哥给弟弟 3 本，两人作业本数就同样多，如果弟弟给哥哥 1 本，哥哥的作业本数就是弟弟的 3 倍。问哥哥和弟弟原来各买作业本多少本？

■ 变式训练

1. 父亲今年 30 岁，儿子今年 4 岁。父亲多少岁时年龄正好是儿子的 2 倍？



2. 水果店有两筐橘子，第一筐橘子的重量是第二筐的 5 倍，如果从第一筐中取出 300 个橘子放入第二筐，那么第一筐橘子还比第二筐多 60 个，原来两筐橘子各有多少个？
3. 甲运输公司有汽车 200 辆，乙运输公司有汽车 150 辆，现在从两个公司同时开出相同数量的汽车，剩下的汽车辆数甲运输公司是乙运输公司的 2 倍。问甲、乙两公司各开出汽车多少辆？



4. 兔妈妈给小白兔和小灰兔分得了同样多的白菜。当小白兔吃掉 8 棵，小灰兔吃掉 18 棵时，这时小白兔剩下的棵数是小灰兔的 2 倍。原来小白兔和小灰兔各分得多少棵白菜？
5. 商店里有圆珠笔和钢笔，如果钢笔减少 3 支就与圆珠笔的支数同样多，如果钢笔增加 13 支，那么则是圆珠笔支数的 2 倍。商店里原来有钢笔、圆珠笔各多少支？



▣ 拔高训练

1. 小东如果借给小明 10 张彩纸，那么两人彩纸的张数就相同，如果小东再买 30 张彩纸，那么小东现在彩纸的张数就是小明的 3 倍。小东和小明原来各有彩纸多少张？
2. 把数字 3 写到一个三位数左边，再把得到的四位数减去 1000，它们的差是这个三位数的 21 倍，这个三位数是多少？



第10讲 图形的拼剪

我们把一个图形按照某种要求分成几个图形，就叫做图形的分割；反过来，按照一定的要求也可以把几个图形拼成一个完整的图形，就叫做图形的拼合。在实际生活中经常会碰到拼剪图形的问题。当你拼剪图形遇到困难时，请记住这个口诀：画一画，剪一剪，拼一拼，方法就在你面前。

如果要把一个图形分割成若干个大小相等、形状相同的部分，那么就要想办法找对称点，通常可以考虑从对称入手，例如，从轴对称考虑，从中心对称考虑，结合轴对称和中心对称考虑，把图形先分少，再分多。如果图形有数量方面的限制，可以先从数量入手，再结合数量来分割图形。

如果把几个图形拼合成一个大的图形，要考虑寻找每个小图形之间的公共边，并结合大图形的形状，逐个调整每个小图形的空间位置。

分割或拼合完成后，要检验整体与部分的关系，看是否符合要求，要保证“拼割前后图形面积相等”。



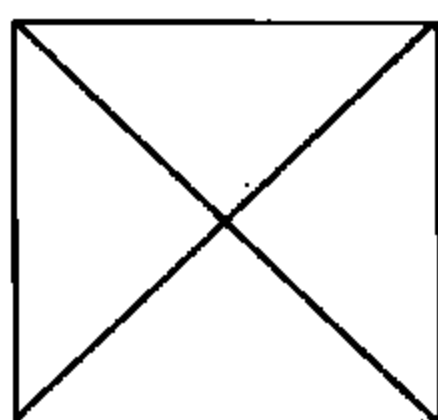
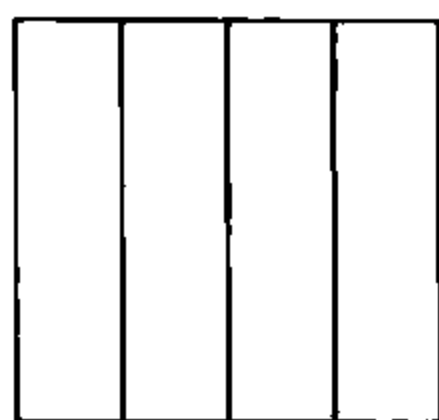
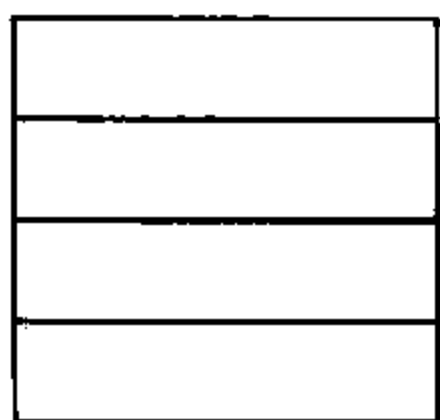
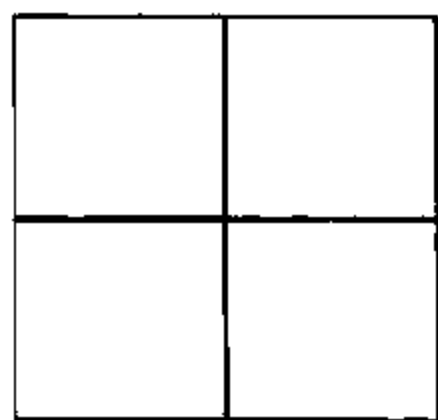
金牌例题



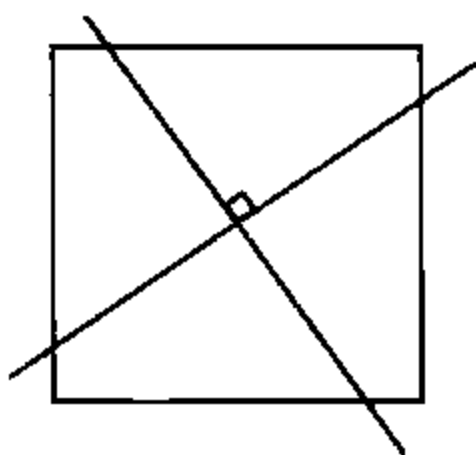
例题 1

把一个正方形分成面积相等、形状相同的四份，该怎么分呢？

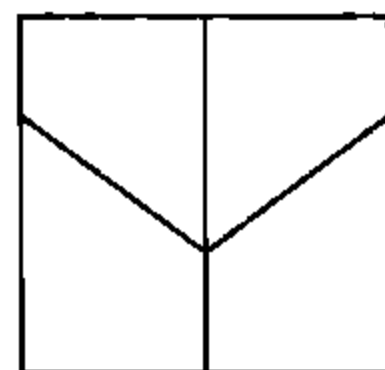
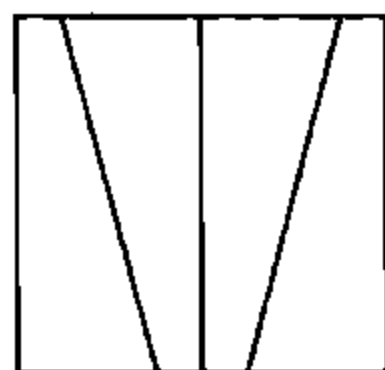
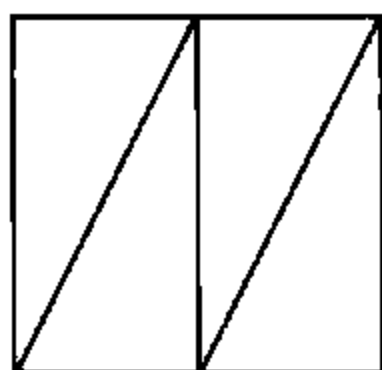
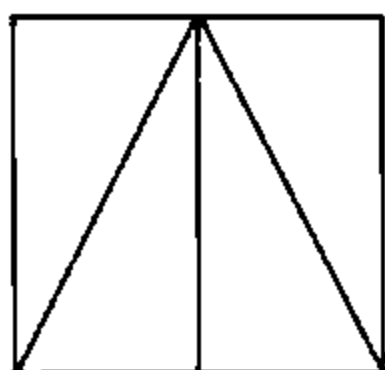
思路一：从轴对称角度考虑，有如下分法：



思路二：从中心对称角度考虑，只要把两条互相垂直的分割线都通过正方形的中心，即可分成四个形状相同、面积相等的图形。这种分法有无数种（在此仅举一例）：

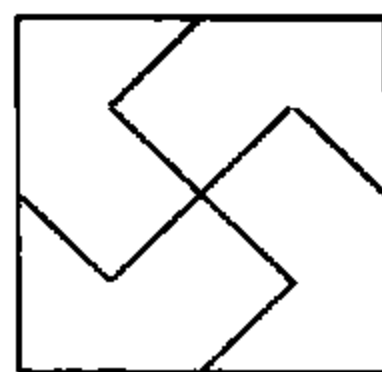
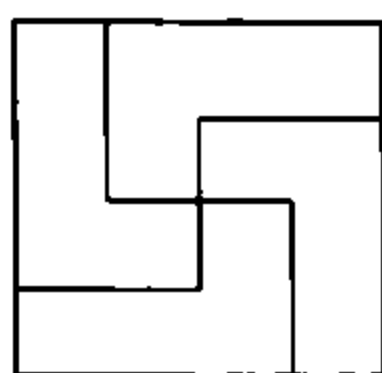
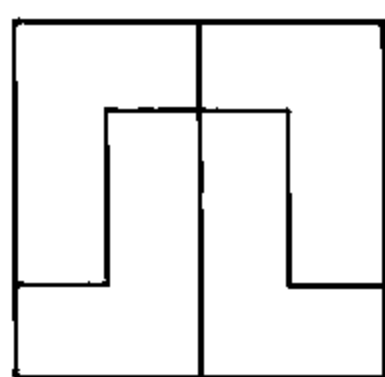


思路三：结合轴对称、中心对称来考虑，有如下的分法，这种方法也有无数种：





思路四：花样翻新，形式多样：

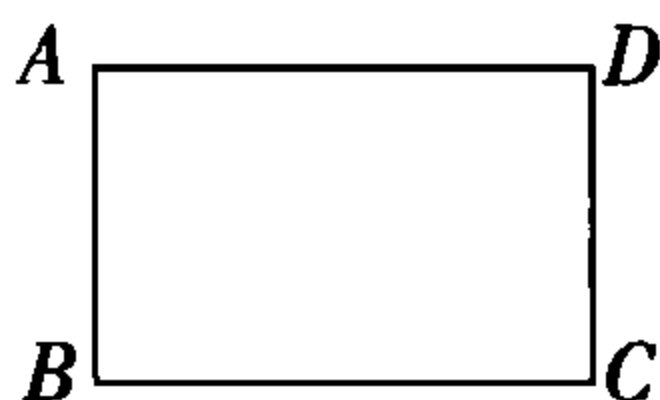


同学们，你们还能想出其他的分法吗？试一试吧！



例题 2

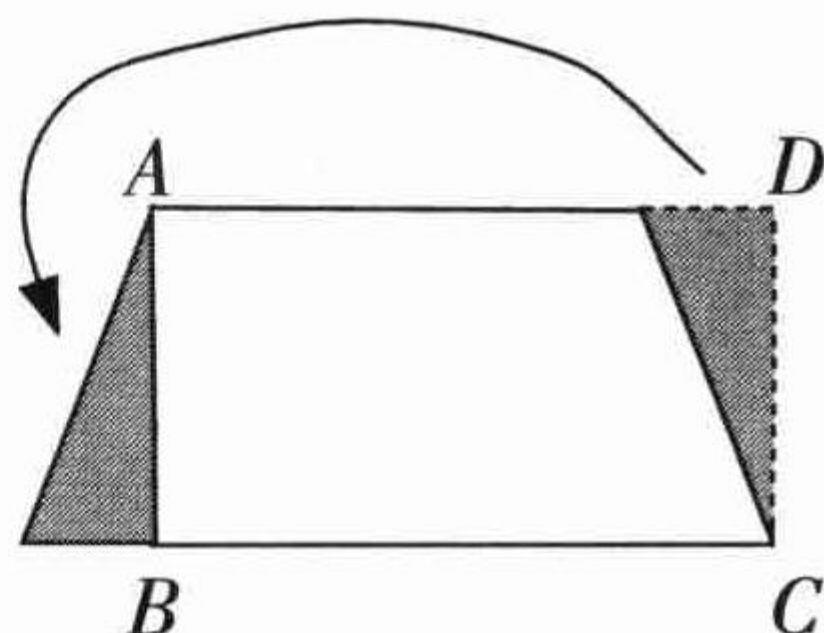
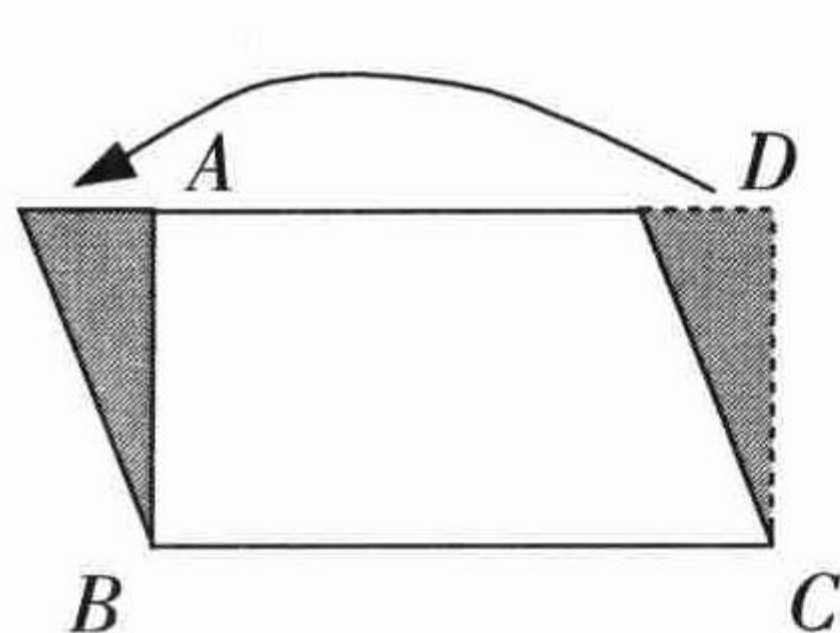
将长方形（如下图） $ABCD$ 剪成两部分，并使这部分能够拼成一个平行四边形或梯形，应当怎样剪？



思路一：拼平行四边形。根据平行四边形的特征及一般形状，我们只要把长方形的两条宽即 AB 、 CD 两条边变化为斜着的一组对边，而长方形的两条长即 AD 、 BC 的长度不变。可以从 C 点到对边 AD 上的任意一点剪开，平移到左边即可拼成平行四边形。

思路二：拼梯形。剪法同上，只是拼接的方法不同，把剪下的图形平移，旋转后拼到图形的左边即可得到梯形。

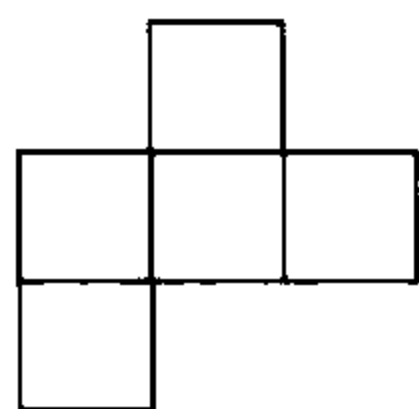
解：



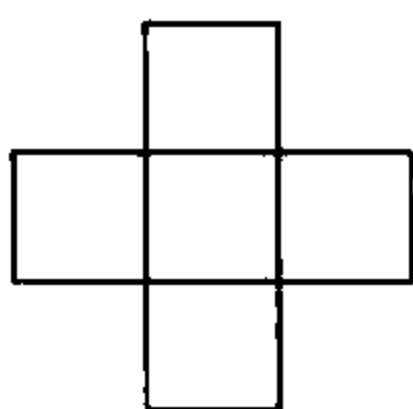


例题 3

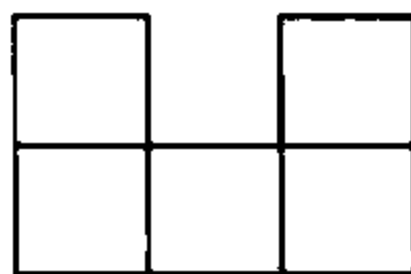
你能用下面五个图形拼成一个正方形吗？
怎样拼？



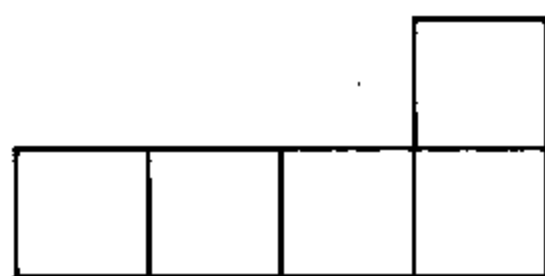
①



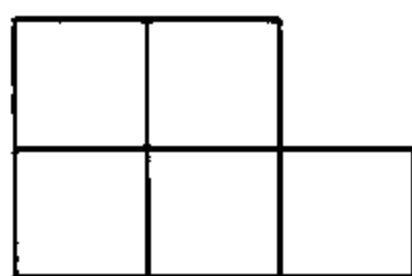
②



③



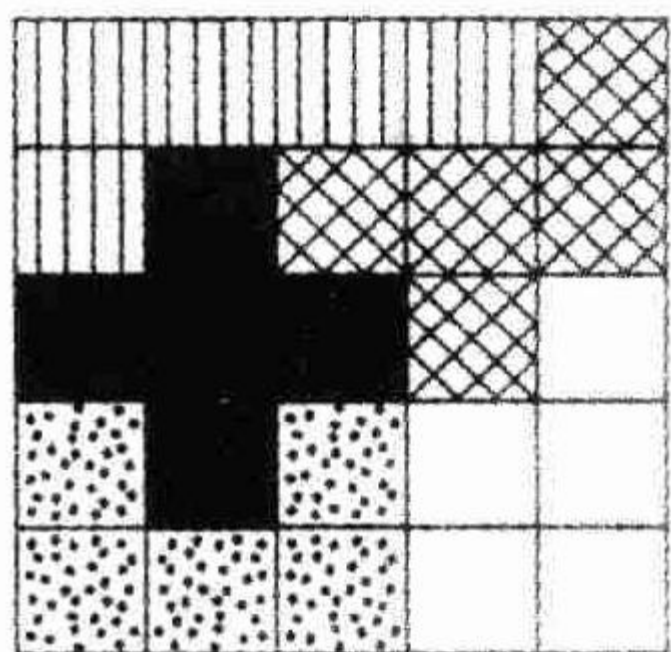
④



⑤

思路分析：所有的图形加起来一共有 25 个小正方形，如果能拼成一个大正方形，那么这个大正方形每边就有 5 个小正方形。根据图形凹凸情况，可以考虑把③⑤放在一起，再根据凹凸情况，依次拼上①②④。

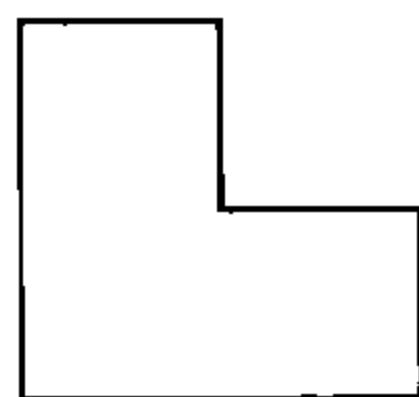
解：



例题 4

把右图分成形状相同、大小相等的 4 块，
怎么分？

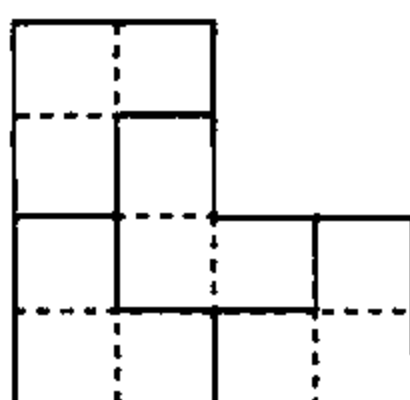
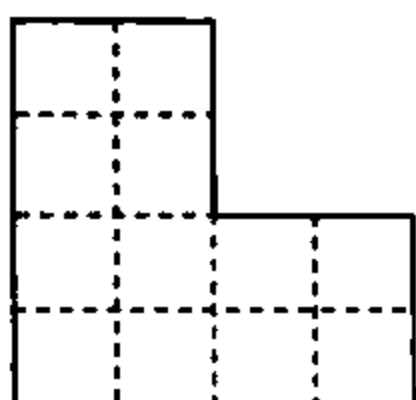
思路一：我们可以将原来的图形先分成 3 个形状、大小一样的正方形，再把每个正方形都平均分成 4 份，如下图所示，这样原图就被平均分成





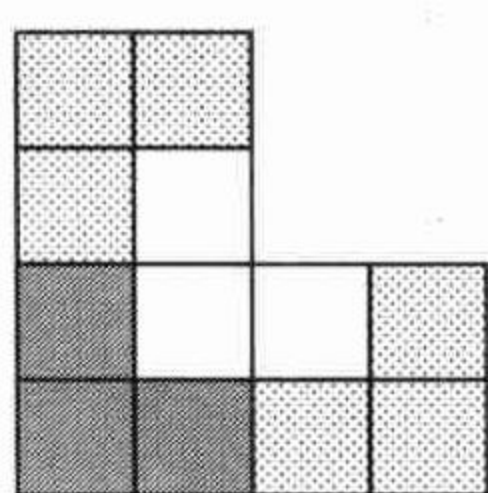
了12份。现在要把它分成大小、形状都相同的4个图形，每个图形应该占3份，因此就可以得出正确的、符合题意的分法。

解：



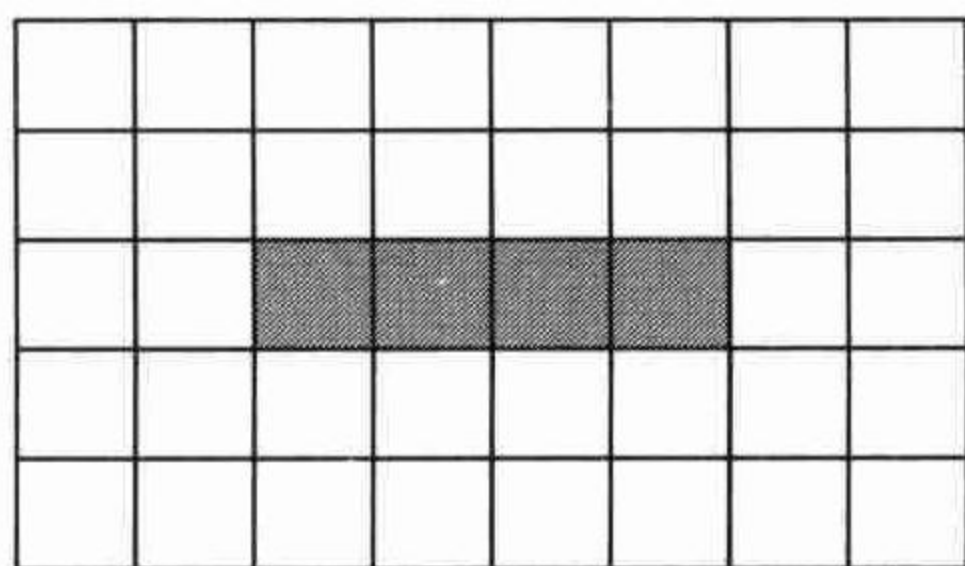
思路二：也可以从计算入手，采用画小方格的方法计算出它的面积，即它的面积是12个小方格，那么每小块的面积应该是3个小方格，3个小方格拼成的形状只有两种： $\square\square\square$ 和 $\begin{smallmatrix} \square \\ \square \end{smallmatrix} \square$ ，经试验可知，每小块的形状不可能是 $\square\square\square$ ，只能是 $\begin{smallmatrix} \square \\ \square \end{smallmatrix} \square$ 。

解：



例题 5

下图是一个长为8，宽为5的长方形，中央挖去了一个长为4，宽为1的长方形，请将它分成大小与形状都相同的两个部分，这两部分能拼成一个正方形。

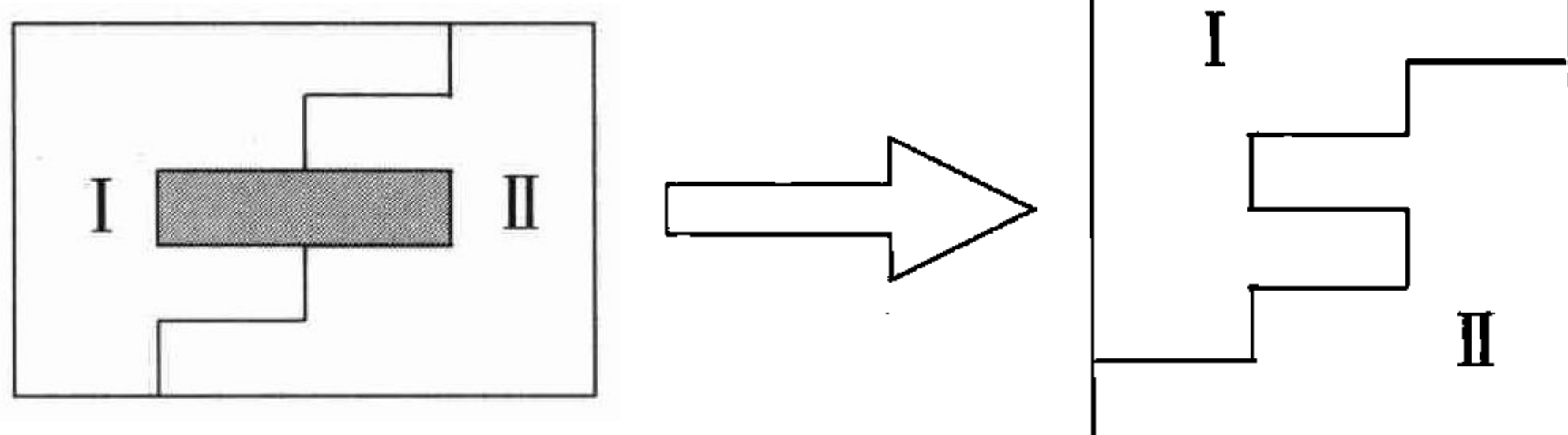




思路分析：大长方形面积是： $8 \times 5 = 40$ ，去掉中央一个小长方形后，面积是 $40 - 1 \times 4 = 36$ ，如能剪开拼成正方形，正方形的面积也是 36，所以正方形的边长是 6。

现在大长方形长为 8，应在长为 6 的地方剪开，但由于大长方形宽为 5，应增加 1，故剪开后只需往下剪 1 个方格，再考虑要填补中间的空缺。

解：



小结

图形的拼剪是图形问题中的重点也是难点，这样的问题来源于生活，解决的方法也要在实践中挖掘。这些图形在拼剪前后唯一没有改变的是它的面积，利用“等积”这一突破口是解决问题的关键。抓住长方形、正方形的特征，剪成符合题意的形状，再在拼合的过程中进行检验并不断调整。

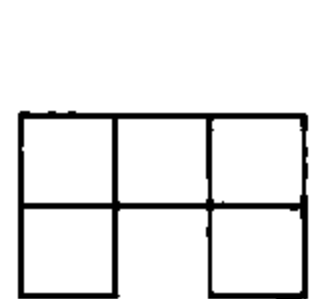


一 对应训练

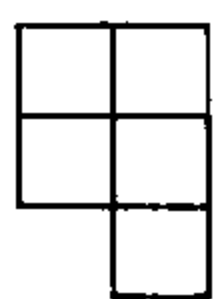
1. 把一个长方形用一条线段平均分成面积相等、形状相同的两份，你有几种分法？画一画。
2. 把一个长方形分成两块，使这两部分能拼成一个三角形，或者能拼成平行四边形、梯形，你会分吗？



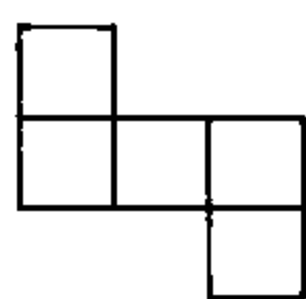
3. 下图中的5个图形各由5个小正方形组成。请你用这5个图形拼成一个大正方形，并在大正方形中表示出每块图形的位置。



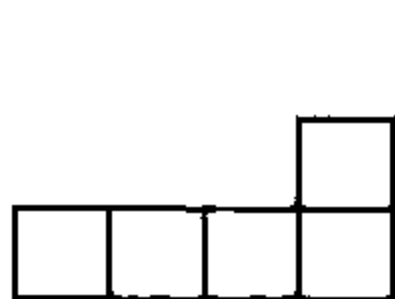
①



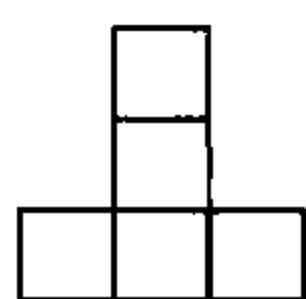
②



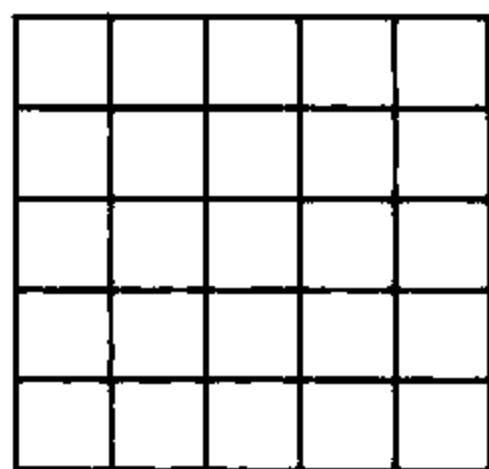
③



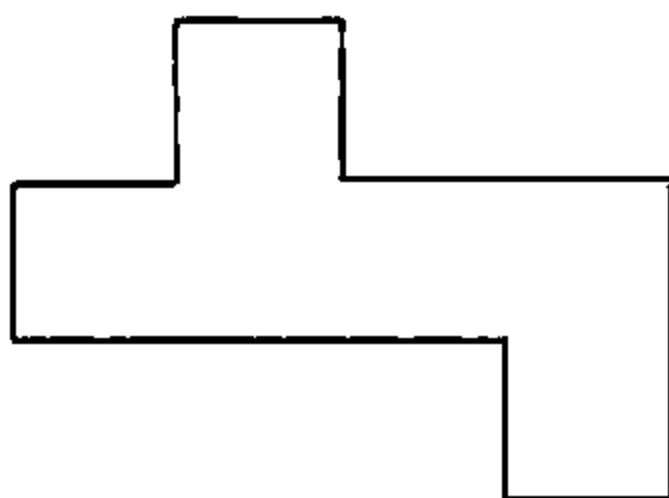
④



⑤

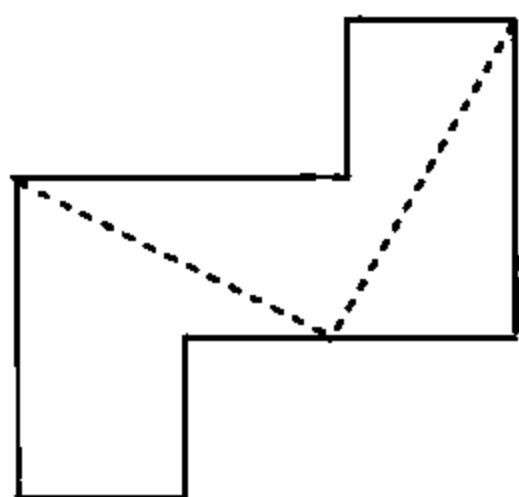


4. 请你把下图分成形状相同、面积相等的4块。



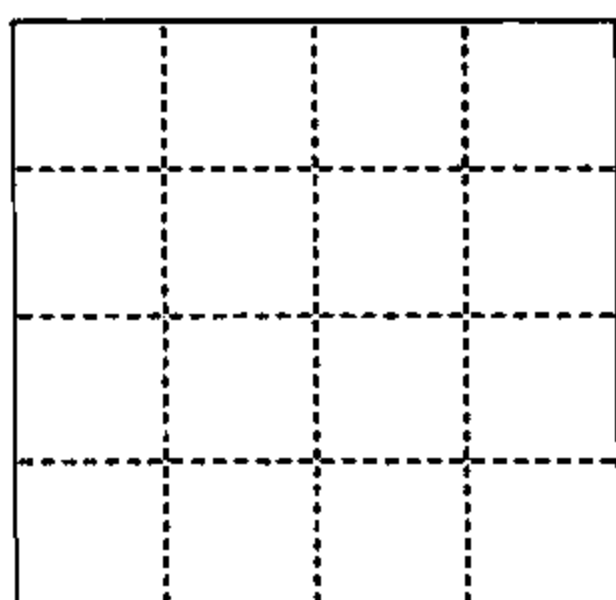


5. 请你照下图样子画一幅图，再沿着实线与虚线剪下来，把所剪成的几个图形拼成一个正方形，贴在下面。



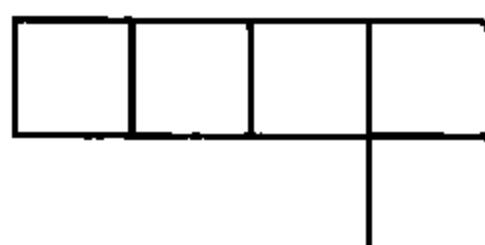
变式训练

1. 把下图的正方形分成形状、大小相同的4块，你能想出多少种分法？

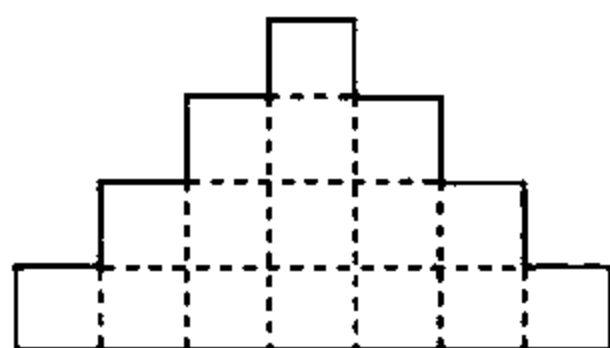




2. 将如下图所示的一些这样的小图形拼成一个正方形，看一看，最少需要几个这样的小图形，才能拼成一个正方形？

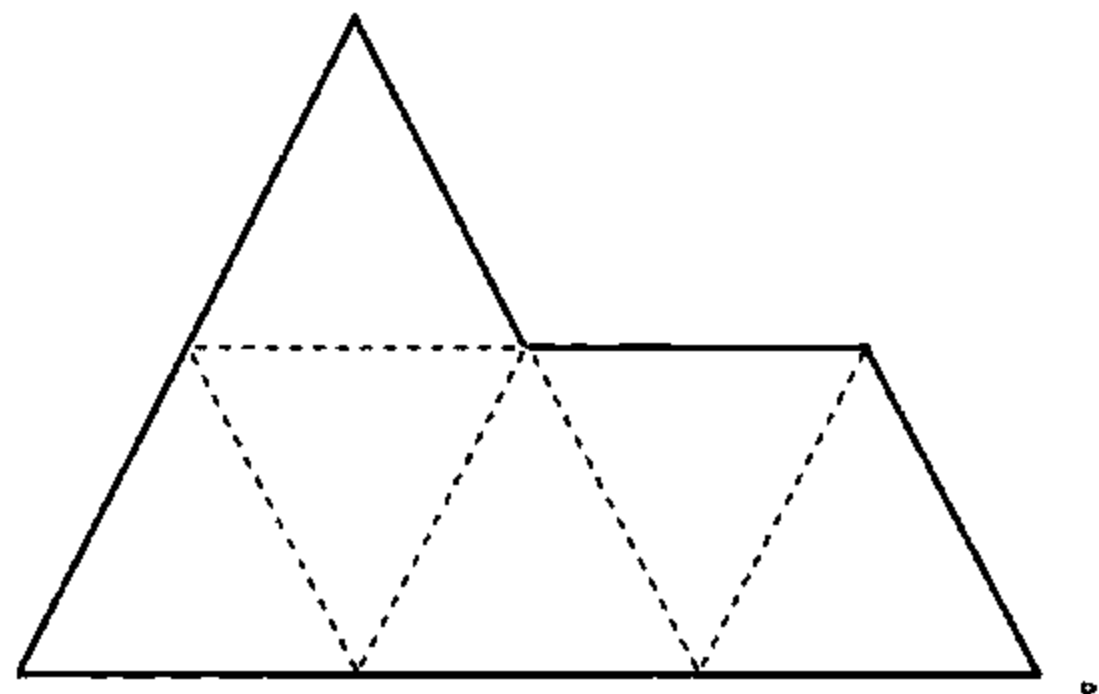


3. 下图是用一些 1 平方厘米的小正方形拼起来的，剪一刀，能拼成一个正方形吗？试试看。





4. 如图，你能把它分成4个大小相等，形状与原图形相似的图形吗？（只许剪，不许拼）



5. 有一块长方形铁皮，长18厘米，宽8厘米，现在要切成形状、大小相同的两块后，再拼成一个正方形，这个正方形的面积是多少？把剪拼后的图形画出来。

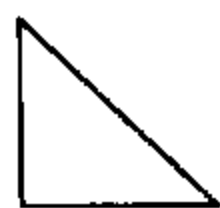


拔高训练

1. 从下图中剪出四个形状、大小完全一样的小图形，并且每个小图形中均含有相同的数字2, 0, 0, 8。

0	2	0	0	8	2
8	2	0	8	0	0
8	2	0	8	0	0
0	2	0	0	8	2

2. 请用下列四幅图①、②、③、④拼出图(a)和图(b)。



①



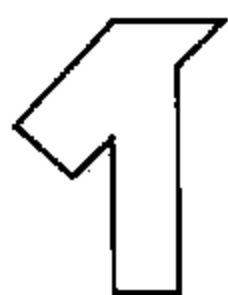
②



③



④



(a)



(b)

第 11 讲 植树问题

植树造林，美化环境，是我们每个公民义不容辞的责任。可是小朋友们，你们知道吗，植树栽花这类看似简单的体力劳动却包含着许多有趣的数学问题呢！如：路线的总长度、棵距、段数、植树的棵数等等，它们之间的数量关系的问题通常被称为植树问题。

解决这类问题，首先要弄清以下几个基本概念：总距离即植树的路程长度，棵距即两棵树之间的距离，段数即植树的总路程中共有几个棵距，棵数即植树的总棵数。

植树问题通常有以下几种情况：

1. 在不封闭的路线上植树：

(1) 路的两端都要植树。如果在一条首尾不相接的线路上植树，即在不封闭的路线上植树，那么植树的棵数总比路程被分成的段数多 1。从而有以下数量关系：

$$\text{棵数} = \text{总路程} \div \text{棵距} + 1$$

$$\text{总路程} = \text{棵距} \times (\text{棵数} - 1)$$

$$\text{棵距} = \text{总路程} \div (\text{棵数} - 1)$$

(2) 路的两端都没有植树，数量关系则为：



$$\text{棵数} = \text{总路程} \div \text{棵距} - 1 \quad \text{棵数} = \text{段数} - 1$$

(3) 路的一端植树，另一端不植树，数量关系如下：

$$\text{棵数} = \text{总路程} \div \text{棵距} \quad \text{棵数} = \text{段数}$$

2. 在封闭的路线上植树：

如果在封闭线路上植树，植树的棵数恰好等于植树的路程被分成的段数。数量关系如下：

$$\text{棵数} = \text{总路程} \div \text{棵距} \quad \text{总路程} = \text{棵距} \times \text{棵数}$$

$$\text{棵距} = \text{总路程} \div \text{棵数}$$



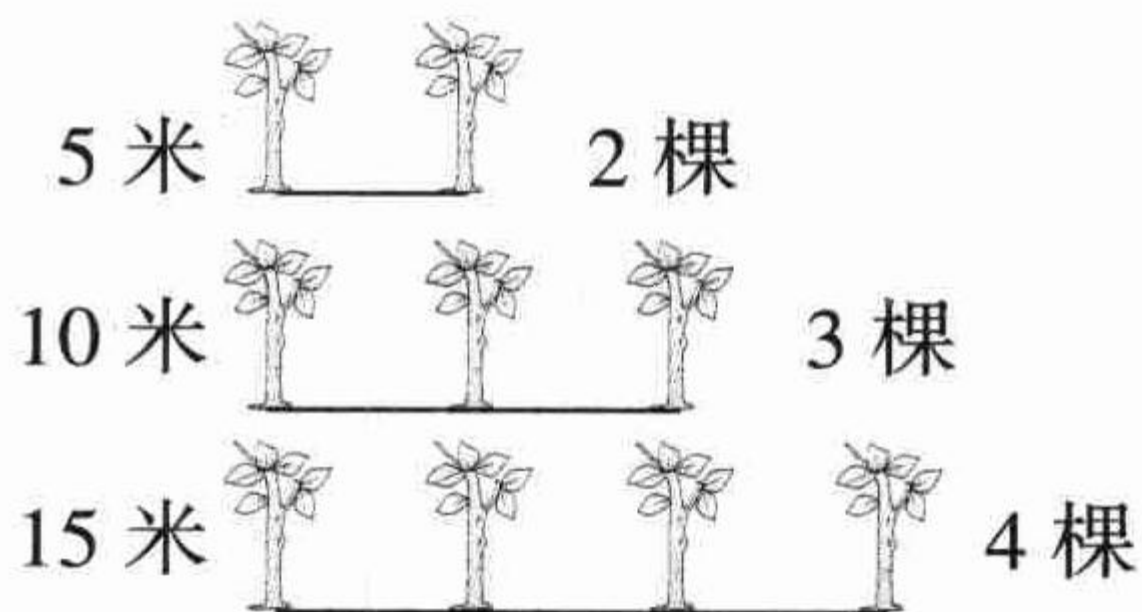
金牌例题



例题 1

植树节就要到了，学校准备组织同学们到一条河堤去植树，河堤全长 600 米，从头到尾每隔 5 米栽一棵柳树，并且两端都栽，这样学校一共要买多少棵柳树苗？

思路分析：我们可以根据种树的情境，从植第一棵树开始，找找有什么规律，用线段图表示植树的情境：



从图中可以看出，植树的棵数总是比段数多 1。那么要以两棵柳树之间的距离作为分段的标准，也就是 5 米



为一段，河堤的全长可分的段数是： $600 \div 5 = 120$ （段）。
每一段可以对应地看做有一棵柳树，由于河堤的两端都要求栽树，所以要栽的棵数比分成的段数多1，也就是要买柳树苗的棵数比段数多1，为 $120 + 1 = 121$ （棵）

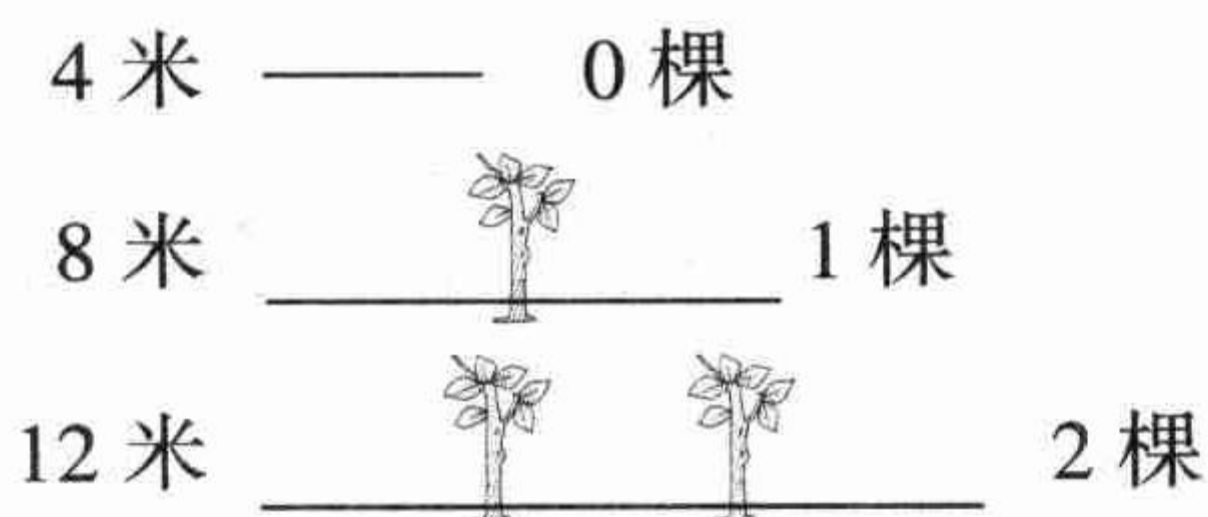
$$\begin{aligned}\text{解：} \quad & 600 \div 5 + 1 \\ & = 120 + 1 \\ & = 121 \text{（棵）}\end{aligned}$$

答：学校一共要买 121 棵柳树苗。

**例题 2**

两座楼房之间相距 44 米，每隔 4 米栽一棵松树，一直行共能栽多少棵？

思路分析：根据题意，在两座楼房之间植树，那么两端不需要栽树，因为不能紧挨着楼房的墙根栽树。画图分析：



以两棵松树之间的距离作为分段的标准，从图中可以看出，种植的棵数比段数少 1。两座楼房之间的距离可分为 $44 \div 4 = 11$ （段），要栽的松树的棵数则为： $11 - 1 = 10$ （棵）。



解: $44 \div 4 - 1$

$= 11 - 1$

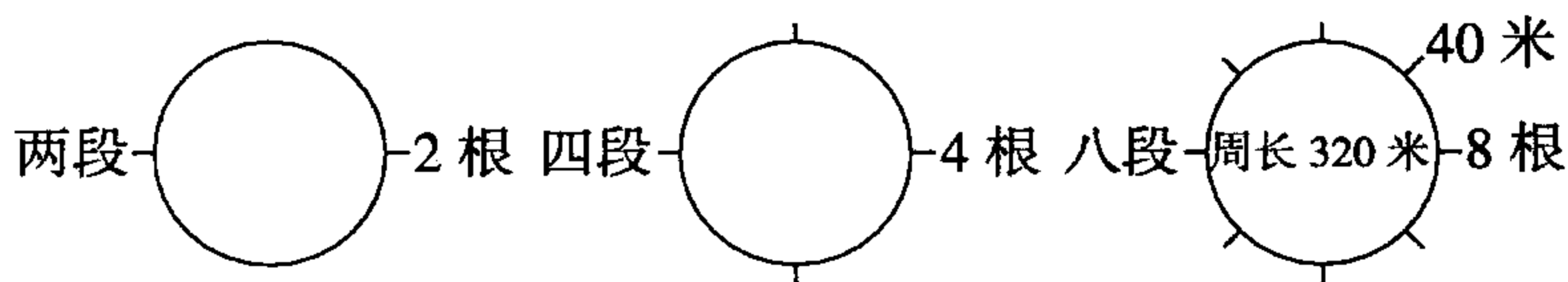
$= 10$ (棵)

答: 一直行共能栽 10 棵。

**例题 3**

在周长是 320 米的圆形游泳池四周埋电线杆, 每隔 40 米埋一根, 游泳池周围共需要埋多少根电线杆?

思路分析: 此题内容是埋电线杆, 实际与植树问题是同一个类型, 解题思路也应是一样的。与前面的例题区别在于: 前面例题中植树的路程是首尾不相连的, 而本例题中植树的路程是圆形, 即是首尾相连的, 同样也可以画图分析:



从图中可以看出埋入的电线杆数与段数是相等的。

解: $320 \div 40 = 8$ (根)

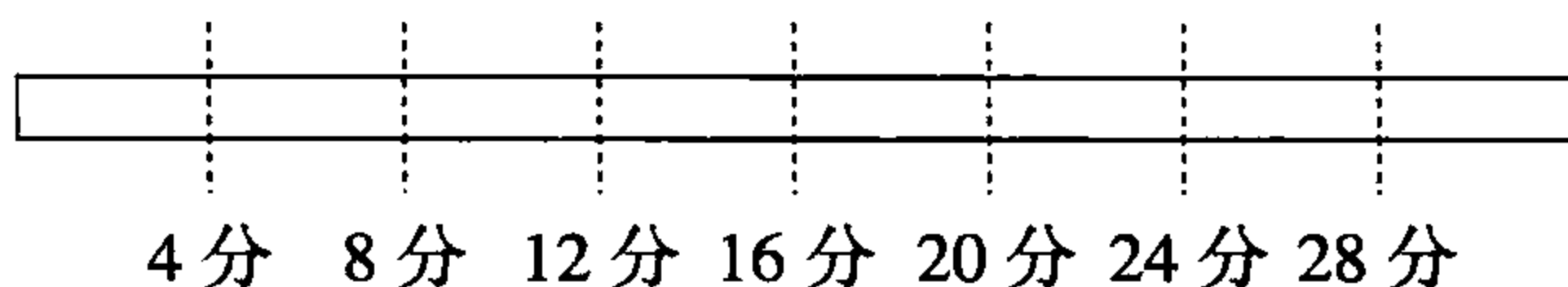
答: 游泳池周围共需要埋 8 根电线杆。

**例题 4**

把一根钢管锯成小段, 一共花了 28 分钟, 已知每锯开一段需要 4 分钟, 这根钢管被锯成了多少段?



思路分析：根据题意，画图分析：



要求钢管被锯的段数，必须知道钢管被锯的次数，每锯一次需4分，28分锯了 $(28 \div 4)$ 次，从图上可以看出，前六次每锯一次就锯下一段，但最后一次锯下两段，因此可以得出，锯的段数比锯的次数多1，那么只要求出锯的次数、段数就可以求出。

解： $28 \div 4 + 1 = 7 + 1 = 8$ （段）

答：这根钢管被锯成了8段。



例题 5

小刚和小丽在同一栋高层住宅楼里居住，一天他俩在楼梯口见面后同时开始爬楼梯回家，小刚爬到5楼时，小丽恰好走到3楼，照这样计算，小刚爬到17楼时，小丽正好到家。问：小丽家住在几层？

思路分析：解答爬楼梯问题时一定要注意，不能以楼层进行计算，要以楼梯段数来进行计算，因为第一层楼是不用爬的。（楼层数-1），才是要走的楼梯段数，根据题意：“小刚爬到5楼时，小丽恰好走到3楼”，也就是说小刚走了 $(5-1)$ 段楼梯所用时间与小丽走 $(3-1)$ 段楼梯所用时间相同，照这样计算，小刚爬到17楼，也就是爬了 $(17-1)$ 段楼梯，所用时间应是爬 $(5-1)$ 段楼



梯所用时间的 $(17 - 1) \div (5 - 1) = 4$ 倍，在同一时间里小丽爬的楼梯段数也是她爬 $(3 - 1)$ 段楼梯的 4 倍，也就是这时小丽走了 $(3 - 1) \times 4$ 段楼梯，即小丽爬到了第 $8 + 1 = 9$ （层），说明小丽家住在 9 层。

$$\begin{aligned}\text{解：} & (3 - 1) \times [(17 - 1) \div (5 - 1)] + 1 \\ & = 2 \times (16 \div 4) + 1 \\ & = 2 \times 4 + 1 \\ & = 8 + 1 \\ & = 9 \text{（层）}\end{aligned}$$

答：小丽家住在 9 层。

小结

解决植树问题，一定要熟记它们的特征及数量关系，可以画图帮助理解数量关系，解题时始终围绕总路程、棵树、棵距三个概念，弄清了棵数、棵距与总数量之间的关系，就可以正确解答相关的植树问题了。

生活中还有一些问题，可以用植树问题的方法来解答，如锯钢管、爬楼梯等，解答这些问题的关键是要将题目中的条件与问题和植树问题中的“总路程”“棵距”“棵数”对应起来。



金牌训练



对应训练

1. 园林工人要在一条长 90 米的林荫小道的一边摆放花盆，每隔 3 米放一盆。

(1) 如果两端都各放一盆，共需放多少盆花？

(2) 如果只有一端放一盆，另一端不放，共需放多少盆花？

(3) 如果两端都不放，共需放多少盆花？



2. 一条公路长 600 米，环卫处在路的两边每隔 20 米放一个垃圾桶，起点和终点处因是公交车站台，原来就有垃圾桶，不用再放。环卫处一共放了多少个垃圾桶？

3. 学校新修了一个圆形喷水池，每隔 2 米安装了一个水龙头，一共安装了 10 个水龙头。这个喷水池的周长是多少？

4. 一根木材，要锯成 4 段，每锯开一处要 5 分钟，全部锯完要多少分钟？



5. 姐姐和妹妹进行爬楼梯比赛，妹妹爬到第4层时，姐姐跑到了第5层，照这样计算，当妹妹爬到第16层时，姐姐爬到了第几层？

■ 变式训练

1. 三（1）班的同学排队做广播操，全班排成了两队，每队15人，两人之间前后左右间隔都是1米。三（1）班做广播操的队伍有多长？



2. 新学期开学，为迎接新同学的到来，校门口道路两旁每隔 2 米摆 1 盆花，共摆了 62 盆花，那么校门口的道路有多长？

3. 芳芳家住在 6 楼，一天她从 1 楼走到 3 楼用了 26 秒，以这样的速度继续上，回到家还要多长时间？

4. 一个圆形花坛的周长是 180 米，每隔 6 米种一株牡丹花，每相邻的两株牡丹花之间均匀地种植两株菊花。问：花坛周围种了多少株菊花？两株菊花之间最少是间隔几米？

5. 在一块边长是 40 米的正方形荒地上植树造林，如果内部和四周都要栽树，横行间隔 5 米一棵，竖列间隔 4 米一棵，那么这块荒地的四周能栽多少棵树？中间内部能栽多少棵树？



三 拔高训练

1. 时钟3点钟敲3下，6秒钟敲完，9点钟敲9下，几秒钟敲完？
2. 育红小学开运动会，三年级125名同学参加运动会入场仪式，他们每5人为一行，前后每行间隔为2米。主席台长32米，他们以每分钟40米的速度通过主席台，需要多少分钟？

第12讲 盈亏问题

下面是一道以民谣形式写成的算术题，你会算吗？

半路买了一堆梨，一人一个多一个，

一人两个少两个，几个小童几个梨？

这道题中给出了两个分梨的方案：第一个方案是每人分一个，第二个方案是每人分2个。第二个方案比第一个方案每人多分 $2-1=1$ （个）。正因为第二个方案比第一个方案每人多分一个，所以梨就从第一个方案中的多一个，变成了少两个，也就是说，在多一个梨的基础上，再加上两个梨，就保证了每人多分一个梨。因此参加分梨的人数是 $(1+2) \div (2-1) = 3$ （人）。小童数求出后，计算共有几个梨就容易了，可以根据：“一人一个多一个”计算梨数，现有3个小童，每人一个梨，多一个，就算出梨有 $3 \times 1 + 1 = 4$ （个），当然梨数也可以根据“一人2个少2个”来计算。

像这道算术题，把一定数量的物品，平均分给一定数量的人，每人少分，则物品有余（盈），每人多分，则物品不足（亏）。已知所盈和所亏的数量，求物品数量和



人数的问题叫盈亏问题。

盈亏问题的基本解法是：

1. 一盈一亏

$(\text{盈数} + \text{亏数}) \div \text{两次分配数的差} = \text{份数}$

2. 二次亏数

$\text{两次分配的亏数之差} \div \text{两次分配数的差} = \text{份数}$

3. 二次盈数

$\text{两次分配的盈数之差} \div \text{两次分配数的差} = \text{份数}$

4. 一盈一平或一亏一平

$\text{盈数 (或亏数)} \div \text{两次分配数的差} = \text{份数}$

物品数可由其中一种方法的份数和盈亏数求出。



金牌例题



例题 1

聪聪幼儿园买来一批苹果，准备分给幼儿园大班的小朋友。如果每个人分 5 个苹果，还剩余 32 个，如果每个人分 8 个苹果，还有 5 个小朋友分不到苹果。这批苹果的个数是多少？

思路分析：第一次分后余 32 个，第二次分时，把第一次余下的 32 个分完后还差 40 个，也就是第二次分苹果的总量要比第一次的多 $32 + 40 = 72$ （个），即两次相差 72 个，因为两次分苹果，每人相差 $8 - 5 = 3$ （个）。也就是每人要多分 3 个，因为 $72 \div 3 = 24$ （72 里面有 24



个3), 说明有小朋友24个, 苹果的个数为 $5 \times 24 + 32 = 152$ (个) 或 $8 \times 24 - 40 = 152$ (个)。

解: $(32 + 8 \times 5) \div (8 - 5)$

$$= (32 + 40) \div 3$$

$$= 72 \div 3$$

$$= 24 \text{ (人)}$$

$$5 \times 24 + 32$$

$$= 120 + 32$$

$$= 152 \text{ (个)}$$

$$8 \times 24 - 8 \times 5$$

$$\text{或} \quad = 192 - 40$$

$$= 152 \text{ (个)}$$

答: 这批苹果的个数是152个。

**例题2**

李老师买来一些铅笔准备发给学习成绩优秀的学生, 如果每人发5支, 则多了14支, 如果每人发7支, 则多了2支, 成绩优秀的学生有几人? 李老师买来多少支铅笔?

思路分析: 根据题目中的条件: 第一种分法是每人5支, 多14支, 第二种分法是每人7支, 多2支。因此可知第二种分法比第一种分法每人多分了 $7 - 5 = 2$ (支), 这样就从原来的多14支变为多2支, 两种分配方法的结果相差了 $14 - 2 = 12$ (支), 每人多分2支, 多少人会多分12支呢, 根据这一对应关系, 可求出成绩优秀的学生人数为 $12 \div 2 = 6$ (人), 那么铅笔的支数为 $5 \times 6 + 14 = 44$ (支) 或 $7 \times 6 + 2 = 44$ (支)。



解： $(14 - 2) \div (7 - 5)$

$$= 12 \div 2$$

$$= 6 \text{ (人)}$$

$$5 \times 6 + 14$$

$$7 \times 6 + 2$$

$$= 30 + 14$$

或

$$= 42 + 2$$

$$= 44 \text{ (支)}$$

$$= 44 \text{ (支)}$$

答：成绩优秀的学生有6人，李老师买来44支铅笔。

**例题3**

育才学校要把一笔奖学金奖给三年级各班的文明学生，如果每人奖50元就差200元，如果每人奖40元就差50元，求文明学生人数和奖学金总额。

思路分析：根据题目条件“每人奖50元就差200元，每人奖40元就差50元”可知第二种方案比第一种方案每人少分 $50 - 40 = 10$ （元），这样就由第一种方案差200元变为差50元，两种分配方案的结果合相差 $200 - 50 = 150$ （元），每人差10元，几人差150元：根据这一数量关系，可求出文明学生人数 $150 \div 10 = 15$ （人），那么再根据其中的一种分配方案就可求出奖学金总额： $50 \times 15 - 200 = 550$ （元）。

解： $(200 - 50) \div (50 - 40)$

$$= 150 \div 10$$

$$= 15 \text{ (人)}$$

$$15 \times 50 - 200 = 550 \text{ (元)}$$

答：文明学生人数是 15 人，奖学金总额是 550 元。

**例题 4**

学校分配宿舍，每个房间住 3 人，则多出 20 人，每个房间住 5 人，恰好住满。问房间和学生各有多少？

思路分析：根据题意“每个房间住 3 人，则多出 20 人，每个房间住 5 人，恰好住满”，由此可知，每个房间再安排 $5 - 3 = 2$ 人，就恰好把多出的 20 人安排完毕。每个房间再安排 2 人，几个房间正好安排 20 人，就可以求出房间数，再根据其中的一种分配方案就可以求出学生人数。

$$\begin{array}{ll} \text{解：} & 20 \div (5 - 3) & 10 \times 3 + 20 \\ & = 20 \div 2 & = 30 + 20 \\ & = 10 \text{ (个)} & = 50 \text{ (人)} \end{array}$$

答：学校宿舍有 10 个房间，学生有 50 人。

**例题 5**

同学们周末去公园划船，他们算了一下，如果增加一条船，正好每条船坐 8 人；如果减少一条船，正好每条船坐 10 人。问：有多少名同学？

思路分析：根据题目条件“如果增加一条船，正好每船坐 8 人”表示每条船坐 8 人，也正好差 8 人的座位，由条件“如果减少一条船，正好每条船坐 10 人”，表示



每条船坐 10 人，则多 10 个座位。两种方案一共相差 $10 + 8 = 18$ （人），每条船坐的人数相差 $10 - 8 = 2$ （人），根据总人数的差和每条船上坐的人数的差，就可以求出船的条数及学生人数。

$$\begin{aligned}\text{解：} & (10 + 8) \div (10 - 8) \\ & = 18 \div 2 \\ & = 9 \text{（条）} \\ & 8 \times (9 + 1) \\ & = 8 \times 10 \\ & = 80 \text{（人）}\end{aligned}$$

答：有 80 名同学。

小结

在解答盈亏问题时，首先要认真读题，仔细分析数量之间的关系，弄清两次分配方案是属于盈亏问题的哪种情况，解题关键是要先求出总差额和两次分配的数量差，然后再利用基本的解题公式求出分配者人数，进而求出物品的数量。



金牌训练



一 对应训练

1. 幼儿园阿姨给小朋友分饼干，如果每人分 3 块就多出 20 块，如果每人分 5 块，就缺 6 块饼干。问：有几个小朋友？有多少块饼干？
2. 三（1）班一些学生帮老师去搬书，如果每人搬 2 本，还剩下 12 本；如果每人搬 3 本，还剩下 6 本。搬书的学生有几人？这批书有多少本？



3. 学校买来一批课外读物分给各个班级，如果每班分 48 本，则少 136 本，如果每班分 40 本，则少 32 本。这个学校有多少个班级？有多少本课外读物？
4. 熊妈妈把一袋糖果分给小熊，如果每个小熊分 10 粒，正好分完；如果每个小熊分 16 粒，就有 3 个小熊分不到糖，这袋糖果共多少粒？



5. 小明从家到学校，如果每分钟走 40 米，则要迟到 2 分钟，如果每分钟走 50 米，则早到 4 分钟，小明家到学校有多远？

■ 变式训练

1. 妈妈带了一些钱去买苹果，如果只买 3 千克苹果，还能余下 2 元，如果要买 6 千克苹果还差 4 元不够。妈妈带了多少钱？每千克苹果多少元？



2. 艺术学校音乐班新学期招收了一批新生，若 55 人编一个班，还需招收 30 名新生，若编成 50 人的班级，还需招收 10 名新生，这次共招收新生多少人？准备编多少个班？
3. 学校排练节目，如果每行排 8 人，则有一行少 2 人，如果每行排 9 人，则有一行少 7 人，一共要排几行？一共有多少人？

4. 用一条绳子测井深，如果对折而入，井外余 4 米，如果折成三等份后而入，还差 2 米。求：井深和绳长各多少米？
5. 老师给幼儿园的小朋友分苹果，如果每位小朋友分 2 个，还多 30 个，如果其中的 12 位小朋友每人分 3 个，剩下的每人分 4 个，正好分完。一共有多少位小朋友？有多少个苹果？



三 拔高训练

1. 小明的爸爸从银行里取了 500 元人民币，其中有 5 元与 10 元面值的人民币共 60 张。两种面值的人民币各有多少张？
2. 老师买来一些铅笔奖给三好学生，如果其中二人每人分 4 支，其余每人分 2 支，则多出 4 支，如果其中一人分 6 支，其余每人分 4 支，则又缺 12 支，老师买了多少支铅笔？班上一共有多少名三好学生？



第13讲 年龄问题

人人都有年龄，年龄与年龄之间能产生许多有趣的数学问题，这就是年龄问题。

年龄问题是一类与计算年龄有关的应用题，是我们在日常生活中经常遇到的一类实际问题。在这里，老师讲一个笑话：有一天5岁的小强对1岁的宝宝说，今年我比你大4岁，再过3年，我就比你大7岁了。你们知道天真可爱的小强错在哪里吗？他忘记了宝宝是会同他一起长大的。其实，在年龄问题的应用题中有一个很重要的规律：无论在哪一年，两个人的年龄差总是确定不变的。

解决这类问题要注意以下三点：

1. 从不变中找规律。每个人的年龄年年都在增加，但人与人之间的年龄差永远不会改变，而年龄的倍数却年年不同。解答年龄问题一定要抓住年龄差这一不变量，从中寻找规律，解决问题。

2. 综合起来看问题。年龄问题经常与和差、和倍、差倍问题等综合出现，同学们在解答这类问题时，一定要从多种角度分析，可以将年龄问题巧妙地转化成已学过的知识进行解答。



3. 可以利用直观画图法, 帮助分析数量关系, 理清思路进行解答。



金牌例题



例题 1

今年小华与爸爸的年龄和是 35 岁, 3 年后, 小华和爸爸的年龄和是多少岁?

思路分析: 要解决“3 年后, 小华与爸爸的年龄和是多少岁”这一问题, 关键是要知道两人这 3 年一共增加了多少岁。因为 3 年后小华和爸爸两人都要增加 3 岁, 所以两个人的年龄和一共增加了 $3 \times 2 = 6$ (岁)。那么 3 年后的年龄和要在 35 岁上加上 6 岁。

$$\begin{aligned}\text{解: } & 35 + 3 \times 2 \\ & = 35 + 6 \\ & = 41 \text{ (岁)}\end{aligned}$$

答: 3 年后, 小华和爸爸的年龄和是 41 岁。



例题 2

今年小明 13 岁, 小强 9 岁, 几年前, 小明年龄是小强的 3 倍?

思路分析: 小明和小强的年龄之差是 4 岁, 这个年龄差是不变的, 也就是当小明的年龄是小强年龄的 3 倍时, 他俩的年龄之差仍然是 4 岁, 这个数量 4 实际应该是小强年龄的 2 倍, 这时问题就转化为“差倍问题”,



“两人年龄相差4岁，小明年龄是小强年龄的3倍”，可利用差倍问题的解决方法求出几年前两人的年龄，那么问题也就解决了。

$$\text{解： } (13 - 9) \div (3 - 1)$$

$$= 4 \div 2$$

$$= 2 \text{ (岁)}$$

$$9 - 2 = 7 \text{ (年)}$$

答：7年前，小明的年龄是小强的3倍。

**例题 3**

小红的年龄比小芳的年龄的4倍少3岁，小红3年后的年龄等于小芳9年后的年龄。问两人现在各多少岁？

思路分析：由“小红3年后的年龄等于小芳9年后的年龄”这一条件可知，小红比小芳大6岁，又由“小红的年龄比小芳的年龄的4倍少3岁”可知，如果小红的年龄再增加3岁，那么就是小芳年龄的4倍，此时就把问题转化为“差倍问题”的数量关系了，问题也就不难解决了。

$$\text{解： } (9 - 3 + 3) \div (4 - 1)$$


$$= 9 \div 3$$

$$= 3 \text{ (岁)}$$

$$3 + 6 = 9 \text{ (岁)}$$

答：小红现在9岁，小芳现在3岁。



 **例题 4** 爸爸、妈妈、儿子一家三口今年全家年龄和为 73 岁，而 10 年前三人的年龄和为 46 岁，爸爸比妈妈大 4 岁，求今年每人的年龄。

思路分析：10 年前的年龄和应比现在的年龄和少 $10 \times 3 = 30$ （岁）。然而本题中只少 $73 - 46 = 27$ （岁），27 比 30 少 3，唯一的原因是 10 年前儿子还未出生，又过三年也就是七年前儿子出生，由此可知儿子今年的岁数是 $10 - 3 = 7$ （岁），从而可以求出爸爸、妈妈今年的年龄和。又知爸爸比妈妈大 4 岁，利用“和差问题”的解答方法就可以求出爸爸、妈妈的年龄了。

解：（1）儿子今年的岁数：

$$\begin{aligned} & 10 - [30 - (73 - 46)] \\ &= 10 - [30 - 27] \\ &= 10 - 3 \\ &= 7 \text{（岁）} \end{aligned}$$

（2）爸爸和妈妈今年共多少岁：

$$73 - 7 = 66 \text{（岁）}$$

（3）妈妈今年多少岁：

$$\begin{aligned} & (66 - 4) \div 2 \\ &= 62 \div 2 \\ &= 31 \text{（岁）} \end{aligned}$$

(4) 爸爸今年多少岁：

$$\begin{aligned}& (66 + 4) \div 2 \\& = 70 \div 2 \\& = 35 \text{ (岁)}\end{aligned}$$

答：爸爸今年35岁，妈妈今年31岁，儿子今年7岁。



例题 5

弟弟对哥哥说：“哥哥，我到你现在这么大时，你就31岁了。”哥哥对弟弟说：“我像你这么大时，你只有1岁。”问：哥哥和弟弟现在各多少岁？

思路分析：由弟弟的话可以知道，哥哥的年龄加上弟弟和哥哥两人年龄的差等于31岁。由哥哥的话可以知道，弟弟的年龄减去哥哥和弟弟两人年龄的差等于1岁。因此，1岁的弟弟增加1个哥哥和弟弟的年龄差，就成为弟弟现在的年龄，增加2个哥哥和弟弟的年龄差，就成为哥哥现在的年龄，增加3个哥哥和弟弟的年龄差就成为31岁。从而哥哥和弟弟两人的年龄差可以求出，那么两人的年龄也不难求出。

$$\begin{aligned}\text{解：} & (31 - 1) \div 3 + 1 \\& = 30 \div 3 + 1 \\& = 10 + 1 \\& = 11 \text{ (岁)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}& (31 - 1) \div 3 + 11 \\& = 30 \div 3 + 11 \\& = 10 + 11 \\& = 21 \text{ (岁)}\end{aligned}$$

答：现在哥哥21岁，弟弟11岁。

**小结**

年龄问题往往是和倍、差倍、和差问题的综合。它的主要特点是：年龄差是不变的，年龄的倍数关系和年龄之和是变化的。解题关键是利用年龄差不变的特点，根据年龄的倍数关系和年龄和，将其转化为“和倍”“差倍”“和差”等问题来解决。

一般常用解题方法为：

几年后的年龄 = 大、小年龄差 \div 倍数差 - 小年龄

几年前的年龄 = 小年龄 - 大、小年龄差 \div 倍数差

**金牌训练****一 对应训练**

1. 李明一家三口人的年龄和是 72 岁，6 年后，一家三口人的年龄和是多少岁？



2. 女儿今年 6 岁，妈妈今年 38 岁，几年前，妈妈的年龄是女儿的 9 倍？
3. 李东的年龄比王刚年龄的 3 倍少 4 岁，李东 5 年前比王刚 3 年后的年龄大 2 岁，问：李东和王刚现在各多少岁？



4. 小熊对老熊说：“妈妈，我到你现在的年龄时，你就36岁了。”老熊说：“我像你这么大时，你才3岁。”问：现在老熊、小熊各几岁？

5. 小强一家三口人，爸爸比妈妈大3岁，全家三口人的年龄之和为71岁，8年前全家年龄之和是49岁。今年小强多少岁？爸爸、妈妈分别是多少岁？



变式训练

1. 三年前爸爸年龄是女儿的4倍，爸爸今年43岁，女儿今年几岁？
2. 妈妈今年26岁，是小玲年龄的13倍，几年后，妈妈年龄是小玲的7倍？



3. 4年前，妈妈的年龄是女儿的3倍，4年后，母女年龄和是56岁，妈妈今年多少岁？

4. 母女年龄的和是66岁，女儿年龄的3倍比母亲大6岁，求：母亲和女儿的年龄分别是多少岁？

5. 今年爸爸比小松大 27 岁，今年爸爸的年龄是小松年龄的 4 倍，再过几年小松 15 岁？

▣ 拔高训练

1. 小芳今年 7 岁，爸爸妈妈两人的年龄和是 71 岁，多少年后，他们一家三口的平均年龄是 34 岁？



2. 小王对小李说：“我比你大2岁。”小李对小张说：“10年后，我比你小2岁。”小张对小杨说：“5年后的我比你现在大1岁。”小杨说：“我们四个人一共90岁。”问：四个人现在各多少岁？



第14讲 简单推理

日常生活中有许多事情需要我们花时间动脑筋想一想，学习数学更要注意思考。同学们经常会遇到一些不像数学题的数学题，题目中的条件很少出现数字和图形，不需要太多的数学计算，但也常常会用到一些数的有关性质。解这些题目主要是根据题目的条件进行分析推理，得出正确的结论。

有一个流传很广的故事：古代有个国家，在死囚处决之前还要用抽签的办法请“神”作最后的决定。抽签的办法是在两张小纸片上分别写上“活”和“死”字，抽到“活”就能赦免。有一个人，受仇人迫害被判死刑，仇人为了置他于死地，处决前给他准备的是两张“死”字。死囚得知这个阴谋后，用了一个办法使自己得到了赦免。他想的是什么呢？聪明的同学们，你想到答案了吗？其实很简单，死囚抽到纸片后，不给任何人看立即放进嘴里嚼烂了。人们依据剩下的那张纸推出他抽到的是“活”字。于是，他获救了。这个聪明的死囚就是应用简单推理的知识救了自己。

这类题目的思考方法和推理的步骤就是我们这一讲



要讨论和学习的内容。让我们大家都来积极开动脑筋学习吧。



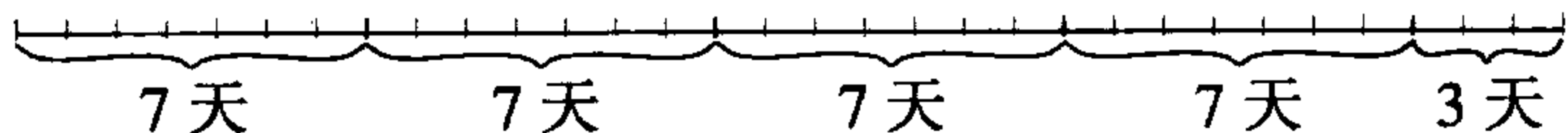
金牌例题



例题 1

某年的一月份，只有4个星期一和4个星期五，那么这年的1月1日是星期几？

思路分析：在年、月、日的知识中我们已知道，一月份是大月，有31天，每个星期有7天。那么一月份有4个星期（28天）再加3天。我们可以画线段图让学生直观观察：




从图上可以看出，如果1月1日是星期一，这个月就是5个星期一，不符合题意，时间往前数一天、两天、三天都不符合题意，可以把时间往后数，如果1月1日是星期二，正好符合题意。

解：因为 $4 \times 7 + 3 = 31$

所以，1月1日不能是星期一、星期六、星期日，否则一月份就有5个星期一。


1月1日也不能是星期三、星期四、星期五，否则一月份就有5个星期五。

所以，1月1日应该是星期二。

 **例题 2** 有 A、B、C 三个人，这三个人中，一位是经理，一位是会计，一位是司机。已经知道 C 的年龄比会计大，A 和司机的年龄不相同，司机的年龄比 B 小。问：这三个人各是什么职位？

思路分析：由：“A 和司机的年龄不同，司机的年龄比 B 小”这两个条件可以推出，A、B 都不是司机，从而可以确定 C 是司机。又由条件“司机 C 的年龄比会计大，司机 C 的年龄比 B 小”这两个条件可以确定，B 不是会计，从而确定 A 是会计，B 是经理。

答：C 是司机，A 是会计，B 是经理。

 **例题 3** 方方、园园、玲玲三位小朋友分别出生在上海、南京和北京三个城市中。已知：

- (1) 方方从未在上海住过；
- (2) 上海出生的小朋友不叫园园；
- (3) 园园不出生在北京。

请问：三个小朋友分别出生在哪里？

思路分析：像这样的问题，有时可采用填表格的方法来分析解决。

	上海	南京	北京
方方	×		
园园	×		×
玲玲			



我们从题中给出的已知条件入手进行分析。条件(2)和(3)都是关于小朋友园园的,从这两个条件可知道园园既不出生在上海,也不出生在北京,所以她一定出生在南京。再由条件(1)方方从未在上海住过,得出方方肯定不出生在上海,她只能是出生在北京,那么玲玲的出生地也可以推断出来了。

答:玲玲出生在上海,园园出生在南京,方方出生在北京。



例题 4 下面式子中的□和△各代表几?

已知: $\square \times \triangle = 36$ $\square \div \triangle = 4$

求: $\square = (\quad)$ $\triangle = (\quad)$

思路分析: 根据条件 $\square \div \triangle = 4$ 可知△为一份,□是这样的4份,也就是□是△的4倍,即 $\square = \triangle \times 4$, 又根据 $\square \times \triangle = 36$, 可得到 $\triangle \times \triangle \times 4 = 36$, 推出 $\triangle \times \triangle = 9$, 进一步可得到 $\triangle = 3$, 那么, $\square = 4 \times \triangle = 4 \times 3 = 12$

解: $\square = \triangle \times 4$ $\triangle \times \triangle \times 4 = 36$

$\triangle \times \triangle = 36 \div 4 = 9$ $\triangle = 3$

$\square = 3 \times 4 = 12$ $\square = 12$



例题 5 小刚、小明、小强三个男孩都有一个妹妹,6个人在一起举行乒乓球混合双打。事先规定兄妹二人不搭伴。第一盘:小刚和小平对小强和小英。第二盘:小强和小红对小刚和小明的妹妹。请问:小平、小



红和小英各是谁的妹妹？

思路分析：根据已知条件，可以列出对阵情况：

第一盘：小刚、小平、小强、小英

第二盘：小强、小红、小刚、小明的妹妹

根据事先的规定：“兄妹二人不搭伴”，小强和小英、小红都搭伴，就没有小平搭伴，所以小平是小强的妹妹。

又因为一个人不可能在一场比赛中同时在两边都出现，第二盘小强和小红搭伴，小刚可能和小平或小英搭伴，因为小平是小强的妹妹，而不是小明的妹妹，小刚只能和小英搭伴，所以，小英不是小刚的妹妹，小英是小明的妹妹，小红是小刚的妹妹。

答：小平是小强的妹妹，小英是小明的妹妹，小红是小刚的妹妹。

小结

数学中往往会有些题目中没有数字，也没有图形，主要是靠分析、判断、推理来解答问题。所以说，数学除了计算以外，还是一门讲推理的学科。

推理的方法多种多样：可以先从某一个条件出发，利用其他条件往下推，直到推出结论；还可以先作一个假设，然后利用条件往下推，如果从假设出发，推出相矛盾的结论，说明假设不成立，那么假设的反面就是成立的。



金牌训练



一 对应训练

1. 某年的二月份有 4 个星期一和 4 个星期日，如果二月一日是星期三，这个月的最后一天是星期几？
2. 三个姑娘，分别穿着白色、红色和花格连衣裙去参加游园活动。她们分别是芳芳、红红和梅梅，已知梅梅不喜欢穿红色的裙子，芳芳不喜欢穿红色的，也不喜欢穿花色的。问：穿各种颜色裙子的姑娘分别是谁？



3. 甲、乙、丙三位同学报名参加美术、音乐、体育兴趣小组，每人只能参加一个小组，并且所参加的小组各不相同。从三位同学平时爱好来看，甲不喜欢体育活动，乙不会画画，丙是校合唱队的领唱。你知道他们各自参加的是哪个兴趣小组吗？

4. 下列算式中○和□各表示几？

$$\bigcirc \times \square = 16$$

$$\square \div \bigcirc = 4$$

$$\bigcirc = (\quad)$$

$$\square = (\quad)$$

5. 学校举行数学竞赛，经过初赛，三一班有五名同学进入并参加了决赛，他们分别是A、B、C、D、E五名同学。决赛前甲、乙、丙、丁、戊五名同学对决赛名次作了估计，各自说法如下：

甲：“B得第3名，C得第5名。”

乙：“E得第4名，D得第5名。”

丙：“A得第1名，E得第4名。”

丁：“C得第1名，B得第2名。”



戊：“A 得第 3 名，D 得第 4 名。”

成绩出来以后，知道每个名次都有人猜中。

问：A、B、C、D、E 的名次分别是第几名？

变式训练

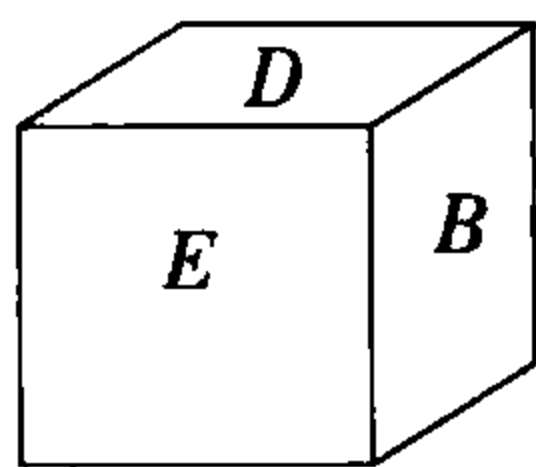
1. 如下图所示，是某年 7 月份的日历，这个月小敏每周参加 1 次舞蹈训练，共去 5 次。其中 1 次星期一，1 次星期四，3 次星期三。问：小敏训练的日期的和是多少？

日	一	二	三	四	五	六
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

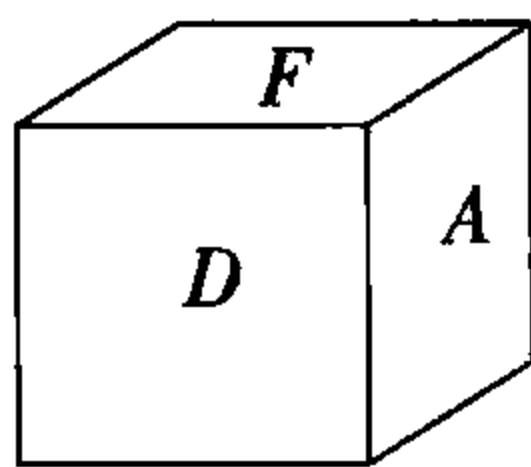


2. 妈妈买了三顶帽子，两顶红色，一顶白色。妈妈让兄弟俩闭上眼睛后，给哥哥戴了一顶白帽子，给弟弟戴了一顶红帽子，又把剩下的一顶红帽子藏了起来，然后让兄弟俩睁开眼，猜自己帽子的颜色，因为兄弟俩都只能看到对方戴的帽子的颜色，而不知自己的帽子颜色，到底谁能先猜到呢？

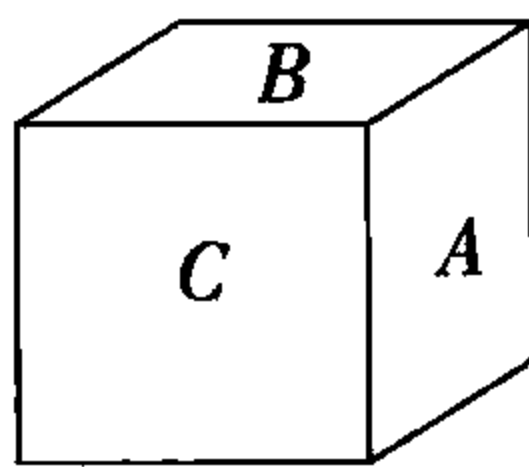
3. 有一个正方体的六个面分别标有字母 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F ，从三种不同角度看正方体能看到如下图所示的情况，你能确定字母的对面是什么字母吗？



①



②



③



4. 小王、小李、小刘三名学生，有一人出生在武汉，一人出生在上海，一人出生在重庆。他们有的喜欢数学，有的喜欢物理，有的喜欢生物。已知：（1）小王不喜欢数学，小李不喜欢生物；（2）喜欢数学的不出生在上海；（3）喜欢生物的出生在重庆；（4）小李不出生在武汉。请你判断他们三人的爱好和出生地。

5. 下列式子中，☆和□各代表几？

$$\square + \square + \star + \star + \star = 31$$

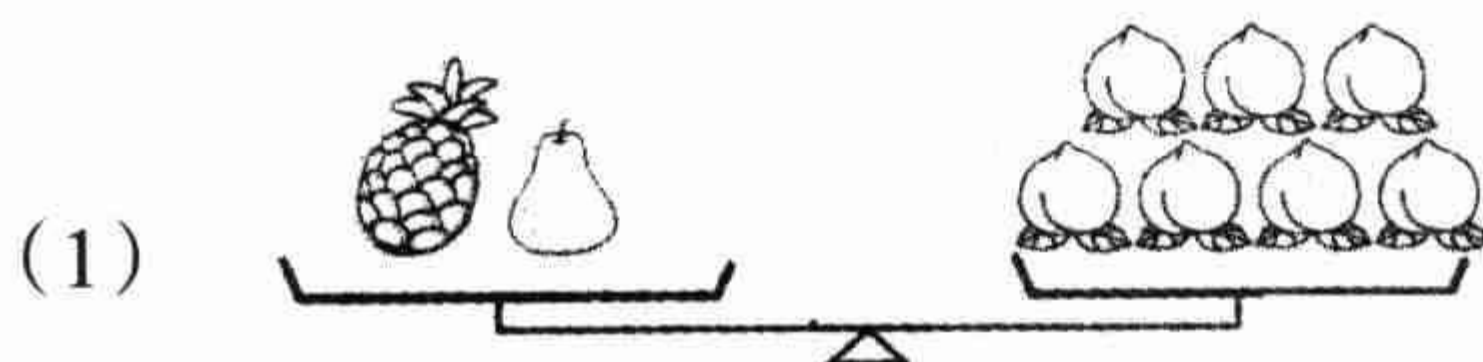
$$\star + \star + \star + \star + \square + \square + \square = 43$$

$$\square = (\quad) \quad \star = (\quad)$$

拔高训练

1. 已知 A 、 B 、 C 、 D 四个足球队一起进行比赛，每两队都要比一场。至今为止， A 比了 3 场， B 比了 2 场， D 比了 1 场，那么， C 比了几场？

2.

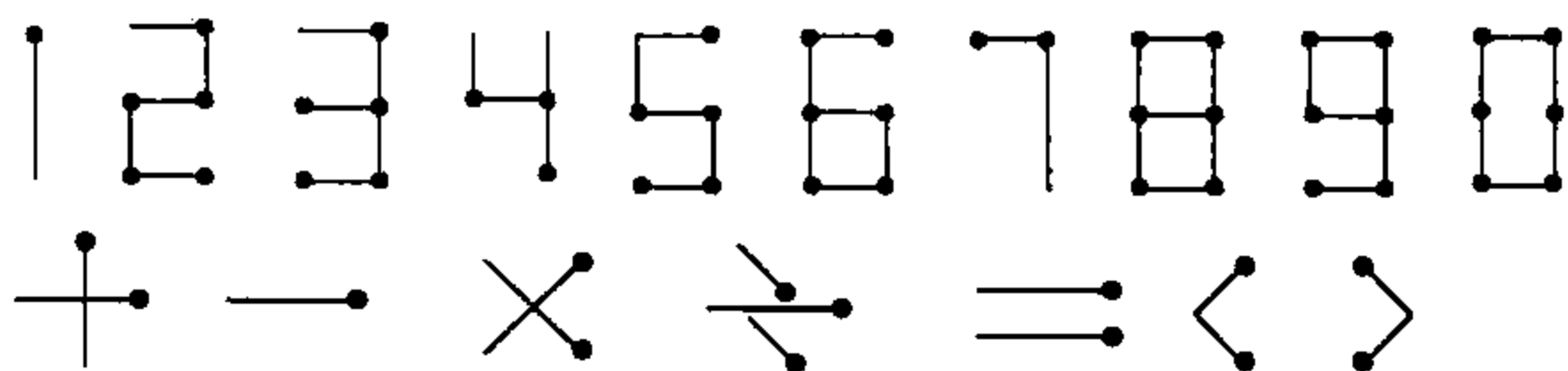


如果 = 300 克，那么 = () 克。



第15讲 神奇的火柴棒

亲爱的同学们，火柴你们见过吗？用过吗？因为人类的进步，社会的进步，使用火柴的地方越来越少了。我们知道，火柴是用来点火的，但是如果我们把火柴作为一种游戏的工具，它也有大学问呢。用火柴棒可以摆出下列数字和运算符号：

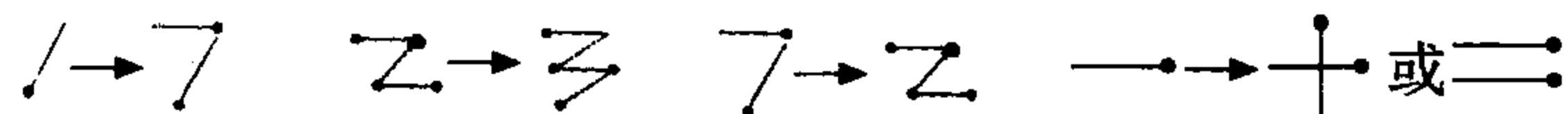


这些数字和运算符号，在去掉、添加或移动火柴棒后，有些是可以互相转化的。例如：

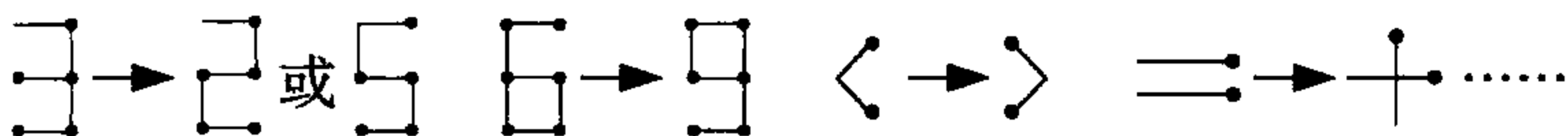
1. 去掉一根火柴棒：



2. 添加一根火柴棒：



3. 移动一根火柴棒：





在千变万化的排列和组合火柴棒的过程中，你会发现火柴棒的神奇，它可以摆出许多算式，同时又可以摆出许多图形，它不受场地和时间的限制。通过拼排可以培养你的观察能力、形象思维能力及动手操作能力，还可以解决一些用火柴棒摆算式和图形的有关问题。



金牌例题



例题 1

请你添一根或去掉一根火柴棒，使等式成立。

$$(1) 47 - 4 = 42$$

$$(2) 22 - 17 = 5$$

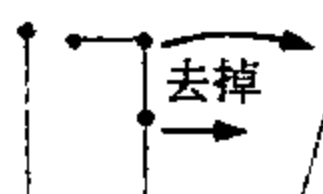
思路分析：

(1) 首先观察算式， $47 - 4$ 的正确结果应该是 43，而现在的结果是 42，也就是说，需要添 1 根火柴棒，把 2 变成 3 即可， $2 \rightarrow 3$ 添上一根。

解：47 - 4 = 43 (添一根)


(2) 同样先观察算式， $22 - 17$ 的差应是 5，而题目中是 15，只要把 15 变成 5， $15 \rightarrow 5$ 去掉一根火柴棒，等式成立。或



 等式同样成立。

解: $22 - 17 = 5$ (去一根)

或 $22 - 7 = 15$ (去一根)

 **例题 2** 下面是用火柴棒摆成的算式, 请你添上或去掉一根火柴, 使等式成立。

(1) $94 + 62 = 146$

(2) $32 \times 8 = 296$

思路分析:

(1) 原式左边比右边多 10, 所以添上或去掉一根火柴棒使左边减少 10, 等式就成立了, 添上一根可以考虑, 将 94 变为 84 , 去掉一根可考虑, 将 62 变为 52 。

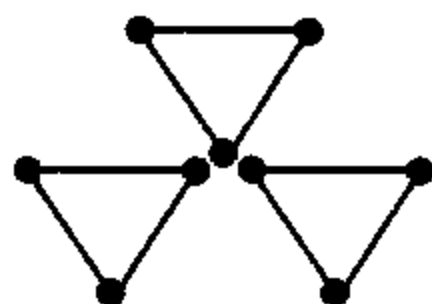
解: $84 + 62 = 146$ (添上一根)

或 $94 + 52 = 146$ (去掉一根)

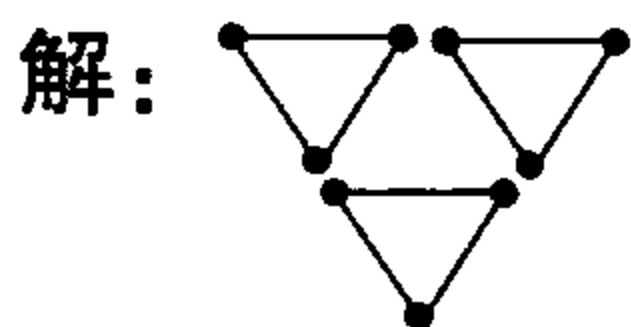
(2) 32×8 的结果应该是 256, 而原式结果是 296, 所以只要将 9 去掉一根火柴变成 5 就可以了。

解: $32 \times 8 = 256$ (去掉一根)

例题 3 下图是用 9 根火柴棒摆成的 3 个三角形。
请你移动 3 根火柴，把 3 个三角形变成 5 个三角形。



思路分析：3 个三角形用了 9 根火柴，要变成 5 个三角形需要用到 15 根火柴，这样就少了 6 根火柴。因此，变成的新三角形中一定要使 6 根火柴重复使用。可将上方的三根火柴移到下方，这样可以摆成 4 个相同大小的小三角形，还可以得到一个大一点的三角形。



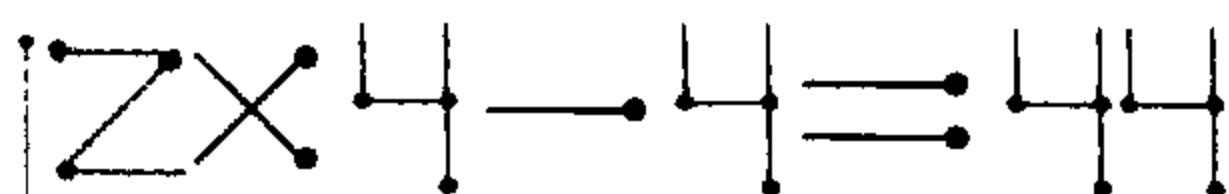
例题 4 移动两根火柴棒，使下面的算式变成等式。

$$12 \times 4 - 4 - 24$$

思路分析：要使原式变为等式，只能把右边的减号变为等号，这样等号左边的结果为 34， $34 > 24$ ，只能移动前面 3 个数中的某一个数的火柴棒使减号变为等号。移动 12 和 4 中的某一根都不合适，可以考虑把 $4 -$ 变为 $4 =$ ，“—”变为“=”，原式成为 $12 \times 4 - 4 = 24$ 。等

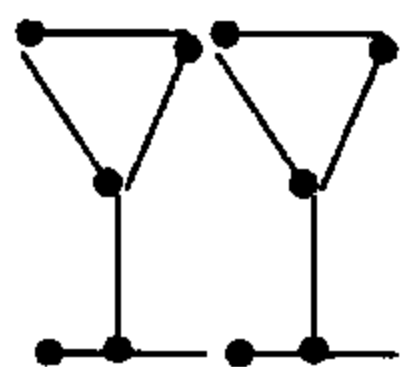


号左边等于 44，那么我们把右边 24 移动一根变为 44 即可。

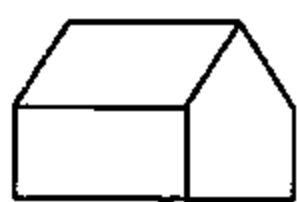
解： 

**例题 5**

下图是用 10 根火柴棒摆成的杯子形状，请你移动 5 根火柴，使它变成一个房子的形状。

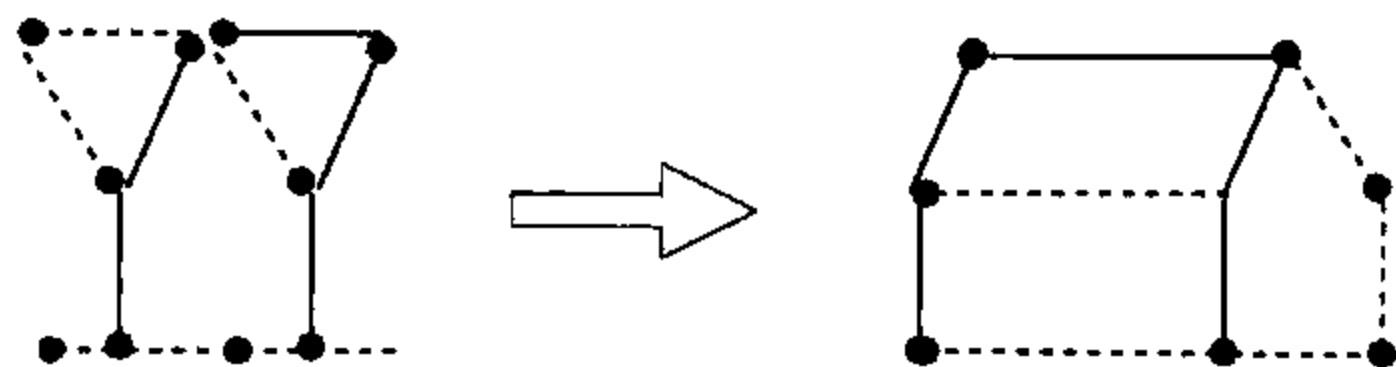


思路分析：首先要想象房子的形状是什么样的



要把杯子的形状变成房子的形状，需要把房子形状与杯子形状进行比较，找出哪些火柴棒可以不移，哪些需要移动，然后动手试一试、摆一摆。

解：



(虚线表示需要移动的火柴棒)



小结

用火柴棒摆算式或图形，要求同学们不仅要能熟练地掌握四则混合运算，还要掌握数字和运算符号变形的特点，然后通过仔细观察，积极动脑，得出答案。

还需要注意的是，一定要根据题目的要求来摆放、移动、添加或减少火柴棒。所以解这类数学题时，你的智慧和细心是必不可少的。



金牌训练

一 对应训练

1. 请移动一根火柴，使算式成立。

$$(1) \quad 5 + 3 = 2$$

$$4 - 2 = 11$$

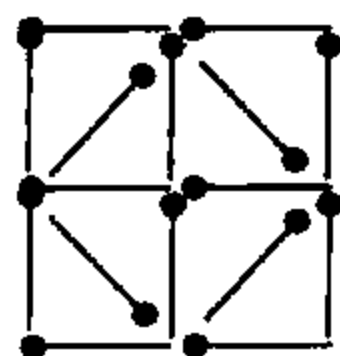
$$(2) \quad 1 \times 2 + 2 = 2 \quad 2 - 1 + 1 = 3$$



2. 请你移动 2 根火柴，使等式成立。

$$2 - 1 - 1 - 1 - 2 = 4$$

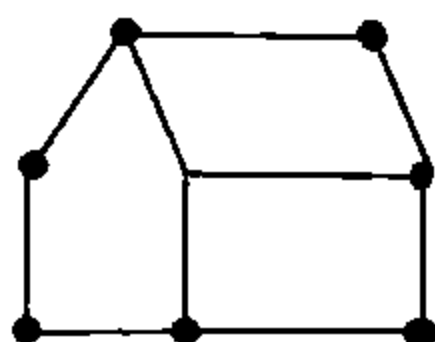
3. 下图是由 16 根火柴组成的 6 个正方形，请移动其中的 4 根，变成 10 个正方形。



4. 请你移动一根或两根火柴棒，使下列算式成为等式。

$$2 + 2 - 4$$

5. 下图是用 10 根火柴棒摆成的一座房子，你能移动两根火柴，改变房子的方向吗？



变式训练

1. 在下列式子中添加 2 根火柴，使式子成立。

$$15 - 2 = 7$$

$$55 - 3 = 59$$

2. 移动 2 根火柴棒，使下列算式成立。

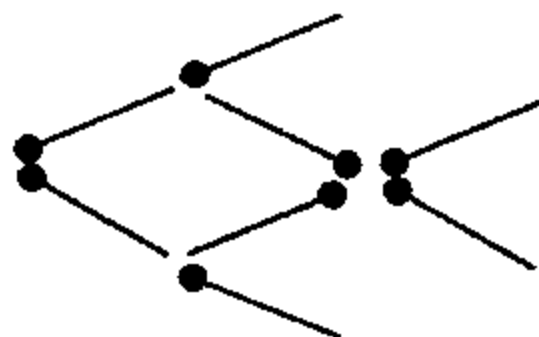
$$16 \times 7 = 132$$

$$98 - 63 = 25$$

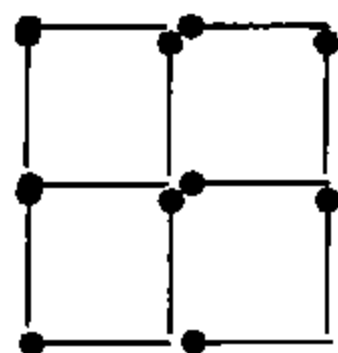
$$93 + 3 < 32$$



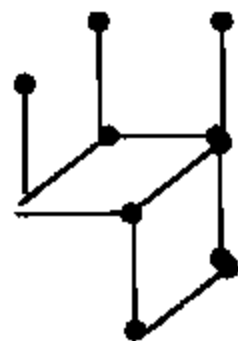
3. 移动 3 根火柴棒，让金鱼调个头。



4. 下图是由 12 根火柴棒组成的 4 个小正方形，请你移动 3 根火柴棒，使它变成 3 个相等的正方形。



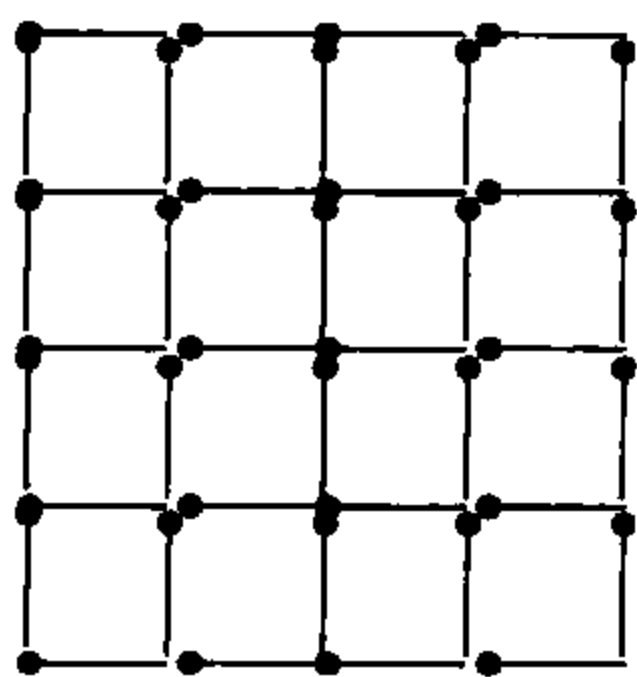
5. 下图是用火柴棒搭成的翻倒而且掉了一条腿的椅子。请移动 2 根火柴棒，使椅子翻过来，而且看上去也不缺少腿。





拔高训练

1. 40 根火柴棒，排成了许多的正方形，如下图所示，现在要拿掉 9 根火柴棒，使得图中一个正方形也没有，应该怎样拿？



2. 同学们，展开你丰富的想象力，请你也摆一个这样的算式或图形，再按一定的要求进行变换。相信你一定能行！



第16讲 时间巧安排

同学们，我们每天的生活、学习都离不开时间，但是你知道时间里有大学问吗？合理地安排时间，往往会达到事半功倍的效果，可以在尽可能短的时间内做尽可能多的事，比如，妈妈让你去奶站取牛奶，顺便把家里的垃圾带去扔进垃圾箱，这样就不用专门去倒垃圾，节省了做家务的时间；用电饭锅煮饭的同时，你可以读读课文、背几个英语单词，这样就不用专门腾出时间做这些口头作业；用水壶烧开水的同时，可以洗茶壶、洗杯子、放茶叶，把准备工作做了，可以早些喝到茶水，这些都是合理安排节省时间的好方法。

要想把事情完成得好，又要时间用得尽量少，那就得动脑筋，合理安排时间，巧妙利用时间。



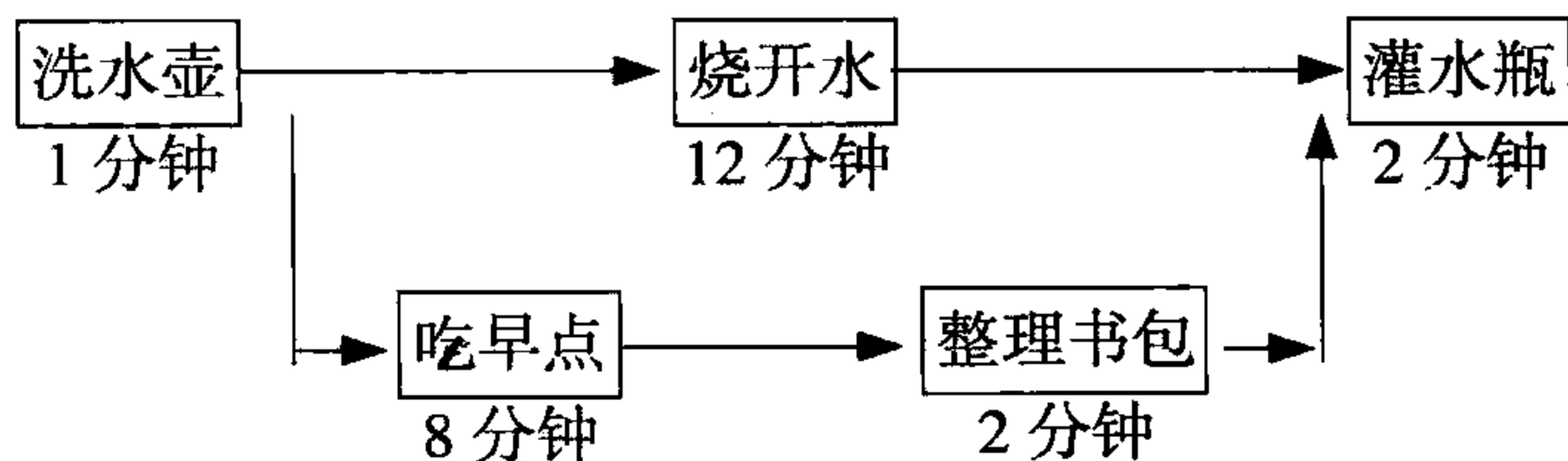
金牌例题



例题 1

芳芳早上起床刷牙洗脸后要完成以下几件事情：洗水壶 1 分钟，烧开水 12 分钟，把水灌入水瓶要 2 分钟，吃早点要 8 分钟，整理书包 2 分钟，她应该怎样安排时间用时最少？最少要几分钟？

思路分析：经验表明，能同时做的事尽量同时去做，这样节省时间，水壶不洗，不能烧开水，因而洗水壶不能和烧开水同时进行，而吃早点和整理书包就可以和烧开水同时进行，这一过程可用方框图表示：



从上图可以看出，洗水壶要 1 分钟，接着烧开水要 12 分钟，在等水开的同时吃早点、整理书包，水开了就灌入水瓶，共需要 15 分钟。

解：先洗水壶用时 1 分钟，接着烧开水用时 12 分钟，在等水烧开的这 12 分钟内吃早点、整理书包，最后灌水瓶再用时 2 分钟，这样安排时间用时最少。



$$1 + 12 + 2 = 15 \text{ (分钟)}$$

答：最少要 15 分钟。

**例题 2**

贴烧饼的时候，第一面需要烘 3 分钟，第二面需要烘 2 分钟，而贴烧饼的架子上一次最多只能放 2 个烧饼，要贴 3 个烧饼至少需要几分钟？

思路分析：先放第一、第二两个烧饼贴第一面，过 3 分钟后，拿下第一个，并把第二个翻过去，并放上第三个烧饼，过 2 分钟拿下第二个，并放第一个烧饼，过 1 分钟把第三个烧饼翻过来，再过 1 分钟取下第一个烧饼，再过 1 分钟三个烧饼全贴完了，只用了 8 分钟。

$$\text{解：} 3 + 2 + 1 + 1 + 1 = 8 \text{ (分钟)}$$

答：贴 3 个烧饼至少需要 8 分钟。

**例题 3**

甲、乙、丙三人分别拿着 3 个、2 个、4 个暖水瓶在水站排队打水，热水龙头只有一个。怎样安排三人打水次序，可使他们打完水所花的总时间最少（包括排队等候时间和打水时间）？如果打满 1 瓶水要 1 分钟，他们用的最少总时间是多少？

思路分析：因为打水所花总时间是包括排队等候时间和打水时间。而打水的时间是固定不变的，因为每打满 1 瓶水要 1 分钟，三人打（ $3 + 2 + 4 = 9$ ）瓶水共需要 9 分钟。那么要使使用的总时间最少，关键是要让等候的

时间尽量少，要使等候的时间最少，安排打水顺序时可以这样考虑，让打水少的人先打水，打水最多的人排在最后，也就是先让乙打 2 瓶，再让甲打 3 瓶，最后让丙打 4 瓶，打水详细过程见下图：

	乙打水	甲打水	丙打水
乙等候时间	2 分钟		
甲等候时间	2 分钟	3 分钟	
丙等候时间	2 分钟	3 分钟	4 分钟

从图上可以看出，打水顺序是乙→甲→丙时，三人所用的总时间为 16 分钟。

解：根据三人的打水量，由少到多的顺序安排，即乙先打 2 瓶，甲再打 3 瓶，最后丙打 4 瓶，这样安排他们打完水所花的总时间最少。

$$2 + 2 + 3 + 2 + 3 + 4 = 16 \text{ (分钟)}$$

答：这样安排三人用的总时间为 16 分钟。

**例题 4**

在一条公路上每隔 30 千米有 1 个粮库，共 4 个粮库，1 号粮库存有 10 吨粮食，2 号粮库存有 20 吨粮食，3 号粮库存有 50 吨粮食，4 号粮库是空的。现在想把所存的粮食集中放在一个粮库中，如果每吨粮食运 1 千米要 1 元的运费，那么最少要花多少运费才行？



1号	2号	3号	4号
10吨	20吨	50吨	

思路分析：这种运输问题，运的货物越重路程越远，花费就越大，反之，如果移动的货物重量小路程近，花费的费用就少。在这道题中，各粮库之间的距离都是30千米，一般原则是少往多处靠，集中存放在粮食较多的粮库比较节约，1号和2号粮库粮食合起来是30吨，还不如3号粮库的粮食多，所以应将1号和2号粮库的粮食集中放在3号粮库。

解：1号粮库需用： $1 \times 10 \times 30 \times 2 = 600$ （元）

2号粮库需用： $1 \times 20 \times 30 = 600$ （元）

共用： $600 + 600 = 1200$ （元）

综合算式： $1 \times (10 \times 2 + 20 \times 1) \times 30 = 1200$ （元）

答：最少要花运费1200元。

**例题5**

小明骑在马背上赶马过河，共有甲、乙、丙、丁四匹马，甲马过河需2分钟，乙马过河需3分钟，丙马过河需6分钟，丁马过河需7分钟，每次只赶两匹马过河，要把四匹马都赶到对岸去，最少需要几分钟？

思路分析：要使过河时间最少，应抓住以下两点：

（1）同时过河的两匹马相差时间尽可能少些，才能使花时间少的马在过河时少浪费时间。

（2）过河后应骑时间少的那匹马回来，因此，赶马的



顺序是：小明先骑甲马赶乙马一起过河后，再骑甲马返回，共需要 $3 + 2 = 5$ （分钟），然后骑丙马赶丁马一起过河后，再骑乙马返回，共需 $7 + 3 = 10$ （分钟），最后骑在甲马背上赶乙马一起过河，不再回来，共需 3 分钟，所以四匹马都赶到对岸去最少时间是 $5 + 10 + 3 = 18$ （分钟）。

解： $(3 + 2) + (7 + 3) + 3 = 18$ （分钟）

答：最少需要 18 分钟。

小结

时间巧安排，省事省时也就是统筹法的问题。在做一些事时，要让能同时做的事同时完成，才能把时间省下来，同学们在巧妙安排时间的时候，要考虑以下几个问题：（1）要做哪几件事。（2）做每件事需要的时间。（3）要弄清所做事的程序，即先做什么，后做什么，哪些事可以同时做。在学习、生产和工作中，只有尽可能地节省时间、人力和物力，才能发挥出最大的效率。

俗话说：一寸光阴一寸金，寸金难买寸光阴。可见时间是多么宝贵，会节省时间的人，他的时间总是那么富裕；相反，浪费时间的人，他的时间总是不够用。所以，我们都应该从小养成节省时间的好习惯。



金牌训练



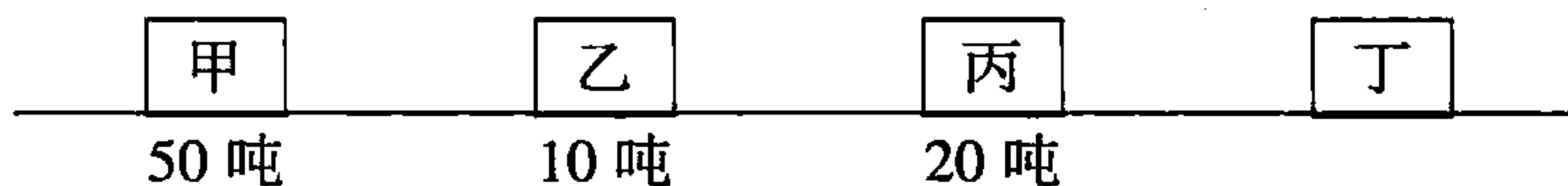
一 对应训练

1. 红红早晨起来刷牙洗脸要 4 分钟，读书要 8 分钟，烧开水要 10 分钟，吃早饭 5 分钟，红红应怎样合理安排？起床多少分钟就能上学了？
2. 用一个平底锅烙饼，锅里只能同时放两个饼，烙第一面需要 2 分钟，烙第二面需要 1 分钟，现在要烙三个饼，最少需要多少分钟？



3. 甲、乙、丙三辆车同在一个加油口排队加油，三辆车分别需加油 40 千克、25 千克、30 千克。假如每分钟可加入车里的油是 5 千克，问按怎样的顺序加油，才能使三辆车等待加油和加油的时间总和最少？最少是多少分钟？

4. 一条公路有 4 个加油站，它们之间都相隔 100 千米，甲加油站有 50 吨油，乙加油站有 10 吨油，丙加油站有 20 吨油，丁加油站是空的，现在如果想把所存的油集中于一个加油站，每吨油运 1 千米要 2 元运费，那么最少要花多少运费？





5. 明明骑在牛背上赶牛过河，共有甲、乙、丙、丁四头牛，甲牛过河需 1 分钟，乙牛过河需 2 分钟，丙牛过河需 5 分钟，丁牛过河需 6 分钟，每次只能赶两头牛过河，要把 4 头牛都赶到对岸去，最少要几分钟？

变式训练

1. 小红炒蛋共要做七项工作：敲蛋、搅蛋、切葱花、洗锅、烧热锅、烧热油、炒蛋。小红是这样安排的：

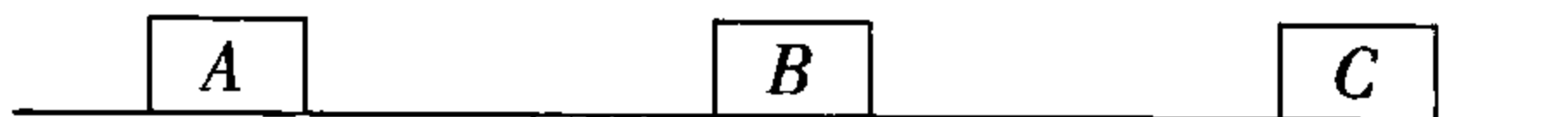
敲蛋 1 分钟→搅蛋 3 分钟→切葱 2 分钟→洗锅 2 分钟→烧热锅 2 分钟→烧热油 4 分钟→烧蛋 4 分钟，完成这些工作要用 18 分钟，问：最合理的安排需要多少分钟？



2. 小芳的妈妈用平底锅烙饼，锅中每次最多放 4 个饼，烙一个饼一面要 2 分钟，另一面要 1 分钟，可小红烙 6 个饼只用了 5 分钟，她是怎么做的？
3. 三个顾客到同一个柜台去买东西，甲需要用 4 分钟，乙需要用 6 分钟，丙需要用 2 分钟，怎样安排他们的购买顺序，使他们所花的总时间最少？最少是多少？



4. 一条公路有三所小学分别为 A 、 B 、 C ，在什么地方设一个汽车站，才能使三个学校的学生上学放学所行的总路程最少？



5. 理发室里有甲、乙两位理发师，同时来了 5 位顾客，根据他们所要理的发型，分别需要 10、12、15、20 和 24 分钟，怎样安排他们理发的顺序才能使这 5 人理发和等候所用时间的总和最少？最少要花多少时间？

三 拔高训练

1. 一位老大爷骑在牛背上过河，共有甲、乙、丙、丁、戊、己六头牛，甲牛过河要 1 分钟，乙牛过河要 2 分钟，丙牛过河要 3 分钟，丁牛过河要 4 分钟，戊牛过河要 5 分钟，己牛过河要 6 分钟，每次只能赶三头牛过河，要把 6 头牛都赶到对岸去，最少要几分钟？
2. 学校要清运操场上的一堆石头和垃圾，石头和垃圾各都是一车。由甲负责清理，清理石头要 6 小时，清理垃圾要 2 小时。乙负责运垃圾和石头，石头要运到西郊工地，往返 3 小时，垃圾要运到东郊，往返要 4 小时。最佳方案是先清运石头还是垃圾？可省多少时间？



第17讲 巧求面积

同学们，你还记得吗？在前面我们利用长方形和正方形的周长公式求出了一些奇形怪状的图形的周长。当时你们一定感到有趣极了。下面我们将利用长方形和正方形的面积计算公式去解决生活中的一些实际问题，你们有兴趣吗？

物体表面或平面图形的大小，叫做它们的面积，我们已经学过了长方形和正方形的面积的求法。还记得吗？长方形的面积 = 长 × 宽，正方形的面积 = 边长 × 边长。在计算长方形和正方形面积时，一些基本图形，我们可以直接运用公式进行计算，对于一些稍复杂的有关长方形和正方形面积的计算，它们往往没有直接告诉我们所需的条件，我们要先求出所需条件，再求出面积，或者要将图形进行一些移动、拼接，才能找出解决问题的办法。这就要求我们在做题时，开动脑筋，多动手画图，灵活地选择解题的方法。

另外，还要提醒大家注意，求出的面积要用面积单位，别和长度单位混淆了。



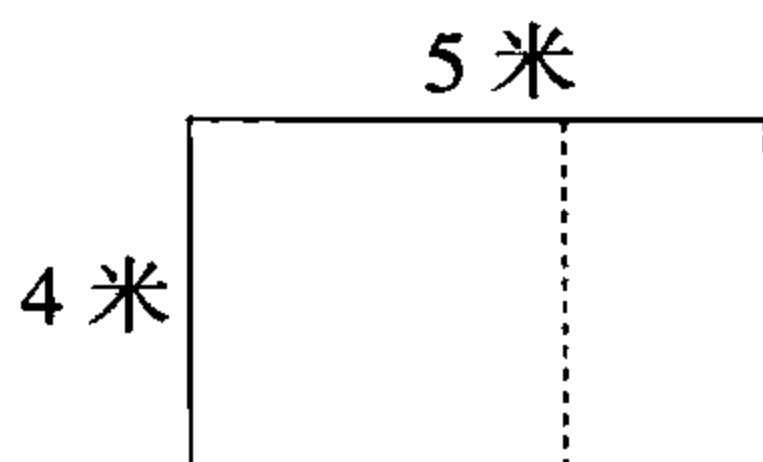
金牌例题



例题 1

把一块长 5 米，宽 4 米的长方形木板，锯成一个面积最大的正方形，这个正方形木板的面积是多少平方米？

思路分析：要使锯成的正方形木板面积最大，就要使它的边长最长，那么只能选原来长方形的宽为边长，即正方形的边长是 4 米。



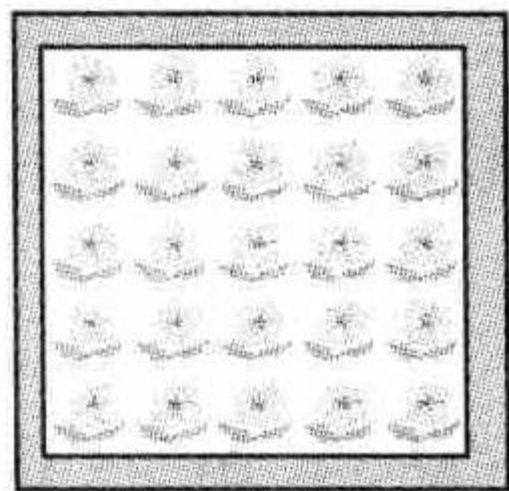
解： $4 \times 4 = 16$ （平方米）

答：这个正方形木板的面积是 16 平方米。



例题 2

学校里有一个正方形花坛，四周种了一圈四季青，四季青的总长是 20 米，求花坛的面积是多少平方米？



思路分析：要求正方形花坛的面积必须知道花坛的边



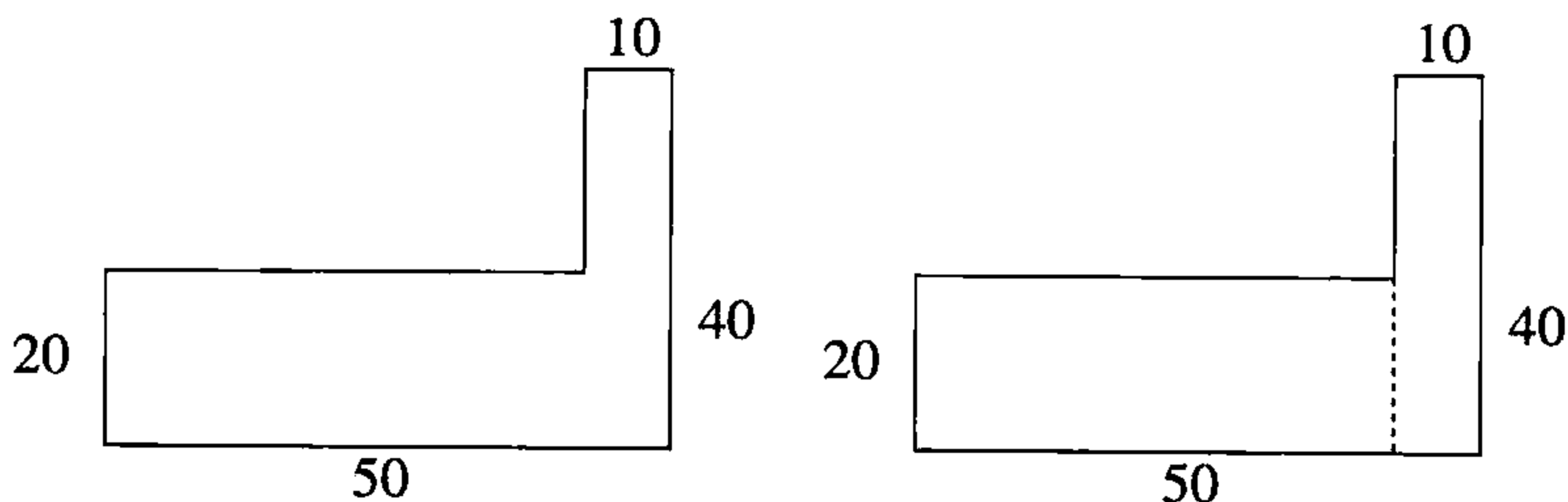
长是多少, 根据四季青总长是 20 米, 可求出花坛的边长为 $20 \div 4 = 5$ (米), 所以花坛的面积是 $5 \times 5 = 25$ (平方米)。

$$\begin{aligned}\text{解: } & (20 \div 4) \times (20 \div 4) \\ & = 5 \times 5 \\ & = 25 \text{ (平方米)}\end{aligned}$$

答: 花坛的面积是 25 平方米。



例题 3 如下图所示是一幢楼房的平面图, 它的占地面积是多少平方米? (单位: 米)



思路分析: 这个图形我们无法直接求出它的面积。我们可以画一条辅助线, 将这个图形割成两个长方形, 如图。

从右图中可以看出, 左边长方形的长为 $50 - 10 = 40$ (米), 宽为 20 米, 面积为 $40 \times 20 = 800$ (平方米), 右边长方形的长为 40 米, 宽为 10 米, 面积为 $40 \times 10 = 400$ (平方米), 将两个长方形面积加起来 $800 + 400 = 1200$ (平方米) 就是整个图形的面积。

$$\begin{aligned}\text{解: } & (50 - 10) \times 20 + 40 \times 10 \\ & = 40 \times 20 + 40 \times 10\end{aligned}$$



$$= 800 + 400$$

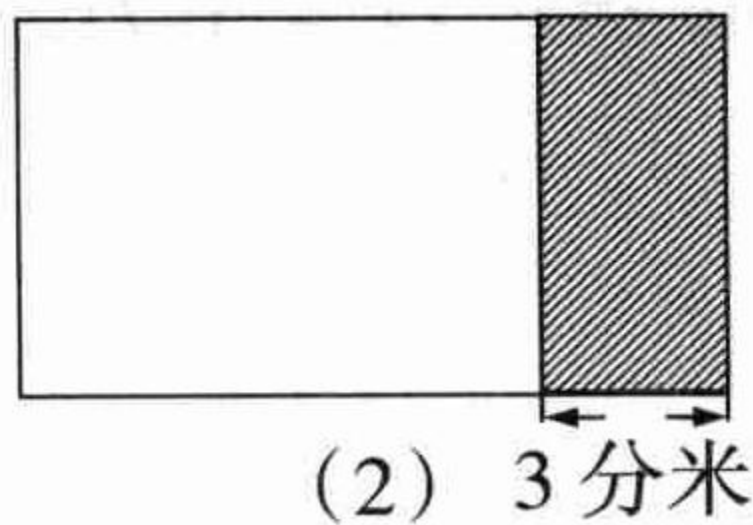
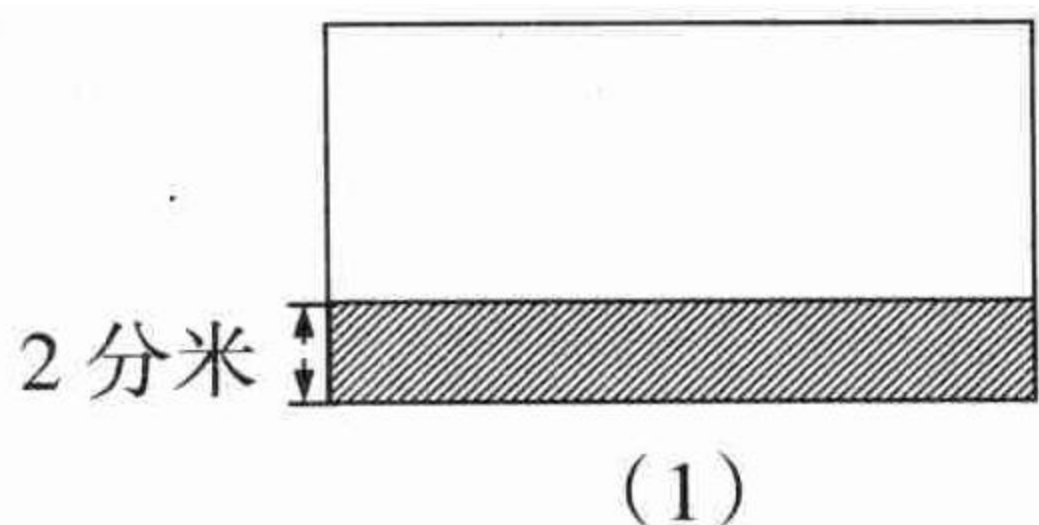
$$= 1200 \text{ (平方米)}$$

答：它的占地面积是 1200 平方米。

**例题 4**

如果把一个长方形的宽减少 2 分米，或者把它的长减少 3 分米，它的面积均减少 18 平方分米，原长方形的面积是多少平方分米？

思路分析：我们可以根据题意，画出图形：



从图 (1) 中可以看出：如果宽减少 2 分米，面积就减少 18 平方分米，根据这两个条件，可以求出原长方形的长： $18 \div 2 = 9$ (分米)，从图 (2) 中看出：如果长减少 3 分米，面积就减少 18 平方分米，根据这两个条件，可以求出原长方形的宽： $18 \div 3 = 6$ (分米)，于是就可求出原长方形的面积。

解： $(18 \div 2) \times (18 \div 3)$

$$= 9 \times 6$$

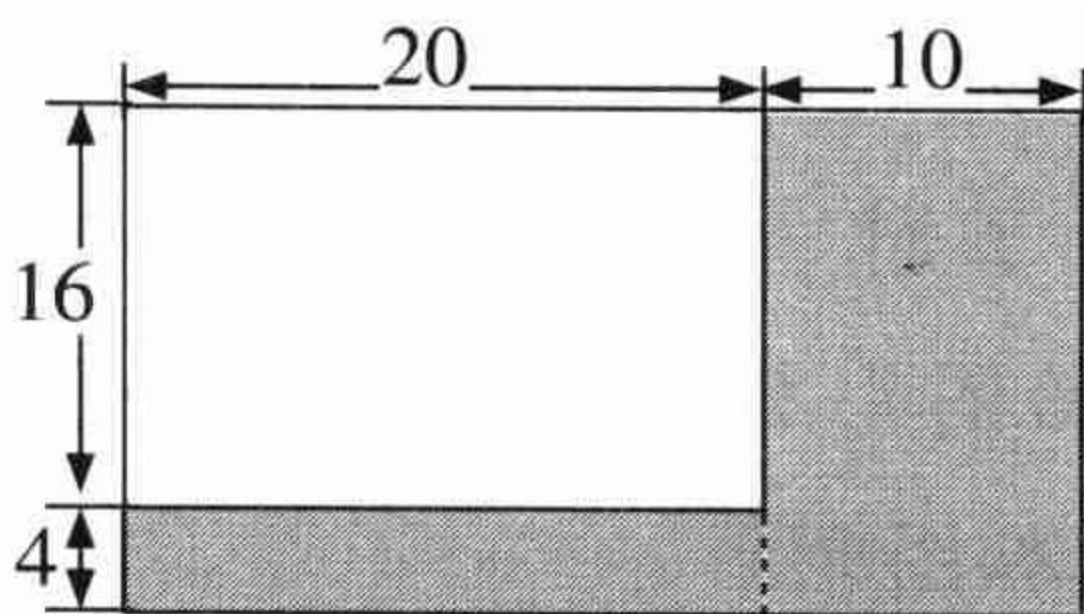
$$= 54 \text{ (平方分米)}$$

答：原长方形的面积是 54 平方分米。

**例题 5**

学校操场原来长 20 米，宽 16 米，扩建后，长增加了 10 米，宽增加了 4 米，学校操场的面积增加了多少平方米？

思路分析：根据题意，画出示意图：



从图中可以发现，增加部分（阴影部分）是一个不规则图形，不能直接用长方形的面积计算公式来计算。可以用下列两种思路来解答。

思路一：用大长方形的面积减去原来长方形的面积。

$$\begin{aligned}\text{解：} & (20 + 10) \times (16 + 4) - 20 \times 16 \\ &= 30 \times 20 - 20 \times 16 \\ &= 600 - 320 \\ &= 280 \text{（平方米）}\end{aligned}$$

思路二：把增加的部分分割成两个长方形（图中虚线），分别求出两个长方形的面积，再加起来。

$$\begin{aligned}\text{解：} & 10 \times (16 + 4) + 20 \times 4 \\ &= 10 \times 20 + 20 \times 4 \\ &= 200 + 80 \\ &= 280 \text{（平方米）}\end{aligned}$$

答：学校操场的面积增加了 280 平方米。

小结

计算面积时，往往有许多图形不是标准的长方形或正方形，这时可采取“分割法”“割补法”把复杂的图形进行分解，剪拼成我们熟悉的标准图形。

有时为了计算方便，也可以采取“重组法”，将原始图形拆开后重新组合，转化为易求的熟悉的基本图形。

还可以采取“运动变换法”，把其中部分图形进行平移、翻折、旋转、对称等变换，从而使问题化难为易。

有些问题，可根据题意作出简图，将抽象的平面几何问题变成形象的图形问题，再利用简图分析题意、启迪思路。

处理某些特殊问题时，还可以用“去空求差”法，将不规则图形转化成规则图形来求面积，并注意两看两想：一看组合图形的构成，想组合图形面积计算公式；二看题目所给已知条件和图中隐藏的可知条件，想已知和未知之间有什么联系，然后找出必需条件，再应用公式计算。

因此，敏锐的观察力和灵活的思维在解题中是十分重要的。



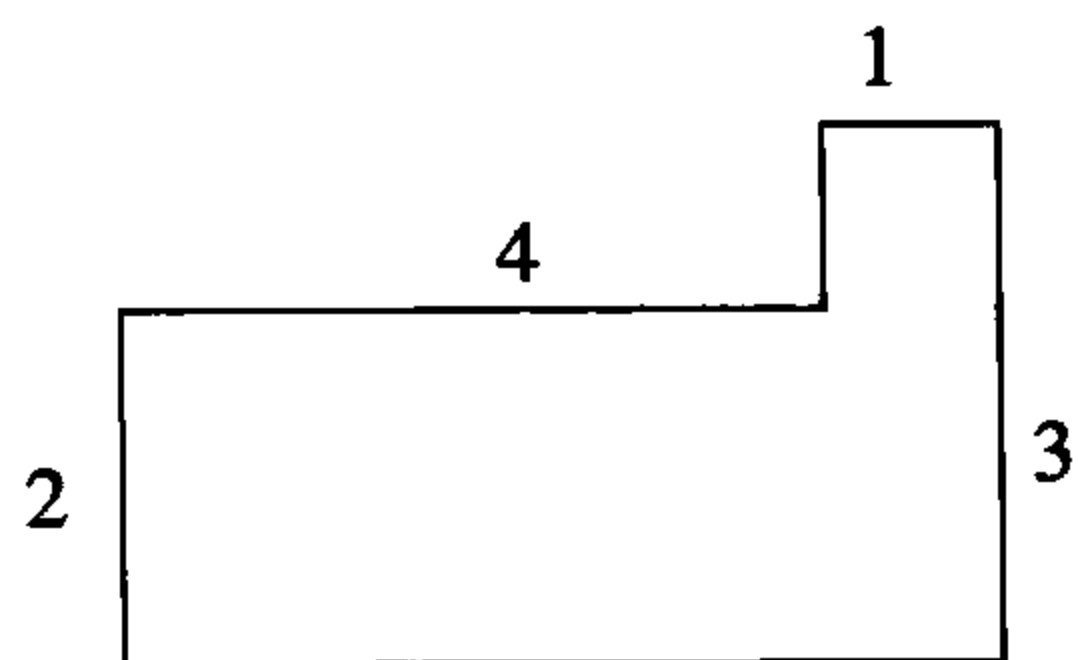
金牌训练



一 对应训练

1. 在一块长 65 厘米，宽 55 厘米的长方形钢板上切割一块面积最大的正方形钢板，这个正方形钢板的面积是多少平方厘米？
2. 红光运动场有一个正方形的游泳池，在游泳池四周贴上瓷砖，瓷砖总长 400 米，求游泳池的面积是多少平方米？

3. 求下面图形的面积。(单位：厘米)



4. 如果一个长方形的长增加 7 厘米或者宽增加 5 厘米，面积都比原来增加 70 平方厘米，这个长方形的面积是多少？



5. 一个边长 8 分米的正方形，边长增加 1 分米，现在正方形的面积，比原来增加多少平方分米？

■ 变式训练

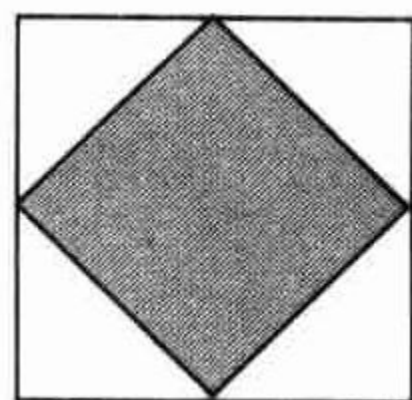
1. 将一张长 10 厘米，宽 8 厘米的长方形纸片剪成一个面积最大的正方形，那么剪下的另一个小长方形的面积是多少？



2. 在公园里有两个花圃，它们的周长相等，其中长方形花圃长 40 米，宽 20 米，求另一个正方形花圃的面积。
3. 一个长方形若长增加 2 厘米，面积就增加 10 平方厘米，若宽减少 3 厘米，面积就减少 18 平方厘米，求原来长方形的面积。



4. 一块正方形木板边长 4 厘米，如下图所示，连接相邻两边中点后，截取四个角，求剩下阴影部分的面积。

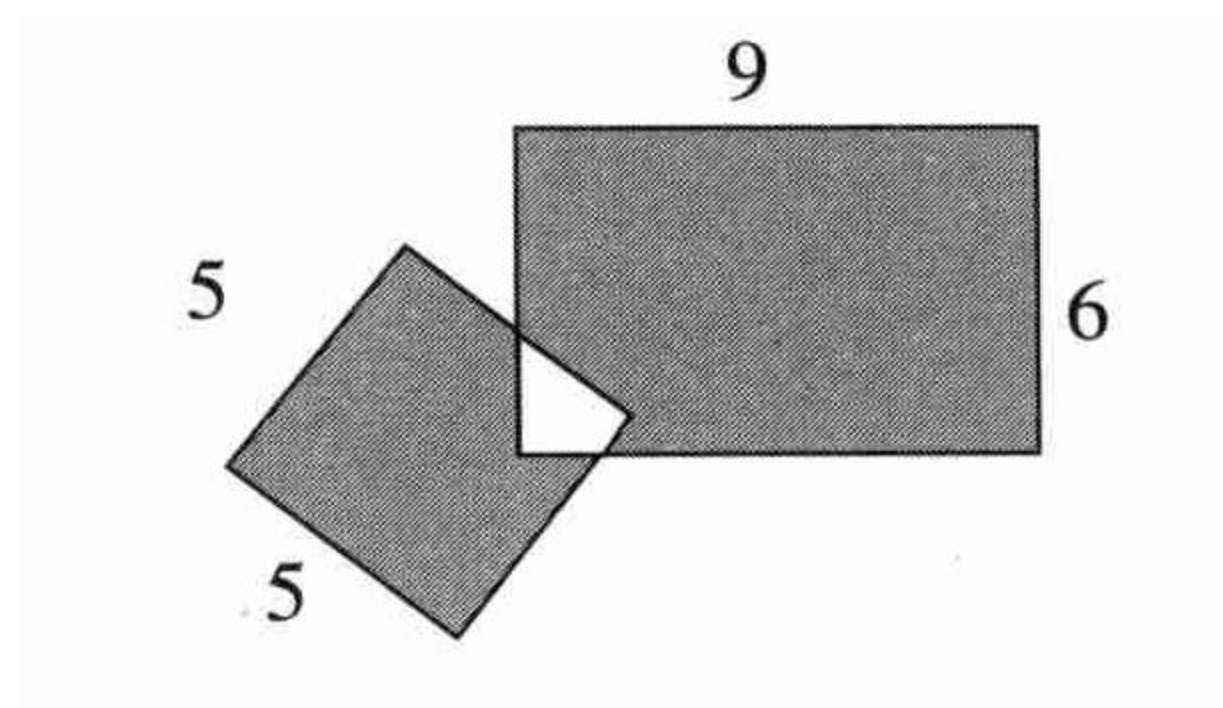


三 拔高训练

1. 如下图所示，一个长方形被分成四个小长方形，其中三个长方形的面积是 15 平方厘米，25 平方厘米，50 平方厘米，求阴影部分的面积？

① 15	② 25
阴影部分	③ 50

2. 一个长方形与一个正方形部分重合（如下图），求没有重合的阴影部分的面积相差多少？（单位：厘米）





第18讲 数学游戏

同学们，在我们的数学课本上，所学的数学题和要解决的问题大部分是计算题和有一定解题规律和解题方法的题目。然而，在现实生活中，数学题目中又常常有一些妙趣横生，带有智力测验性质的问题和题目。解答这类数学问题，一般不需要比较复杂的计算，而常常是需要通过同学们的灵感、技巧和机智思考获得答案。

如：两个爸爸和两个儿子一同上公园玩，他们至少有多少人？粗一看，此题的答案是4个人。实际上正确答案是3个人。

像这样的数学问题，对同学们充满着吸引力和挑战，也是一种很有训练价值的问题，对同学们学习数学很有帮助，同时也能培养同学们学习数学的兴趣，提高同学们分析问题、解决问题的能力。

同学们，你会变得越来越聪明！



金牌例题



例题 1

一条毛毛虫，由幼虫长成大虫，每天长大一倍，30 天能长到 20 厘米，问这条毛毛虫长到 5 厘米时要用多少天？

思路分析：毛毛虫每天长大一倍，说明第二天的身长是第一天身长的 2 倍。这条毛毛虫在第 30 天时，身长为 20 厘米，那么在第 29 天时，这条毛毛虫的身长为 $20 \div 2 = 10$ （厘米），往下类推，在第 28 天时，这条毛毛虫的身长为 $10 \div 2 = 5$ （厘米）

解： $20 \div 2 \div 2 = 5$ （厘米）

$30 - 1 - 1 = 28$ （天）

答：这条毛毛虫长到 5 厘米时，要用 28 天。



例题 2

有一个 5 米深的枯井，井底有一只蜗牛，它白天向上爬 3 米，晚上滑下 2 米，那么，经过多少天蜗牛才能爬出井？

思路分析：蜗牛每天白天向上爬 3 米，晚上滑下 2 米，相当于每天向上爬 1 米，所以一些同学很容易误认为蜗牛要经过 5 天才能爬出井。而现实却并非如此：第一天蜗牛可以向上爬 1 米，第二天蜗牛又可以向上爬 1 米，这样蜗牛距井口还有 3 米，第三天白天蜗牛可以向



上爬3米，因此，蜗牛在第三天就可以爬出井。

$$\text{解：}(3-2)+(3-2)+3=5 \text{（米）}$$

$$1+1+1=3 \text{（天）}$$

答：经过3天蜗牛才能爬出井。

**例题 3**

有一杯牛奶，小萍喝了半杯后，将它加满水，然后她又喝了半杯后，再加满水，最后全部喝完，问：小萍喝的牛奶多，还是喝的水多？

思路分析：一杯牛奶，喝了半杯，加上半杯水后又喝了半杯，再加了半杯水。这样，前后两次总共加水一杯。因为牛奶也是一杯，所以小萍喝的牛奶和水一样多。

解：小萍喝的牛奶和水一样多。

**例题 4**

某商店出售汽水，为了回收空瓶，商店规定：每3个空瓶可以换1瓶汽水。王老师给春游回来的同学买汽水，春游的同学一共有27人，但是王老师只买了18瓶汽水，王老师说：“每人都能喝上1瓶。”你认为王老师说对吗？

思路分析：先让18人喝汽水后，用18个空瓶换回 $18 \div 3 = 6$ （瓶）汽水，另6名同学喝完汽水后，用6个空瓶换回 $6 \div 3 = 2$ （瓶）汽水，另2名同学喝完2瓶汽水后，向商店借一个空瓶，用3个空瓶换回1瓶汽水，最后一人喝完这一瓶后还给商店。



解: $18 \div 3 = 6$ (瓶)

$6 \div 3 = 2$ (瓶)

$(2 + 1) \div 3 = 1$ (瓶)

$18 + 6 + 2 + 1 = 27$ (瓶)

答: 王老师说的对。

**例题 5**

小猫要把 15 条小鱼分成条数各不相等的 4 堆, 问最多的一堆中最多可以放几条鱼?

思路分析: 小猫要把 15 条小鱼分成条数各不相等的 4 堆, 要让最多的一堆中小鱼条数尽量多, 那么其余三堆小鱼的条数就要尽量少。所以, 小猫可以在第一堆中放 1 条鱼, 在第二堆中放 2 条鱼, 在第 3 堆中放 3 条鱼, 这样第四堆就可以放 $(15 - 1 - 2 - 3) = 9$ 条小鱼。

解: $15 - 1 - 2 - 3 = 9$ (条)

答: 最多的一堆中最多可以放 9 条鱼。

小结

数学游戏题, 一般没有统一的解题规律和解题方法。所以要想正确解答这类问题, 首先要认真审题, 读懂题意, 抓住问题, 经过充分的分析和思考, 并要注意全面考虑可能发生的情况, 最后运用所学的基础知识以及自己的聪明才智, 巧妙地解决这些问题。



一 对应训练

1. 一条小青虫由幼虫长成成虫，每天长大一倍，20 天能长到 36 厘米，问：长到 9 厘米时要用几天？
2. 用一根绳子测井深，绳子五折后，井口外余 3 米，绳子七折后，井口外余 1 米，问：井深多少米？绳长多少米？

3. 两瓶同样多的白酒和红酒，先用一个小杯在白酒瓶内舀一小杯白酒，放入红酒瓶内，然后再在已经掺了点白酒的红酒瓶内舀一小杯倒入白酒瓶。问：是白酒里面含的红酒多还是红酒里面含的白酒多？
4. 冷饮店老板规定：“用3个空汽水瓶可以换1瓶汽水，不用另外付钱。”明明的妈妈给明明买了16瓶汽水，不再花钱，明明最多可以喝多少瓶汽水？



5. 音乐老师为舞蹈队的 18 位同学设计队形，要求分成人数不等的 5 队，问最多的一队最多可排几位同学？

■ 变式训练

1. 一条毛毛虫由幼虫长成大虫，每天长大一倍，15 天能长到 4 厘米，问要长到 32 厘米一共需要多少天？



2. 一只蜗牛沿着 10 米高的竹竿往上爬，白天向上爬 3 米，到夜里往下滑 2 米。蜗牛什么时候能爬到竹竿的顶端？
3. 一个人用一只小船过河，他带了三样东西，一只狗、一只鸡、一篮青菜。他每次只能带一样东西过河，而且没人的时候狗会吃鸡、鸡会吃菜。这个人应该怎样过河，才能保证三样东西都完整？



4. 把 100 枝玫瑰分别插在 10 个花篮里，因为 9 代表天长地久，要使每个花篮里都有 9 这个数字，应怎样插？
5. 牛牛家喂养了 100 头牛，正好喝完 100 桶水，大牛一头要喝 3 桶水，小牛两头才喝 1 桶水，问：牛牛家养了几头大牛，几头小牛？



拔高训练

1. 一个农民，在集市上买了一头牛花了 600 元，转手以 640 元卖给了别人，随后又以 650 元买回了这头牛，过了不久，这个农民又以 640 元把牛卖了，最后他又以 600 元买回了这头牛。问：这个农民买这头牛实际花了多少元钱？
2. 王阿姨和李阿姨到商场买电视机，两人都看中同一种电视机，但王阿姨缺 600 元，李阿姨缺 900 元，用两人带的钱合起来买一台电视机正好，这台电视机多少钱？

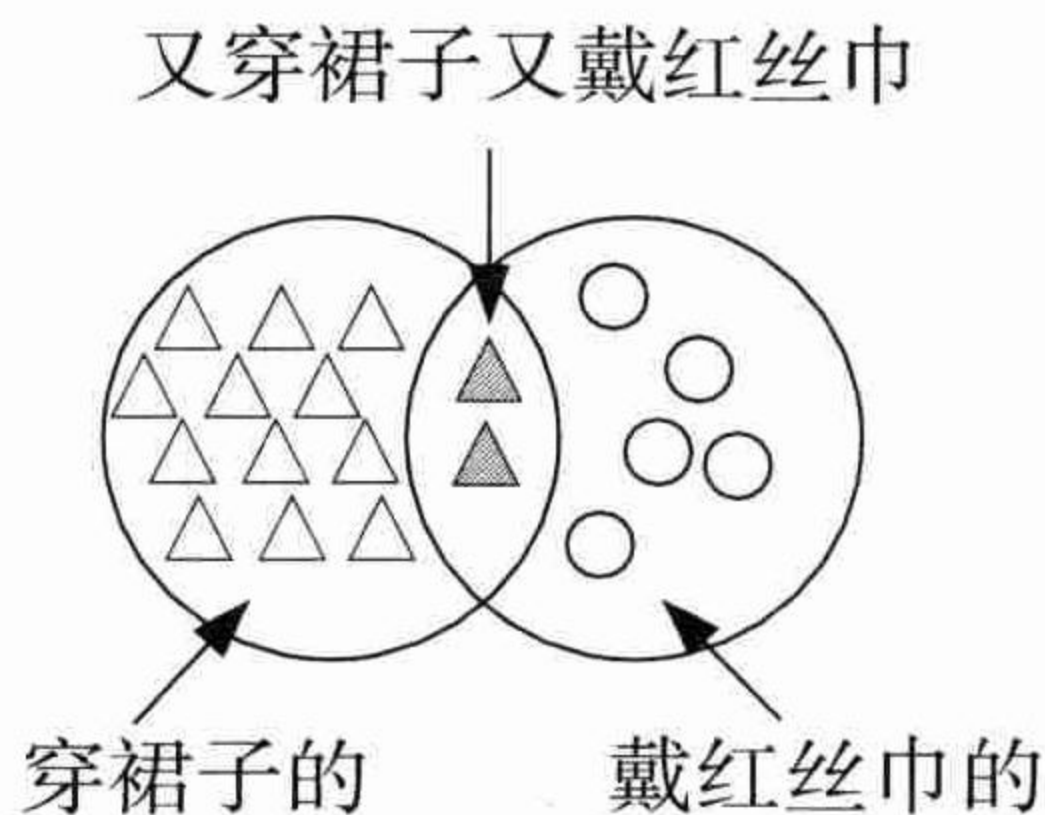


第19讲 重叠问题

同学们，像这样的 $14 + 7 = 21$ 的算式题我们人人都会做，但是在现实生活中经常会出现 $14 + 7$ 不等于 21 的情况。请看下面的问题：穿裙子的女生有 14 人，戴红丝巾的女生有 7 人，问一共有多少人？你一定会回答： $14 + 7 = 21$ （人），一共有 21 人，其实不然。这里有 2 人既穿了裙子，又戴了红丝巾，穿裙子的 14 人中有她们 2 人，戴红丝巾的 7 人中还有她们 2 人，她们两人被重复算了 2 次，所以实际上是 19 人，于是 $14 + 7$ 就不等于 21 了。

这是由于出题目不严格造成了错误，如果题目这样出就不会出错了：有穿裙子的女生 14 人，戴红丝巾的女生 7 人，有 2 位穿裙子的也戴了红丝巾，问一共有多少人？

如果用图可以这样表示：





解决这个问题，我们在计算时常采用“去掉重复的数值”的方法，也就是我们这一讲要学习的内容：重叠问题。

解答重叠问题要用到数学中的一个重要原理——即包含与排除原理，也就是当两个计数部分有重复包含时，为了不重复地计数，应从它们的和中排除重复部分。

解答重叠问题，必须从条件入手进行认真地分析，找出哪些是重复的，重复了多少次，明确求的是哪一部分，从而找出解题方法。对于有些语言不容易表达清楚的关系，配上适当的图形就显得很直观、很清楚，从而易于进行分析和运算。



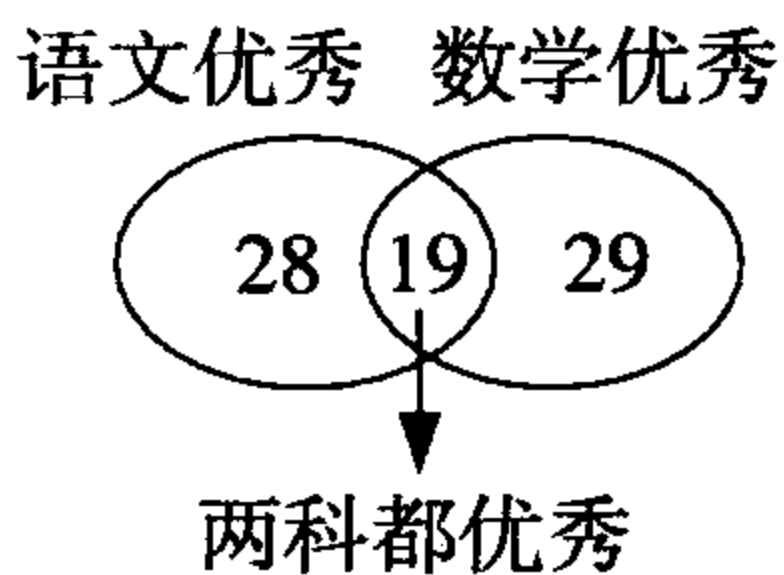
金牌例题



例题 1

三年级（1）班的同学在上学期期末考试中，语文和数学两科成绩至少有一科成绩优秀，语文优秀的有 28 人，数学优秀的有 29 人，两科都优秀的有 19 人，问这个班共有学生多少人？

思路分析：根据题意，画图表示：





语文优秀的 28 人其中包括 19 个语文、数学都优秀的和只有语文优秀的；数学优秀的 29 人其中包括 19 个语文、数学都优秀的和只有数学优秀的。用语文优秀的加上数学优秀的，再去掉重叠部分就得到全班人数。

$$\text{解： } 28 + 29 - 19$$

$$= 57 - 19$$

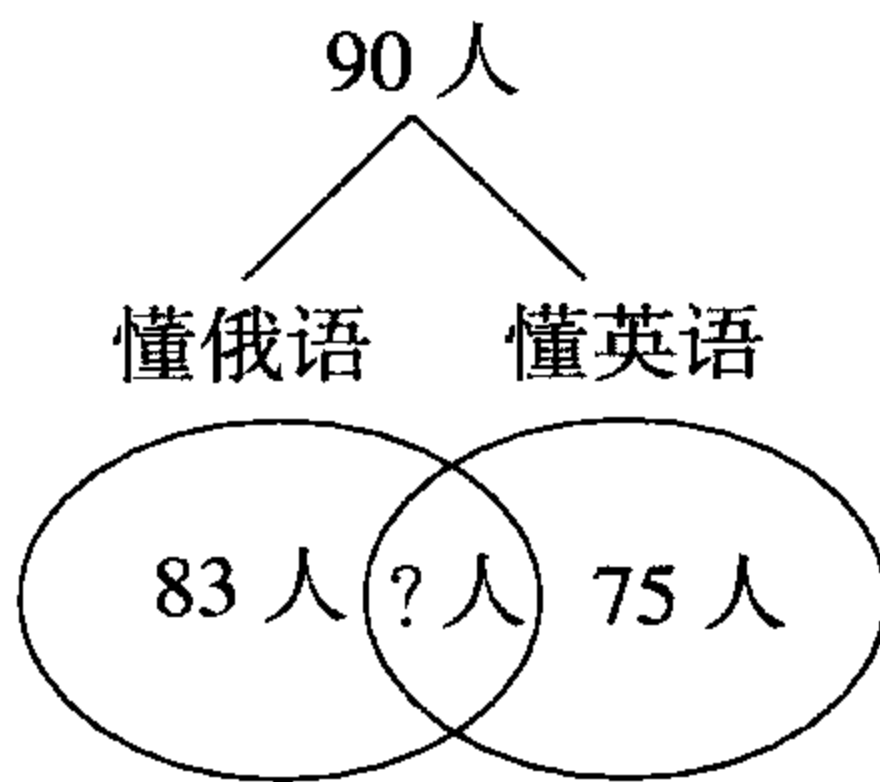
$$= 38 \text{ (人)}$$

答：这个班共有学生 38 人。

**例题 2**

有 100 位游客，其中有 10 位既不懂英语，又不懂俄语，有 75 人懂英语，有 83 人懂俄语，那么这 100 位游客中，既懂英语又懂俄语的有多少人？

思路分析：根据题意，画图表示：



先从 100 位游客中去掉 10 位既不懂英语，又不懂俄语的人，剩下 90 位是懂外语的人，75 位懂英语的人里面包含只懂英语和两种语言都懂的人，83 位懂俄语的人包括只懂俄语和两种语言都懂的人。用 $83 + 75$ 的和再去掉

懂外语的 90 人，得到的就是两种语言都懂的人数，也就是重叠部分。


解： $100 - 10 = 90$ （人）

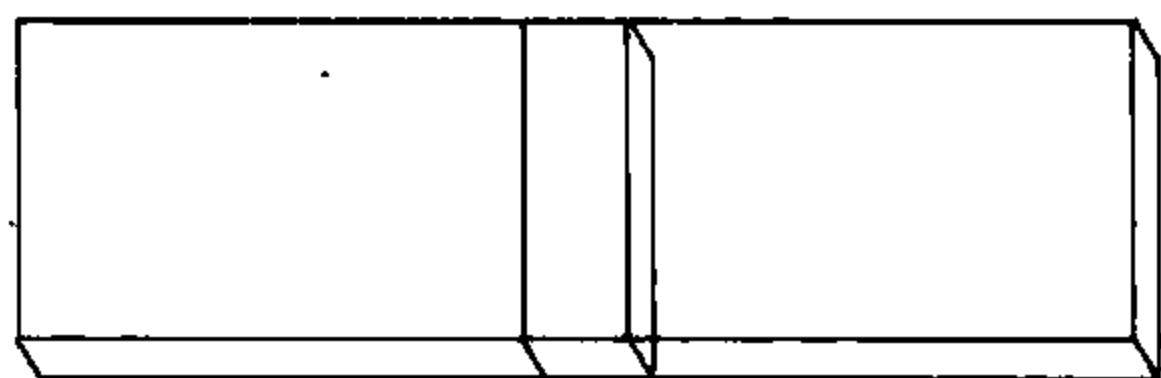
$$83 + 75 - 90$$

$$= 158 - 90$$

$$= 68 \text{（人）}$$

答：既懂英语又懂俄语的有 68 人。

 **例题 3** 把两块一样长的木板像下图一样钉在一起，成了一块木板。如果这块钉在一起的木板长 120 厘米，中间重叠部分是 16 厘米，这两块木板各长多少厘米？



思路分析：把等长的两块木板的一端钉起来，钉在一起的长度就是重叠部分，重叠的部分是 16 厘米，所以这两块木板的总长度是 $120 + 16 = 136$ （厘米），每块木板的长度是 $136 \div 2 = 68$ （厘米）。

解： $(120 + 16) \div 2$

$$= 136 \div 2$$

$$= 68 \text{（厘米）}$$

答：这两块木板各长 68 厘米。

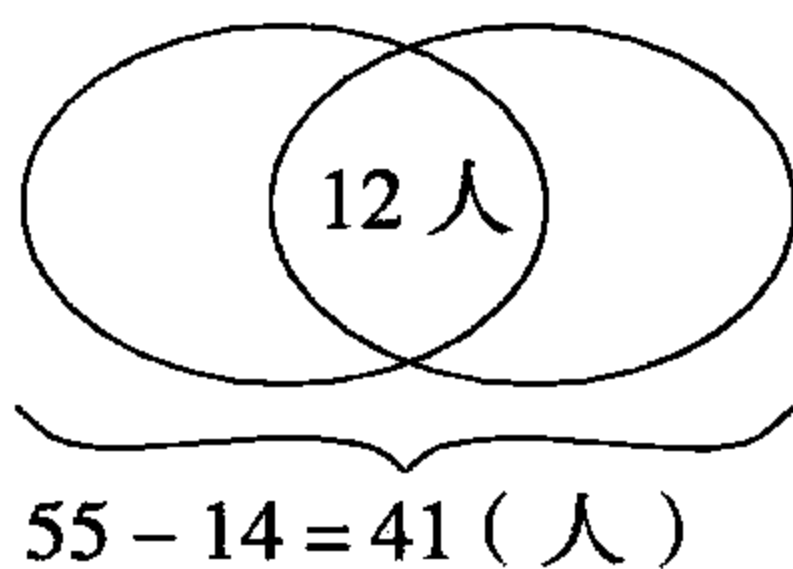


例题 4

三年级一班有学生 55 人，参加学校绘画比赛的有 20 人，既参加绘画比赛又参加书法比赛的有 12 人，两项比赛都没参加的有 14 人。参加书法比赛的有多少人？

思路分析：根据“三一班有学生 55 人”和“两项比赛都没参加的有 14 人”这两个条件，可以得到至少参加一项比赛的有 $55 - 14 = 41$ （人），由此画出下图：

绘画比赛 20 人 书法比赛？人



从上图可以看出，参加书法比赛的人数包括两个部分：一部分是没有参加绘画比赛，只参加书法比赛的人数，另一部分是两项都参加的 12 人。如果从 41 人里面去掉参加绘画比赛的 20 人，得到 $41 - 20 = 21$ （人），就得到只参加书法比赛的人数是 21 人，再根据两项比赛都参加的有 12 人，用 $21 + 12 = 33$ （人）就算出了参加书法比赛的人数。

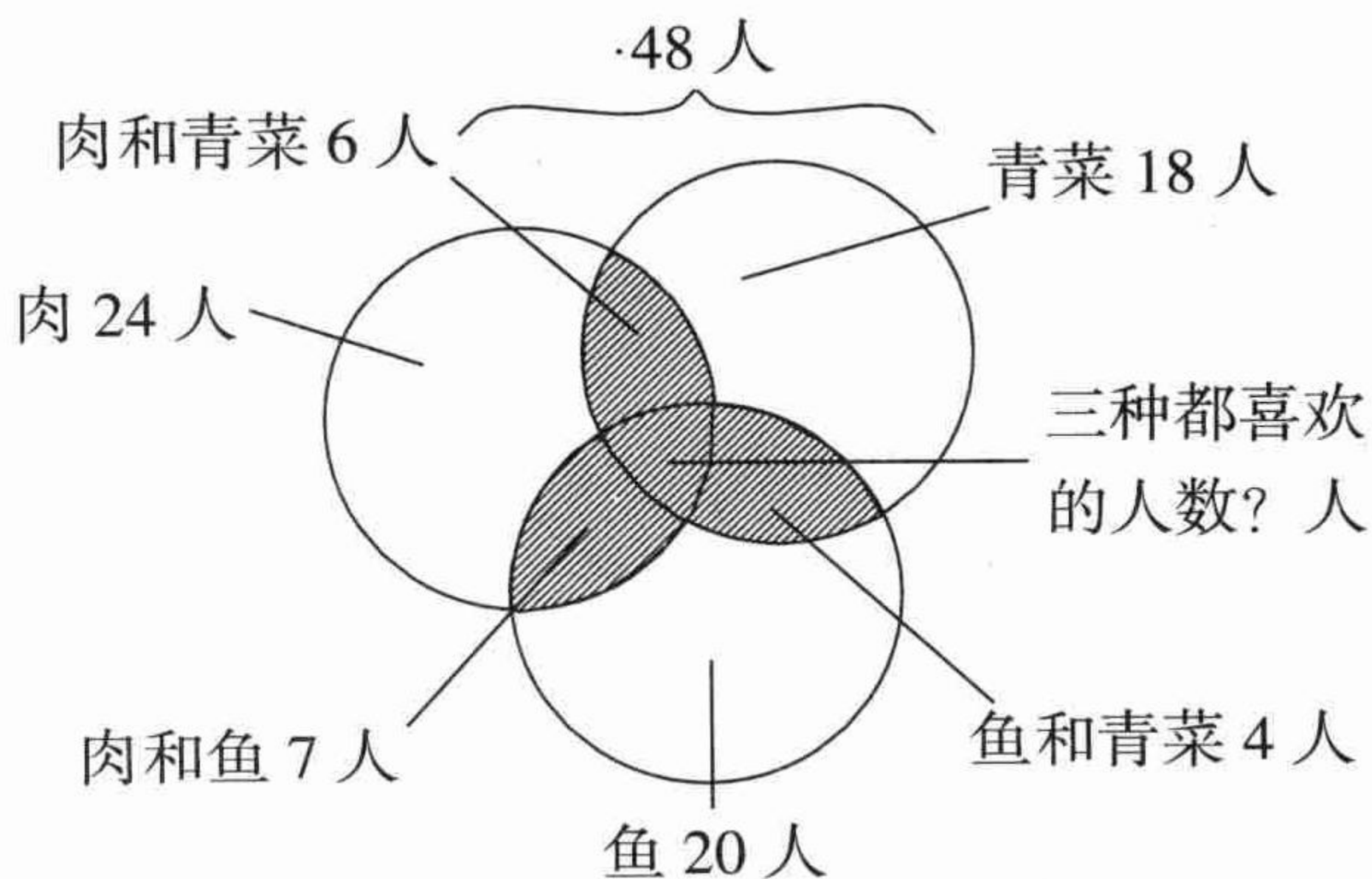
解： $55 - 14 - 20 + 12 = 33$ （人）

答：参加书法比赛的有 33 人。



例题 5 小红在班上作了一次饮食调查：全班共 48 人，喜欢吃鱼的有 20 人，喜欢吃肉的有 24 人，喜欢吃青菜的有 18 人，而同时喜欢吃鱼和青菜的有 4 人，同时喜欢吃肉和青菜的有 6 人，同时喜欢吃肉和鱼的有 7 人，问：三样都爱吃的有几人？

思路分析：根据题意，画出下图：



从图中可以知道全班人数 48 人，三个圆圈分别表示喜欢吃肉、喜欢吃鱼、喜欢吃青菜的人数，一共 $24 + 20 + 18 = 62$ (人)，每个圆圈两两重叠的部分分别表示同时喜欢吃鱼和青菜的 4 人，同时喜欢吃肉和青菜的 6 人，同时喜欢吃肉和鱼的 7 人，这些部分都分别包含在喜欢吃肉、喜欢吃鱼、喜欢吃青菜的人数中，被重复算了一次，把它们减去 $62 - 7 - 6 - 4 = 45$ (人)，与全班人数相差 $48 - 45 = 3$ (人)，得到的就是中间重叠的部分即三样都爱吃的人数。



$$\begin{aligned}\text{解: } & 48 - (24 + 20 + 18 - 7 - 6 - 4) \\ & = 48 - 45 \\ & = 3 \text{ (人)}\end{aligned}$$

答：三样都爱吃的有3人。

小结

重叠问题又称容斥问题。对于重叠部分，可以利用“容斥原理”，即两个部分的总和等于两个部分分别加起来减去它们重叠的部分。

如果A表示一部分，B表示另一部分， \overline{AB} 表示A和B两部分的重叠部分，则有下列关系：

$$\text{总数} = A + B - \overline{AB} \quad \overline{AB} = A + B - \text{总数}$$

$$A = \text{总数} - B + \overline{AB} \quad B = \text{总数} - A + \overline{AB}$$

利用这一公式可以解决许多重叠问题，通过把重叠部分排除后得到运算结果，还可以求出两类事物都不包含的部分。

三个记数部分两两重叠合并成一个整体，要求这个整体的总和用三个记数部分之和，减去两两重叠的部分，再加上三个记数部分重叠的部分。同时通过转化也可以求出三个记数部分重叠的部分。三个记数部分的总和减去三个记数部分之和与两两重叠的部分的差，就得到三个记数部分重叠的部分。

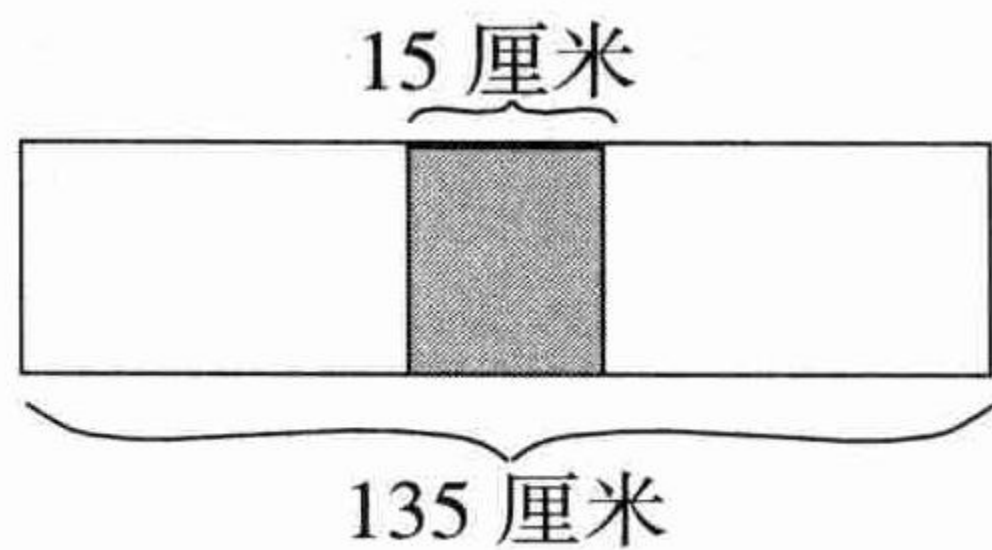


一 对应训练

1. 学校开展课外活动，三一班每位同学至少参加一个活动小组，参加文艺小组的有 34 人，参加体育小组的有 26 人，既参加文艺小组又参加体育小组的有 12 人，问：这个班共有学生多少人？
2. 三年级二班共有 49 名同学参加两项体育活动，其中跑步的有 35 人，打球的有 25 人，两项都没有参加的有 3 人。问：全班同学中两项都参加的有多少人？



3. 有两块同样长的木板，像下图这样钉成一个木板，中间重合部分 15 厘米，这块钉在一起的木板总长是 135 厘米，求：这两块木板分别长多少厘米？



4. 三年级（1）班同学有 34 人参加数学、语文两科竞赛，其中数学得优秀的有 19 人，两科都得优秀的有 8 人，两科都没得优秀的有 5 人，问：语文得优秀的有几个人？



5. 64 人订 A 、 B 、 C 三种杂志，订 A 杂志的有 28 人，订 B 杂志的有 41 人，订 C 杂志的有 20 人， A 、 B 两种杂志都订的有 10 人， B 、 C 两种杂志都订的有 12 人， A 、 C 两种杂志都订的有 12 人，问：三种杂志都订的有多少人？

■ 变式训练

1. 三（4）班共有学生 61 人，每人要看故事书或科技书至少一本，已知看故事书的有 42 人，看科技书的也有 42 人，两种书都看的有多少人？



2. 两块木板钉在一起长 180 厘米，中间重叠部分是 34 厘米，其中一块木板长为 120 厘米，另一块木板长多少厘米？
3. 教室里每排人数同样多，华华的位置从前数是第 5 个，从后数是第 2 个，从左数是第 3 个，从右数是第 6 个，全班共有多少人？



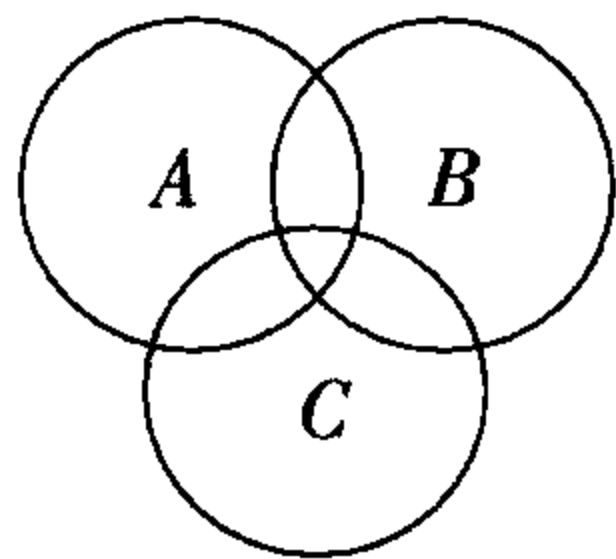
4. 同学们排队做操，从左往右数，李红排在第 7 个，苏阳和李红之间隔着 3 人，苏阳可能排在第几个？

5. 45 人参加快速口算比赛，答对第一题的有 22 人，答对第二题的有 30 人，两题都答对的有 16 人，两题都没答对的有多少人？



▣ 拔高训练

1. 某班有学生 45 人，其中有 28 人学电脑，有 35 人学美术，有 37 人学钢琴，有 40 人学奥数，那么可以肯定，这个班至少有多少人四项都学？
2. 在桌上放置着三个两两重叠的圆形纸片（如下图），它们的面积都是 100 平方厘米，并且知道 A 、 B 两个圆重叠的面积是 20 平方厘米， B 、 C 两个圆重叠的面积是 31 平方厘米， A 、 C 两个圆重叠的面积是 45 平方厘米，三个圆共同重叠的面积是 15 平方厘米，求盖住桌子的总面积。



第20讲 算式谜

同学们一定都喜欢猜谜语吧，你们知道数学中也有一种有趣的谜吗？一个完整的算式，缺少几个数字那就成了一道算式谜。算式谜又被称为“虫食算”，意思是说算式中的一些数字像是被虫子咬去了。

一般来说，算式都是由一些数字和运算符号组成的，可有些算式却由汉字或英文字母组成，我们称它为文字算式。算式谜中给出的运算式子中，某些数字隐藏起来了，要么就是用□暗示里面有一个数字，要么干脆用一个字母或一个汉字表示藏起来的那个数字，它是近来国内外广泛流行的一种数学游戏。

解算式谜，就是要将算式中缺少的数字补齐，使它成为一道完整的算式，解算式谜的思考方法是推理加上尝试，首先仔细观察算式特征，由推理能确定的数先填上，不能确定的，要分几种情况，逐一尝试。要认真分析已知数字与所缺数字的关系，找准解题的突破口。

解答时要注意在同一道题中，相同的文字或英文字母应表示相同的数字，不同的文字或英文字母应表示不同的数字。



金牌例题



例题 1

在下面算式的空格中，填入合适的数字，使算式成立：

$$\begin{array}{r} \square \quad 7 \quad 1 \\ + \quad \square \quad 6 \quad \square \\ \hline \square \quad 9 \quad 4 \quad \square \end{array}$$

思路分析：两个加数与和的十位数字已给出，由此可知个位向十位进“1”，十位向百位进“1”，因此可从第二个加数的个位空格开始填。

填个位：因 $1 + \boxed{9} = \boxed{10}$ ，只有这样，才能向十位进“1”。

填百位：百位上的两个数字之和再加上由十位上进的“1”，和应该得“19”，只有 $\boxed{9} + \boxed{9} + 1 = \boxed{1}9$ 。

解：

$$\begin{array}{r} \boxed{9} \quad 7 \quad 1 \\ + \quad \boxed{9} \quad 6 \quad \boxed{9} \\ \hline \boxed{1} \quad 9 \quad 4 \quad \boxed{0} \end{array}$$



例题 2

下面乘法竖式中的每一个汉字都代表一个数字，不同的汉字代表不同的数字。当它们各代表什么数字时，算式成立？

$$\begin{array}{r}
 \text{真} \quad \text{有} \quad 7 \\
 \times \qquad \qquad \text{趣} \\
 \hline
 2 \quad 9 \quad \text{啊} \quad 3
 \end{array}$$

思路分析：这是一个三位数乘一位数，积为四位数的乘法算式，第一个因数和积的个位数字都已给出，所以应选择个位作为解题的突破口。

填个位：因为第一个因数的个位上的数字是7，积的个位上的数字是3，所以第二个因数，即“趣”应为9。

填百位：“真”与“趣”（9）的积加十位向百位进的数是29，所以“真”应为3，积的十位向百位进2。

填十位：“有”与9的积加个位向十位进的6等于二十几，说明“有”只能是2，于是 $2 \times 9 + 6 = 24$ ，即“啊”为4。

解：

$$\begin{array}{r}
 3 \quad 2 \quad 7 \\
 \times \qquad \qquad 9 \\
 \hline
 2 \quad 9 \quad 4 \quad 3
 \end{array}$$

$$\text{真} = 3 \quad \text{有} = 2 \quad \text{趣} = 9 \quad \text{啊} = 4$$



例题 3

在下面除法竖式空格中，各填入一个合适的数字，使竖式成立。



$$\begin{array}{r} \square \overline{) \square \square \square \square} \\ \underline{\square \quad 1 \quad \quad} \\ \square \square \\ \underline{3 \quad \square} \\ \square 2 \\ \underline{\square \square} \\ 0 \end{array}$$


思路分析：确定除数：因为 $5 \times \text{除数} = 3\square$ ，所以除数的范围应是 6 或 7。又因为算式中的数字有“1”，商的百位数字乘除数所得积的个位数字是 1，所以除数只能为 7。

确定商：因为除数是 7，所以商的百位数字是 3，再根据算式中的给出的数字“2”，可知商的个位数字只能为 6，因此商为 356。

确定被除数：利用被除数 = 除数 \times 商，可知被除数为 $7 \times 356 = 2492$ 。

解：

$$\begin{array}{r} 3 \quad 5 \quad 6 \\ 7 \overline{) 2 \quad 4 \quad 9 \quad 2} \\ \underline{2 \quad 1 \quad \quad} \\ 3 \quad 9 \\ \underline{3 \quad 5 \quad \quad} \\ 4 \quad 2 \\ \underline{4 \quad 2 \quad \quad} \\ 0 \end{array}$$

 **例题 4** 下面算式中不同的字母代表不同的数字，相同的字母代表相同的数字。当式中各字母分别表示什么数字时，算式成立？

$$\begin{array}{r} G \ H \ P \ L \\ \times \qquad \qquad \qquad 9 \\ \hline L \ P \ H \ G \end{array}$$

思路分析：这是个四位数乘9、积也是一个四位数的乘法算式，而乘积各位上的数字的排列顺序，恰好与被乘数各位上的数字的排列顺序相反。


在这道题中，因为乘数是9，而乘积与被乘数同样是四位数，所以被乘数的千位 G 的范围就容易确定了， G 不可能是大于1的数，否则就要进位，就是五位数了，所以 $G=1$ ，因为个位上的 L 和9相乘，积的个位数字是 $(G=)1$ ，所以 $L=9$ ，因为 $G=1$ ， $L=9$ ，所以被乘数的百位数字 H 乘以9，不发生进位，从而有 $H=0$ 或 $H=1$ ，由于 G 和 H 代表不同的数字，所以 $H=0$ ，最后确定 P 代表的是什麼数字，因为 $L \times 9 = 81$ ，所以 $P \times 9 + 8$ 的个位是 $(H=)0$ ，所以 $P=8$ 。

解：当 $G=1$ ， $L=9$ ， $H=0$ ， $P=8$ 时，算式成立。

算式为：

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 8 \ 9 \\ \times \qquad \qquad \qquad 9 \\ \hline 9 \ 8 \ 0 \ 1 \end{array}$$



 **例题 5** 下面算式里，相同的汉字代表相同的数字，不同的汉字代表不同的数字，如果以下 3 个算式成立：

$$\text{小小} \times \text{朋朋} = \text{友小小友}$$

$$\text{爱爱} \times \text{科科} = \text{爱学学爱}$$

$$\text{朋朋} \times \text{朋朋} = \text{小小小学学}$$

$$\text{那么, 小} = (\quad) \quad \text{朋} = (\quad) \quad \text{友} = (\quad)$$

$$\text{爱} = (\quad) \quad \text{科} = (\quad) \quad \text{学} = (\quad)$$

思路分析：通过观察，我们发现第 3 个等式最特殊，它是相同的两位数相乘得到千位和百位、十位和个位分别相同的积，逐步试验， 11×11 ， 22×22 得不到四位数，然后从 33×33 试，我们发现 $88 \times 88 = 7744$ ，这样可以得出：朋 = 8，小 = 7，学 = 4。将朋 = 8，小 = 7 代入第 1 个算式中得出 $77 \times 88 = 6776$ ，确定友 = 6，这样 0 ~ 9 中，只剩下 7，9，5，3，2，1，0 这几个数字，其中 0，1 不考虑，试后发现 $55 \times 99 = 5445$ ，所以爱 = 5，科 = 9。

解：因为 $77 \times 88 = 6776$

$$55 \times 99 = 5445 \quad 88 \times 88 = 7744$$

$$\text{所以, 小} = 7 \quad \text{朋} = 8 \quad \text{友} = 6$$

$$\text{爱} = 5 \quad \text{科} = 9 \quad \text{学} = 4$$

**小结**

在解算式谜时，应该注意以下几点：

1. 每个汉字或字母、符号都只能取0~9中的某一个数字。
2. 要认真分析算式的结构特点。
3. 正确选择解题的突破口，常常在算式的个位、首位或其他数位上的数字选择。
4. 确定各数位上的数字时，试验法是必不可少的一种方法。对所求的数字，应先进行分析和估算，以缩小取值范围，从而减少试验次数，通过检验，最后确定各数位上的数字。

研究和解决算式谜问题，有利于培养我们观察、分析、归纳、推理等思维能力。



金牌训练



一 对应训练

1. 在下面算式的空格中各填上一个合适的数字，使算式成立。

$$\begin{array}{r} (1) \quad \square \quad 9 \quad 1 \\ + \quad \square \quad 1 \quad \square \\ \hline \square \quad 9 \quad 1 \quad \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (2) \quad \square \quad \square \quad \square \quad 1 \\ - \quad \quad \quad 9 \quad 9 \quad \square \\ \hline \quad \quad \quad 9 \quad 5 \end{array}$$

2. 在下面算式的□中填入适当的数，使算式成立。

$$\begin{array}{r} (1) \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \\ \times \quad \quad \quad \quad \quad 6 \\ \hline \quad \square \quad 4 \quad \square \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (2) \quad \square \quad \square \quad 8 \\ \times \quad \quad \quad \square \\ \hline 3 \quad 1 \quad \square \quad 2 \end{array}$$

3. 在方框内填上合适的数，使除法竖式成立。

(1)

$$\begin{array}{r}
 \square \square \\
 \square \overline{) 1 \square \square} \\
 \underline{\square \square} \\
 4 \square \\
 \underline{\square \square} \\
 6
 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r}
 61 \\
 \square \square \overline{) 5 \square \square 4} \\
 \underline{\square \square \square} \\
 10 \square \\
 \underline{ \square \square} \\
 \square 7
 \end{array}$$

4. 下面竖式中， A 、 B 、 C 、 D 各表示什么数字？

$$\begin{array}{r}
 4 \ A \ 8 \\
 \times B \\
 \hline
 1 \ C \ 6 \ D
 \end{array}$$

$A = (\quad) \quad B = (\quad)$

$C = (\quad) \quad D = (\quad)$



5. 下面算式中四个字分别代表四个数, 你能求出来吗?

$$\begin{array}{r} \text{新} \\ \text{新年} \\ \text{新年快} \\ + \text{新年快乐} \\ \hline 2001 \end{array}$$

$$\text{新} = (\quad) \quad \text{年} = (\quad)$$

$$\text{快} = (\quad) \quad \text{乐} = (\quad)$$

变式训练

1. 在下列各算式中, 不同字母代表不同的数字, 相同的字母代表相同的数字。问: 它们各代表什么数字?

$$(1) \quad \begin{array}{r} A \quad B \quad C \quad D \\ - \quad \quad A \quad B \quad C \\ \hline D \quad C \quad D \quad C \end{array}$$

$$A = (\quad) \quad B = (\quad)$$

$$C = (\quad) \quad D = (\quad)$$

$$(2) \quad \begin{array}{r} A \quad B \quad C \\ + \quad C \quad D \quad C \\ \hline D \quad C \quad F \quad E \end{array}$$

$$A = (\quad) \quad B = (\quad)$$

$$C = (\quad) \quad D = (\quad)$$

$$E = (\quad) \quad F = (\quad)$$

2. 下列各式中不同汉字表示不同的数字，相同的汉字表示相同的数字。问：这些汉字各表示什么数字？

$$\begin{array}{r} \text{大 家 上 学} \\ + \text{大 家 爱 学} \\ \hline \text{爱 学 上 大 学} \end{array}$$

$$\text{大} = () \quad \text{家} = () \quad \text{爱} = ()$$

$$\text{上} = () \quad \text{学} = ()$$

$$\begin{array}{r} \text{攀 登 高 峰} \\ + \text{攀 登 高 峰} \\ \hline \text{我 登 高 攀 峰} \end{array}$$

$$\text{我} = () \quad \text{攀} = () \quad \text{登} = ()$$

$$\text{高} = () \quad \text{峰} = ()$$

3. 在下面算式的空格内，填上合适的数字，使算式成立。

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ \square 6 \overline{) 4 \square \square \square \square} \\ \underline{ \square \square 2} \\ \square \square 0 \\ \square \square 4 \\ \hline \square 6 \\ \square \square \\ \hline 0 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 \square \square \square 4 \square \\
 \square \overline{) \square \square \square \square \square} \\
 \square 4 \\
 \hline
 \square \square \\
 \square 2 \\
 \hline
 5
 \end{array}$$

4. 一个六位数 $ABCDEF$ ，各位上数字均不相等。它乘以 3，乘以 5，分别是：

$$\begin{array}{r}
 A \ B \ C \ D \ E \ F \\
 \times 3 \\
 \hline
 B \ C \ D \ E \ F \ A
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 A \ B \ C \ D \ E \ F \\
 \times 5 \\
 \hline
 F \ A \ B \ C \ D \ E
 \end{array}$$

这个六位数是_____。

5. 在下面的算式中，不同的汉字代表不同的数字，相同的汉字代表相同的数字。当算式成立时，

$$迎 + 春 + 杯 + 数 + 学 + 智 + 力 + 竞 + 赛 = ?$$

$$111111111 \div 赛 = 迎春杯数学智力竞赛$$

拔高训练

1. 下列竖式中的每个“奇”字代表1, 3, 5, 7, 9中的一个数, 每个“偶”字代表0, 2, 4, 6, 8中的一个数。为使算式成立, 求出它们所代表的数值。

$$\begin{array}{r}
 \text{偶 偶 奇} \overline{) \begin{array}{r} \text{奇 奇 奇 奇 奇} \\ \text{偶 奇 奇} \\ \hline \text{偶 奇 偶 奇} \\ \text{偶 奇 偶 奇} \\ \hline 0 \end{array}}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{偶 偶} \overline{) \begin{array}{r} \text{奇 奇 偶 偶} \\ \text{奇 偶 偶} \\ \hline \text{偶 偶} \\ \text{偶 偶} \\ \hline 0 \end{array}}
 \end{array}$$

2. 李芳芳家的电话号码是一个七位数, 把它前四位数组成的数与后三位数组成的数相加得 9063, 把它前三位数组成的数与后四位数组成的数相加得 2529, 你知道李芳芳家的电话号码是多少吗?



• 参 考 答 案 •

第 1 讲 加减法巧算

一、对应训练

1. 975 2. 2200 3. 138 4. 310 5. 125
6. 80 7. 1065 8. 1771 9. 179

二、变式训练

1. 1150 2. 100 3. 3905 4. 105
5. 855 6. 230 7. 187

三、拔高训练

1. 11094 2. 100 3. 550

第 2 讲 巧数图形

一、对应训练

1. $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ (条)
2. $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ (个)



3. 图 (1): $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ (个)

图 (2): $4 + 1 = 5$ (个)

4. 图 (1): $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ (个)

图 (2): $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ (个)

5. $4 \times 4 + 3 \times 3 + 2 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 9 + 4 + 1 = 30$ (个)

二、变式训练

1. $3 \times 4 + 1 = 13$ (条)

2. 图 (1): $(5 + 4 + 3 + 2 + 1) \times 2 = 30$ (个)

图 (2): $15 + 8 + 3 = 26$ (个)

3. 图 (1): $(3 + 2 + 1) \times 2 + 3 = 15$ (个)

图 (2): $9 + 3 + 1 = 13$ (个)

4. 图 (1): $2 + 2 + 2 = 6$ (个)

图 (2): $9 + 2 = 11$ (个)

三、拔高训练

1. $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45$ (张)

2. $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ (种)

3. $(5 + 4 + 3 + 2 + 1) \times 2 = 30$ (个)

第3讲 找规律

一、对应训练

1. (1) 14, 17, 等差是3。



- (2) 14, 12, 等差是 2。
- (3) 26, 37, 50, 差是奇数列 1, 3, 5, 7, 9。
- (4) 8, 13, 21, 每一项都等于它前面两项的和。
2. (1) 25, 16, 依次为 5, 4 的平方。
- (2) 56, 相邻两项的差依次是: $1^2, 2^2, 3^2, \dots$
- (3) 307, 前一项乘 3, 再依次减 1, 2, 3, 4 得到后一项。
3. (1) 6, 2, 3, 单数列是前一项减 3 等于后一项, 双数列是 2。
- (2) 5, 20, 6, 25, 单数列是自然数列, 双数列公差是 5。
- (3) 25, 0, 单数列相差是自然数列 3, 4, 5, 双数列相差是自然数列 2, 3, 4。
4. $1234 \times 9 + 5 = 11111$ $12345 \times 9 + 6 = 111111$
 $1234567 \times 9 + 8 = 11111111$
5. (1) 63, 5 (2) 18, 22 (3) 2

二、变式训练

1. (1) 16, 22, 29, 差是自然数列 1, 2, 3。
- (2) 31, 50, 每一项等于它前面两项的和。
- (3) 122, 365, 依次增加 $3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5$ 。
2. (1) 65, 129, 之间的差分别是 $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, \dots$
- (2) 125, 相邻两项的差依次是 4, 8, 16, 32。
- (3) 16, 18, 差是 3, 2 循环。

(4) 18, 17, 单数列、双数列之间的差都是 4。

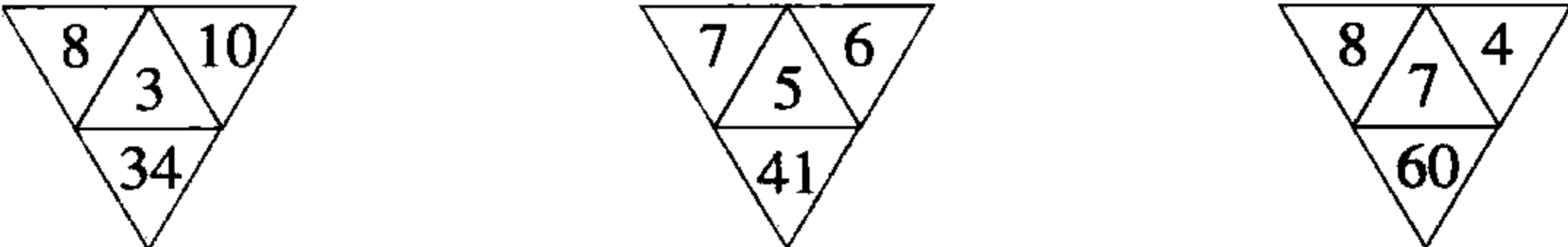
3. (1) 30, 42, 规律为 $1 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 4 \dots$

(2) 4, 5, 两项为一组 1, 2 2, 3 3, 4

(3) 16, 22, 相邻两数的差是自然数列 1, 2, 3, 4, ...

(4) 27, 60, 单数列公差是 5, 双数列公差是 15。

4. $273 \times (148) = 40404$ $(273) \times (259) = 70707$

5. 

三、拔高训练

1. 第 12 列的第 9 个数是 $11^2 + 1 + 8 = 130$, 依次写出即可。

2. 应填入的两行分别为: 5, 6, 7, 1, 2, 3, 4

4, 5, 6, 7, 1, 2, 3

第 4 讲 找规律填图形

一、对应训练

1. (1) 图中只有“○”，而且依次为 4 个，3 个，1 个，所以第 3 幅图中应该为 2 个“○”。

(2) 两个空格中都应填●。

2. ①的左图与④的左图相同，②的左图与⑤的左图相同，所以③的左图与⑥的左图也应相同，即③中左图应填



。①的右图与④的右图，②的右图与⑤的右图形



状相同，只是逆时针旋转了 90° ，将黑变成白，所以⑥中右图规律也一样：把③中右图逆时针转 90° ，黑变白，应为

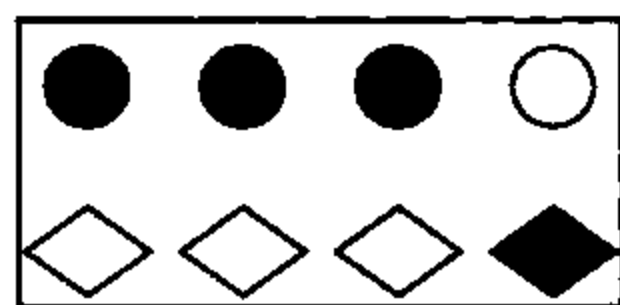
3. 应填

4. 从①可以知道，猴的对面不是猫，也不是狗，从②知道，猴的对面不是虎，从③可以看出，猴的对面不是兔，所以，猴的对面只能是鸡；由①可知，猫的对面不是猴，也不是狗，从②可知，猫对面不是虎，又由前面知道，猴的对面是鸡，则猫对面不是鸡，从而可知，猫的对面是兔，则狗的对面是虎。

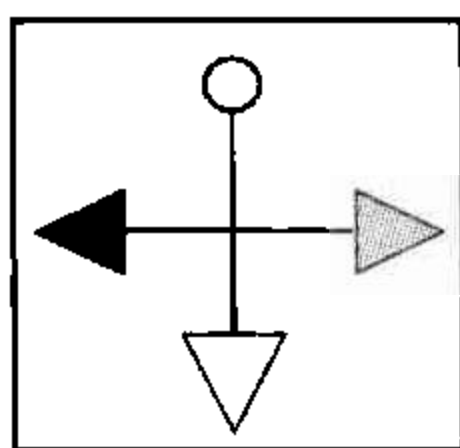
二、变式训练

1. (1) 上一行都是 4 个圆形涂黑的逐渐增加，白的逐渐减少，下一行都是 4 个菱形，涂黑的逐渐减少，

白的逐渐增加，因此，图④应为：



(2) 后一个图均是前一个图顺时针旋转 90° 得到的，所以图④应为：

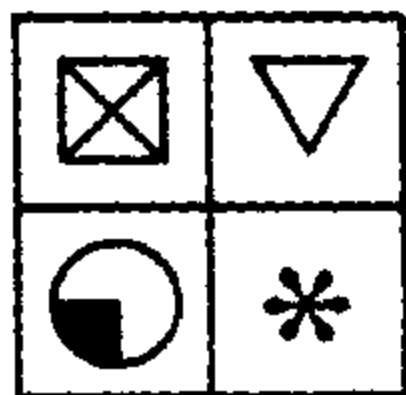


2. (1) (2)

3. ②是将小的每一个图形顺时针方向前进一格，并且把



图再顺时针转过 90° ，阴影的左边一半变为白色，所以④中图形为



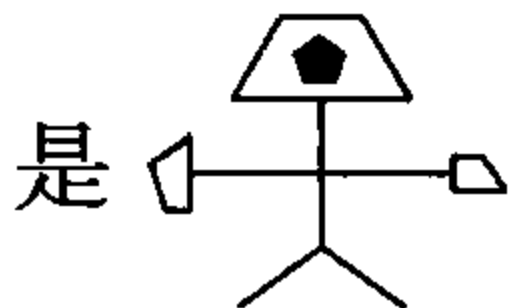
4. 每经过 12 个棋子，图形重复出现，因为 $99 = 12 \times 8 + 3$ ，所以第 99 个棋子与第 3 个棋子颜色相同，是白色，99 个棋子中共有白棋子 $6 \times 8 + 2 = 50$ （个）。
5. 由于有 11，15 则这 6 个连续整数是 10 ~ 15，或 11 ~ 16，如果是前一种情况，相对面上的两个数的和应当是 $10 + 15 = 25$ ，这与 11 与 14 不相对矛盾，因此，只能是后一种情况，这时 11 与 16 相对，12 与 15 相对，13 与 14 相对，总和为 $(11 + 16) \times 3 = 81$ 。

三、拔高训练

1. 如果第一个小三角形涂红色，那么每一行的尖向上的小三角形都涂红色，尖向下的小三角形都涂黄色，每行红色三角形比黄色三角形多 1 个，9 行共多 9 个。反之，黄色三角形比红色三角形多 9 个，所以红色三角形比黄色三角形多时，多 9 个。
2. 每一个“人”形图都由三部分组成：头、左手、右手，“头”的变化：一大图里放一个涂黑的小图，大图是前一个“人头”中的小图，且变大，变成空白图形。左手：是将“头”里面涂黑的小图形平均分成左、右两部分，取左边的一部分，并去掉涂色；右



手：是将“人头”中的大图形平均分成左、右两部分，取右边的一部分，并变小，所以第4幅图应该是



第5讲 一笔画问题

一、对应训练

1. 图(1)有4个奇点，不能一笔画出；

图(2)只有2个奇点，其余都是偶点，可以一笔画出；

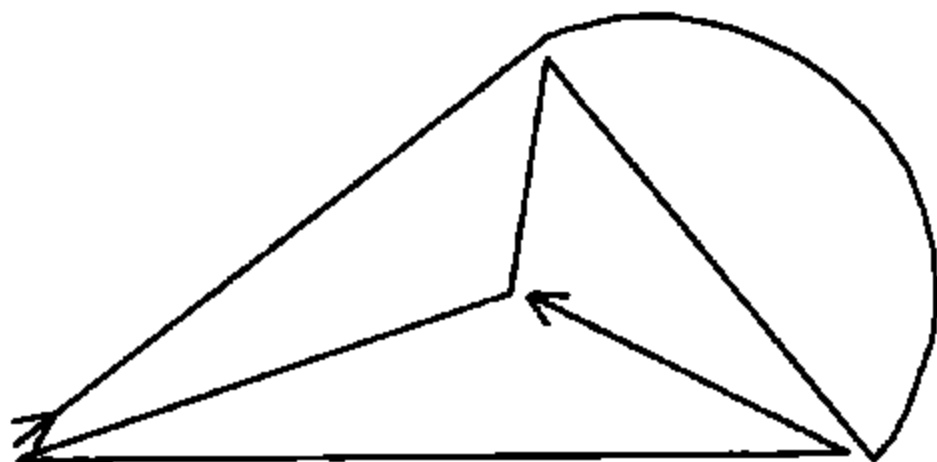
图(3)都是偶点，可以一笔画出；

图(4)有4个奇点，不能一笔画出。

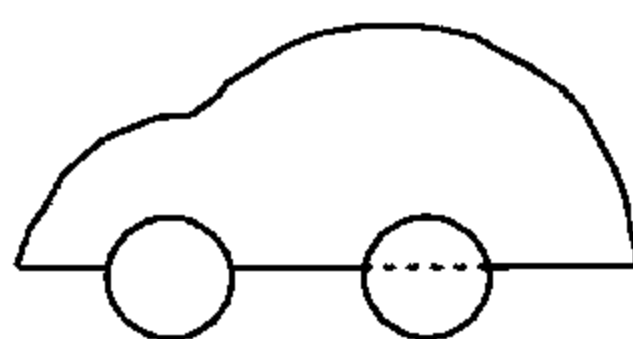
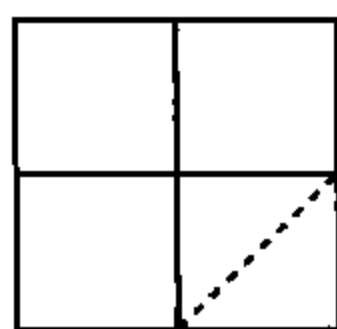
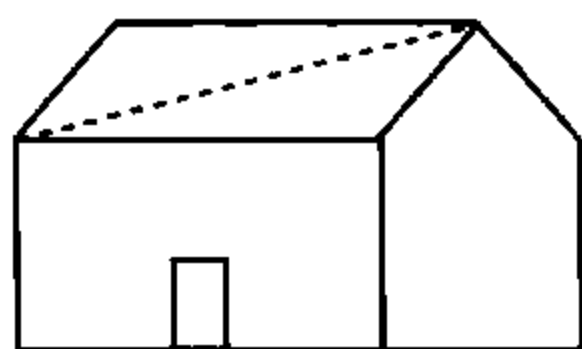
2. 图(1)都是偶点，可以一笔画出， $A \rightarrow B \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow A \rightarrow G \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow H \rightarrow A$ 。

图(2)只有两个奇点，可以一笔画出，但必须由奇点为起点，以奇点为终点， $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$ 。

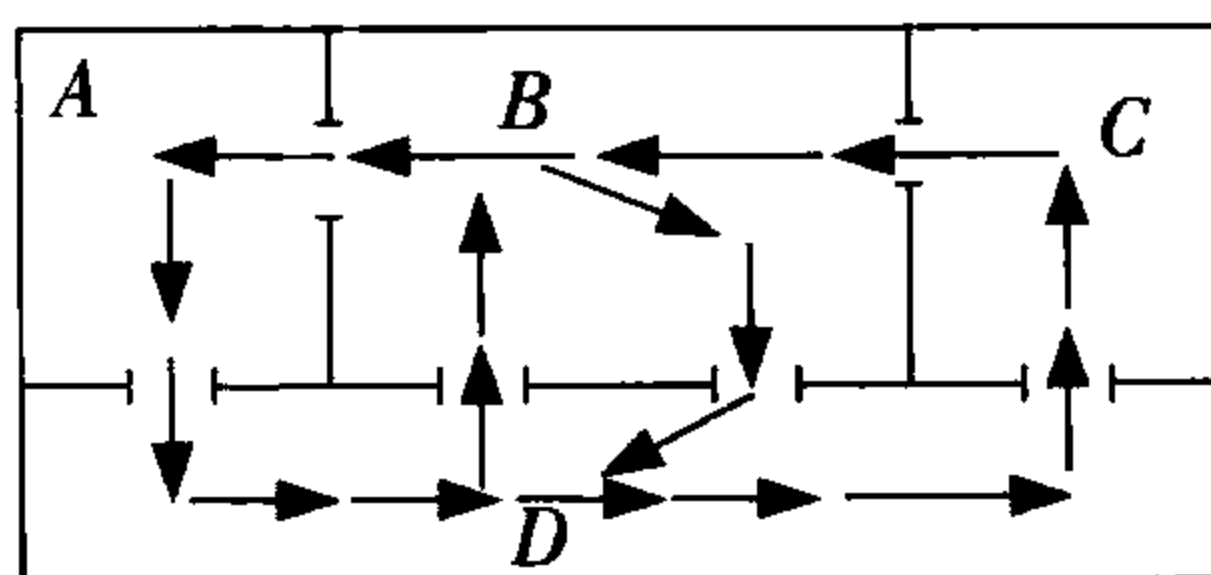
3. 蚂蚁想不重复地爬遍每条线段，是指判断此图是否可以一笔画出，图中只含有两个奇点，其余都是偶点，可以一笔画出，但必须以奇点为起点和终点。



4.

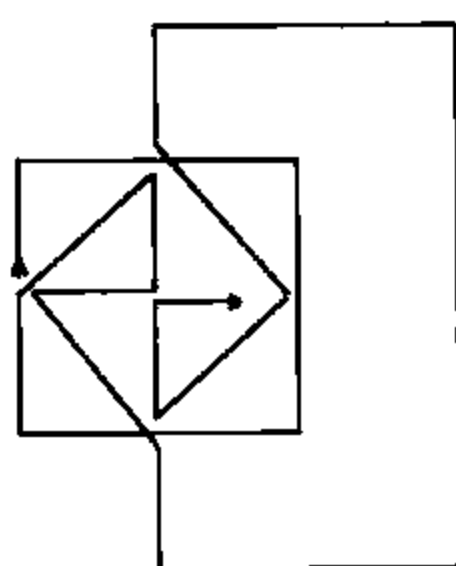
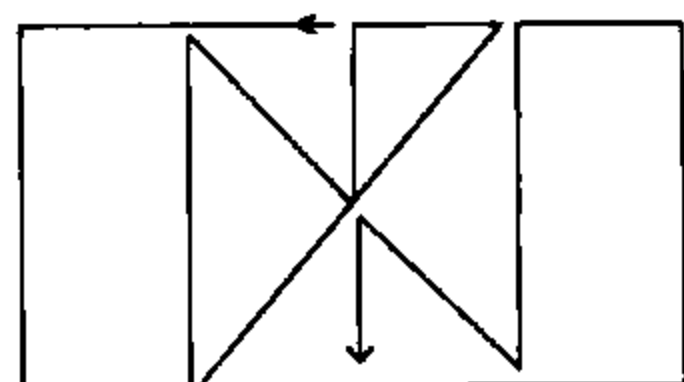


5. 把分割成的四个部分看做 4 个点，开口就是每个点之间的连线，观察 A 、 B 、 C 、 D 四个，都是偶数点，即能不重复走过。如图所示箭头走。



二、变式训练

1.



2. 图 (1) 和图 (2) 都至少需要 2 笔才能画出。

3.



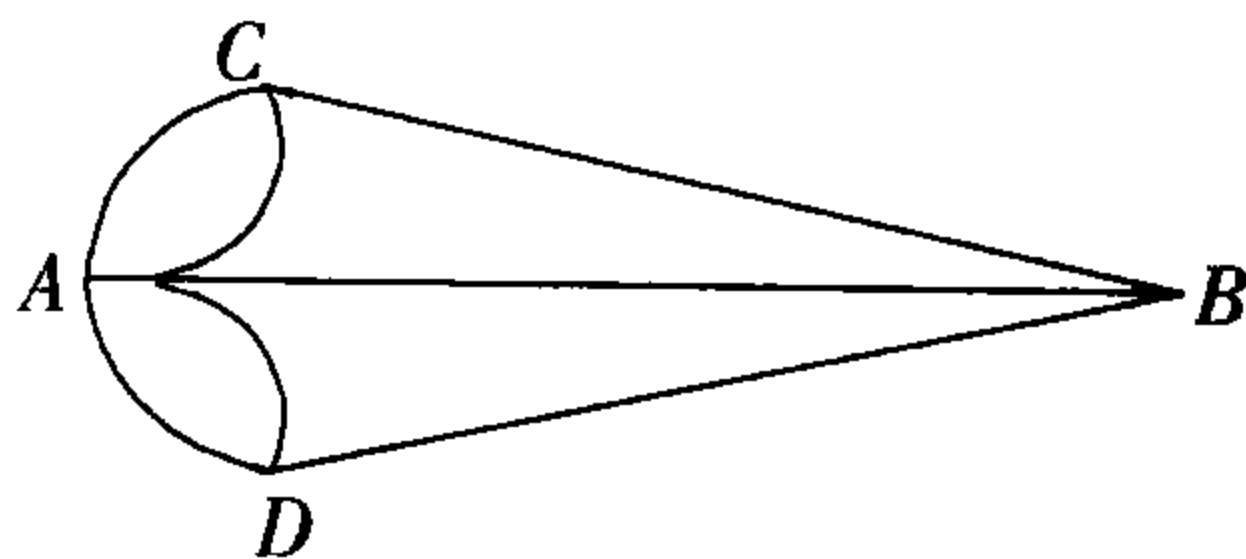
4. 可以，此图可以一笔画，也就可以一次连续剪下六个三角形和一个六边形。



5. 她可以实现这个想法，因为图中只有两个奇点，其余都是偶点，可以一笔画出，但必须以奇点为起点和终点，而小红家和少年宫正好位于图中的奇点处，所以可以实现这个想法。

三、拔高训练

1. 把 A 、 B 、 C 、 D 四个区域缩为四个点，把七座桥变成点间的七条线（如图所示），于是问题变成一笔画问题，图中有 A 、 B 、 C 、 D 四个奇点，所以不能一笔画出，即不能一次不重复地走遍所有的桥。



2. 图中有 4 个奇点，必须重复走过某些街道，这些街道应当是连结奇点的，而且尽可能地短， $B \rightarrow D$ 、 $E \rightarrow G$ 重复和 $B \rightarrow E$ 、 $D \rightarrow G$ 重复的路线一样长，设计最佳路线如下：

$$A \xrightarrow{2} C \xrightarrow{1} D \xrightarrow{2} B \xrightarrow{2} D \xrightarrow{2} G \xrightarrow{2} E \xrightarrow{2} G \xrightarrow{1} H \xrightarrow{2} F \xrightarrow{1} E \xrightarrow{2} B \xrightarrow{1} A$$

解： $2 \times 8 + 1 \times 4 = 20$ （千米）


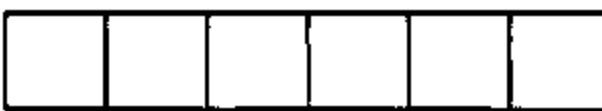

答：最佳路线的路程是 20 千米。

第6讲 巧求周长

一、对应训练

1. 直接测量楼梯的高度与它的长度，然后再加起来。
2. 他们一起到书店，他们都走了 $110 + 200 = 310$ （米）。
3. $10 \div 2 \times 4 = 20$ （厘米）
4. $3 \times 4 \times 4 = 48$ （厘米）
5. $12 \times (2 \times 2) = 48$ （厘米）


二、变式训练

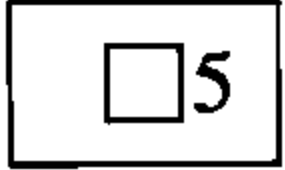
1. $(2 \times 4 + 2 \times 2) \times 2 + 2 \times 2 = 28$ （厘米）
2. 剪成三个同样大小的长方形，如图  每个长方形的长就是大正方形的边长 48 厘米，每个长方形的宽是 $48 \div 3 = 16$ （厘米），所以每个长方形的周长是 $(48 + 48 \div 3) \times 2 = 128$ （厘米）。
3. $(3 \times 3 + 2 \times 2) \times 2 = 26$ （厘米）
4. $8 \times (2 \times 2) + 6 \times 2 = 44$ （分米）
5.  这种拼法公共边最少，则周长最长： $3 \times 4 \times 6 - 10 \times 3 = 42$ （厘米）。  这种拼法公共边最多，则周长最短： $3 \times 4 \times 6 - 14 \times 3 = 30$ （厘米）

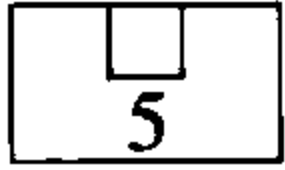


三、拔高训练

1. 有三种剪法:

(1)  $(10 + 8) \times 2 = 36$ (厘米)

(2)  $(10 + 8) \times 2 + 5 \times 4 = 56$ (厘米)

(3)  $(10 + 8) \times 2 + 5 \times 2 = 46$ (厘米)

2. 因为 $(EF + BE) \times 2 = 100$ (厘米) 即 $EF + BE = 50$ 厘米,
又因为 $AE = EF$, 则 $AE + EB = 50$ (厘米), 即 $AB = 50$
(厘米)。

第7讲 和差问题

一、对应训练

1. 男生人数: $(40 + 4) \div 2 = 22$ (人)

女生人数: $(40 - 4) \div 2 = 18$ (人)

2. 大数: $(9 + 3) \div 2 = 6$ 小数: $9 - 6 = 3$

这个两位数是 63 或 36

3. 哥哥年龄: $(15 \times 2 + 4) \div 2 = 17$ (岁)

弟弟年龄: $17 - 4 = 13$ (岁)

4. 姐姐年龄: $(29 + 3) \div 2 = 16$ (岁)

妹妹年龄: $(29 - 3) \div 2 = 13$ (岁)

5. 小明与小华相差的本数: $4 \times 2 = 8$ (本)



小明的本数： $(28 + 8) \div 2 = 18$ （本）

小华的本数： $(28 - 8) \div 2 = 10$ （本）

6. 长与宽的和只是周长的一半，为 $50 \div 2 = 25$ （厘米）

长： $(25 + 5) \div 2 = 15$ （厘米）

宽： $25 - 15 = 10$ （厘米）

二、变式训练

1. 两人年龄差： $14 - 10 = 4$ （岁）

小红的年龄： $(60 + 4) \div 2 = 32$ （岁）

小丽的年龄： $60 - 32 = 28$ （岁）

2. 两个连续偶数的差应为 2。

大的偶数： $(90 + 2) \div 2 = 46$

小的偶数： $90 - 46 = 44$

3. 现在两班相等时的总人数： $80 - 5 + 3 = 78$ （名）

现在各班人数： $78 \div 2 = 39$ （名）

甲班原来人数： $39 + 5 = 44$ （名）

乙班原来人数： $39 - 3 = 36$ （名）

4. 甲桶： $(36 \times 2 + 18) \div 2 = 45$ （升）

乙桶： $45 - 18 = 27$ （升）

5. 现在车上乘客总人数： $48 - 20 + 8 = 36$ （人）

现在车上男乘客人数： $(36 + 6) \div 2 = 21$ （人）

现在车上女乘客人数： $21 - 6 = 15$ （人）

三、拔高训练

1. 第三段长度： $(90 + 3 + 3 + 3) \div 3 = 33$ （米）



第二段长度： $33 - 3 = 30$ （米）

第一段长度： $30 - 3 = 27$ （米）。

2. 因为（1）班的1名学生调到（2）班，两班人数相等，所以（1）班比（2）班多 $1 + 1 = 2$ （人），（2）班的1名学生调到（3）班，（3）班人数比（2）班多2人，说明原（3）班人数与（2）班人数一样多。因此，（1）班比（3）班多2人。

第8讲 和倍问题

一、对应训练

- 乙： $96 \div (2 + 1) = 32$ （吨）
甲： $32 \times 2 = 64$ （吨）
- 第二袋剩下： $(67 + 53) \div (2 + 1) = 40$ （千克）
应拿出： $53 - 40 = 13$ （千克）
- 丙： $270 \div (1 + 3 + 3 \times 2) = 27$
乙： $27 \times 3 = 81$
甲： $27 \times 6 = 162$
- 科幻书的本数： $(42 + 2) \div (3 + 1) = 11$ （本）
故事书的本数： $11 \times 3 - 2 = 31$ （本）
- 橘子重量增加3千克，正好是苹果的3倍，香蕉重量减少2千克，正好是苹果的2倍，则总和为 $53 + 3 - 2 = 54$ （千克），一共 $1 + 3 + 2 = 6$ 倍，所以

苹果： $(53 + 3 - 2) \div (1 + 3 + 2) = 9$ （千克）

橘子： $3 \times 9 - 3 = 24$ （千克）

二、变式训练

1. 除数： $260 \div (9 + 1) = 26$ 被除数： $26 \times 9 = 234$

2. $(72 + 48) \div (3 + 1) = 30$ （吨） $72 - 30 = 42$ （吨）
 $42 \div 3 = 14$ （分钟）

3. $(18 + 14) \div (5 - 1) = 8$ （千克） $8 + 18 = 26$ （千克）

4. 甲比乙多2倍就是甲的钱数是乙的3倍，

后来乙的钱： $(10 + 14) \div (3 + 1) = 6$ 元

给甲的钱： $14 - 6 = 8$ （元）

5. 第一段： $(240 + 20) \div (1 + 1 + 2) = 65$ （米）

第二段： $65 - 20 = 45$ （米）

第三段： $65 \times 2 = 130$ （米）

6. 除数： $(249 - 9) \div (9 + 1) = 24$

被除数： $249 - 9 - 24 = 216$

三、拔高训练

1. 以丙的年龄为1倍，乙的年龄加上2岁正好是丙的2倍，甲的年龄减3岁正好是乙的2倍，即是丙的4倍，

丙： $[109 + 2 + (2 \times 2 - 3)] \div (1 + 2 + 2 \times 2) = 16$ （岁）

乙： $16 \times 2 - 2 = 30$ （岁）

甲： $30 \times 2 + 3 = 63$ （岁）



2. 丙最小, 丁是丙的 $2 \times 2 = 4$ 倍, 乙少 2 岁是丙的 2 倍, 甲加 2 岁是丙的 2 倍。

$$\text{丙: } (549 - 2 + 2) \div (1 + 2 + 2 + 4) = 61$$

$$\text{甲: } 61 \times 2 - 2 = 120$$

$$\text{乙: } 61 \times 2 + 2 = 124$$

$$\text{丁: } 61 \times 4 = 244$$

第 9 讲 差倍问题

一、对应训练

1. 闹钟单价: $105 \div (8 - 1) = 15$ (元)
手表单价: $15 \times 8 = 120$ (元)
2. 下层: $(20 \times 2) \div (3 - 1) = 20$ (本)
上层: $20 \times 3 = 60$ (本)
总本数: $20 + 60 = 80$ (本)
3. 书法小组人数: $(98 - 8) \div (4 - 1) = 30$ (人)
科技小组人数: $30 \times 4 = 120$ (人)
4. 小刚现在的朵数: $(16 + 24) \div (5 - 1) = 10$ (朵)
小强现在的朵数: $10 \times 5 = 50$ (朵)
小刚原来的朵数: $10 + 16 = 26$ (朵)
小强原来的朵数: $50 - 24 = 26$ (朵)
5. $(3 \times 2 + 1 \times 2) \div (3 - 1) = 4$ (本)
弟弟: $4 + 1 = 5$ (本)

哥哥： $5 + 3 \times 2 = 11$ （本）

二、变式训练

1. $(30 - 4) \div (2 - 1) = 26$ （岁） $26 \times 2 = 52$ （岁）

2. 第二筐： $(300 \times 2 + 60) \div (5 - 1) = 165$ （个）

第一筐： $165 \times 5 = 825$ （个）

3. $(200 - 150) \div (2 - 1) = 50$ （辆）； $150 - 50 = 100$ （辆）

4. $(18 - 8) \div (2 - 1) = 10$ （棵）， $10 + 18 = 28$ （棵）

5. 圆珠笔： $(13 + 3) \div (2 - 1) = 16$ （支）

钢笔： $16 + 3 = 19$ （支）

三、拔高训练

1. 小明的彩纸张数： $(10 \times 2 + 30) \div (3 - 1) = 25$ （张）

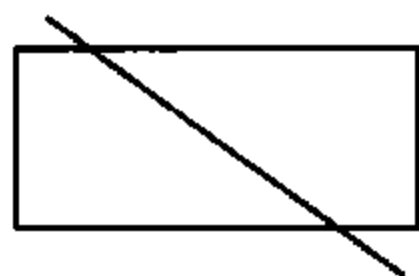
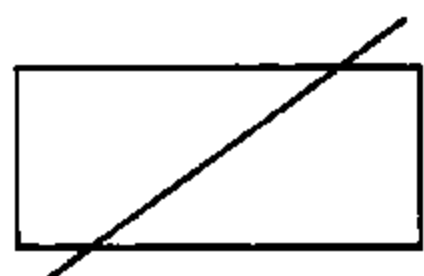
小东的彩纸张数： $25 + 10 \times 2 = 45$ （张）

2. $(3000 - 1000) \div (21 - 1) = 100$

第 10 讲 图形的拼剪

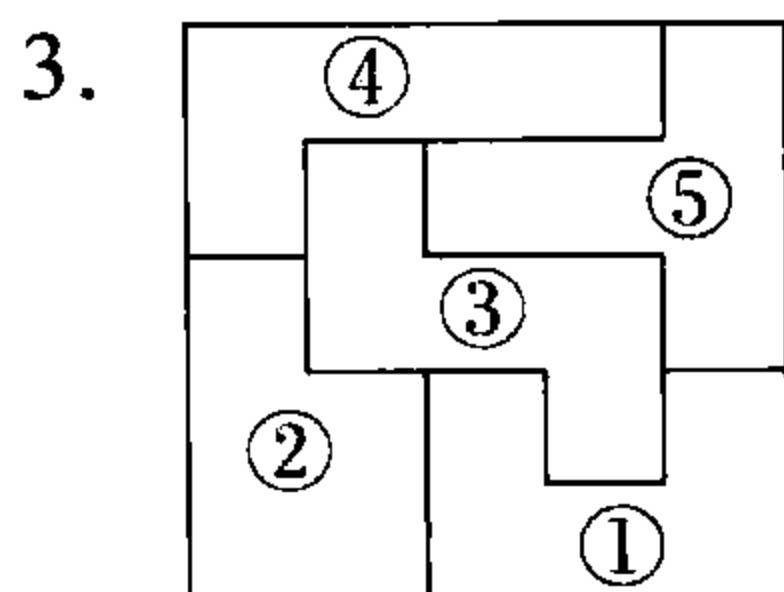
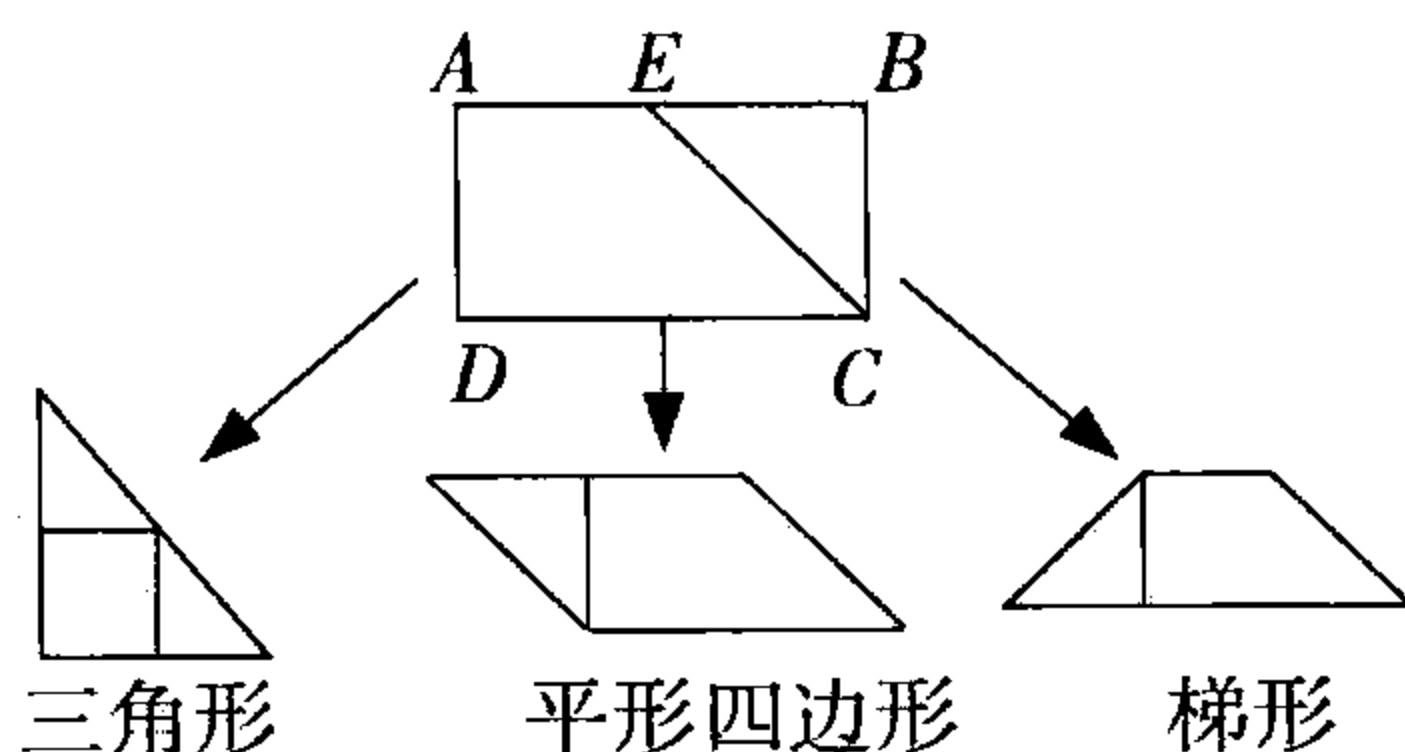
一、对应训练

1. 从对称入手，有无数种分法，通过实验可以得出结论：凡是通过两条对角线交点（即长方形的中心）的线段，都能把长方形平均分成两份。

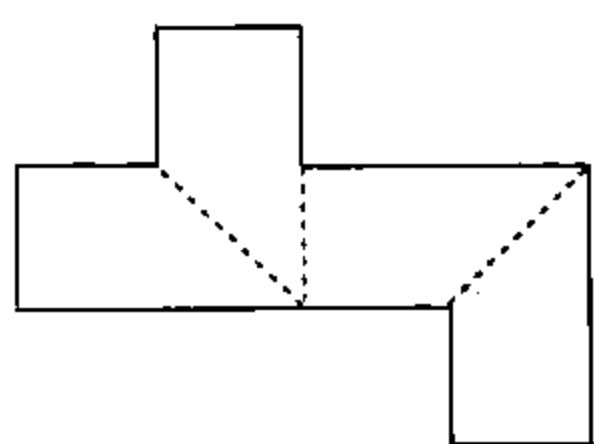




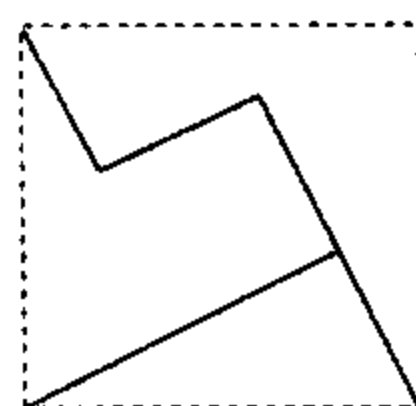
2. 可以过（如下图所示） AB 中点 E 和 C 作一条直线，将长方形截成一个直角三角形和一个直角梯形，拼法如下：



4. 从对称入手，如右图。

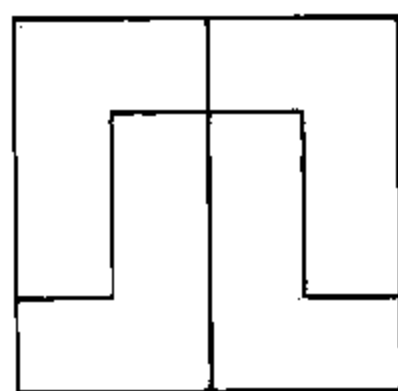


- 5.



二、变式训练

1. 方法不唯一，如右图。

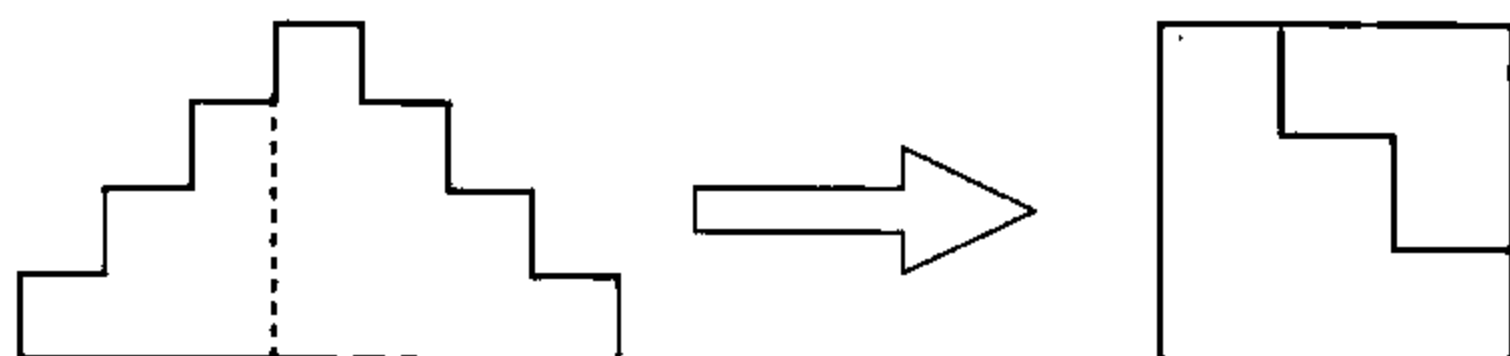


2. 先将两组这样的图形拼成一个 2×5 的矩形，再将 5 个这样的 2×5 的矩形拼成 5×10 的矩形，然后把两

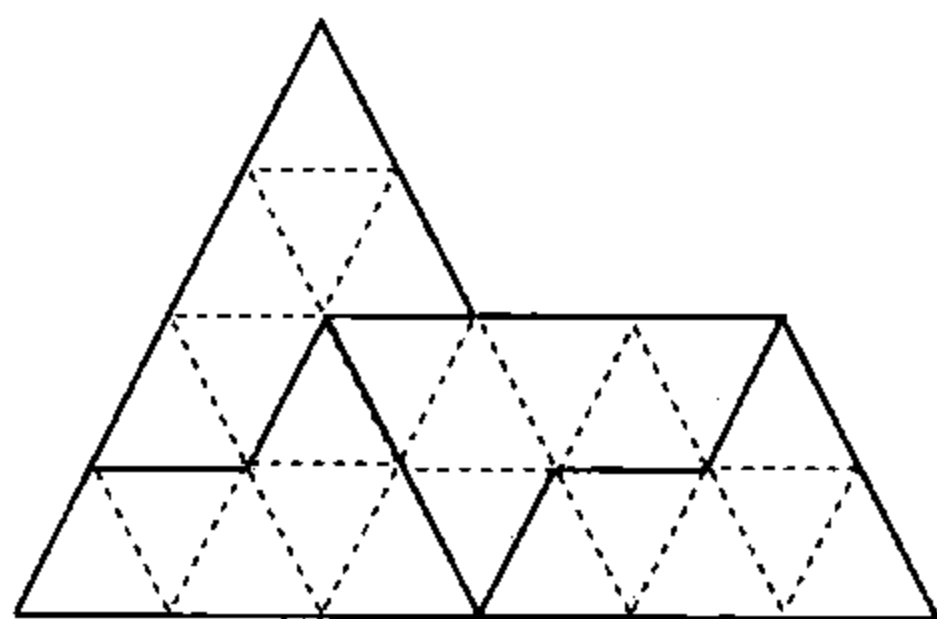


个 5×10 的矩形再拼成一个 10×10 的正方形。最少需要 20 组这样的小图形，才能拼成一个正方形。

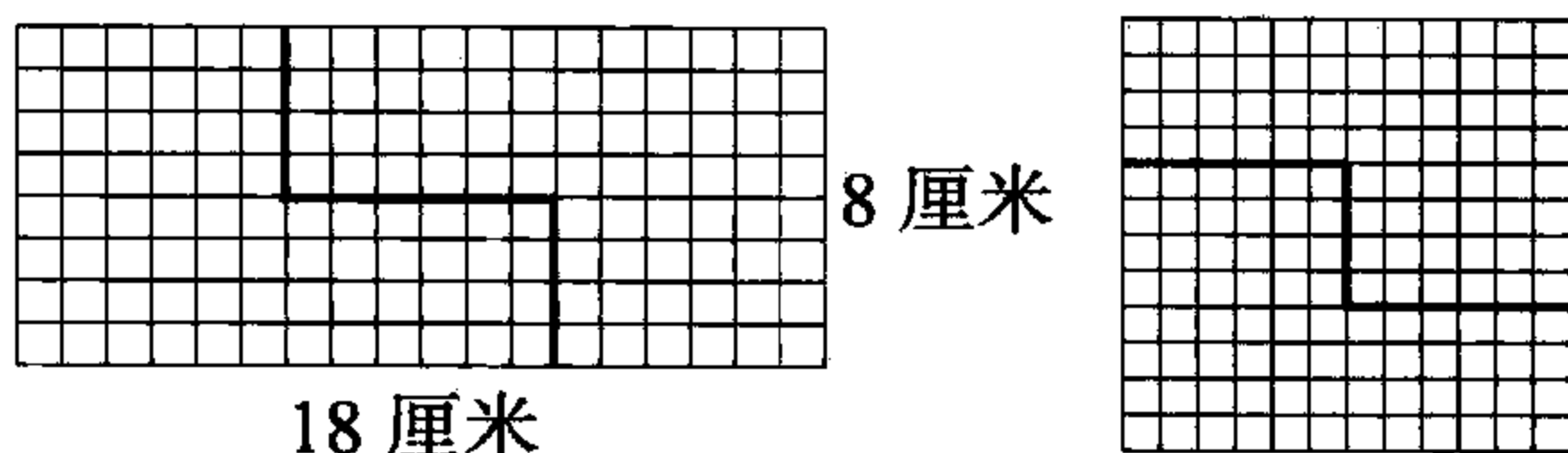
3. 共 16 平方厘米，拼成的正方形，边长只能是 4 厘米。



4.



5.



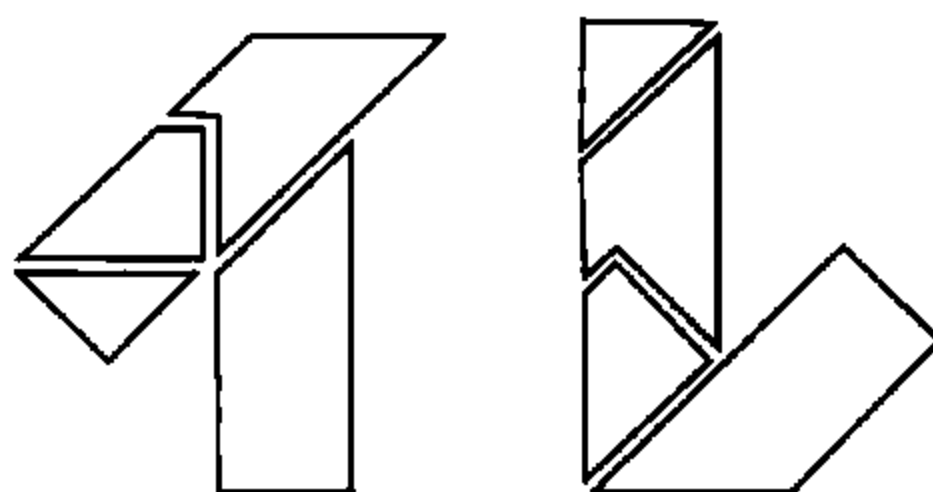
$$18 \times 8 = 144 \text{ (平方厘米)}$$

三、拔高训练

1.

0	2	0	0	8	2
8	2	0	8	0	0
8	2	0	8	0	0
0	2	0	0	8	2

2.





第11讲 植树问题

一、对应训练

1. (1) $90 \div 3 + 1 = 31$ (盆)
(2) $90 \div 3 = 30$ (盆)
(3) $90 \div 3 - 1 = 29$ (盆)
2. 先算出路一边放的个数, 再乘2 算出两边的个数。
 $(600 \div 20 - 1) \times 2 = 58$ (个)
3. $2 \times 10 = 20$ (米)
4. $5 \times (4 - 1) = 15$ (分钟)
5. $(5 - 1) \times [(16 - 1) \div (4 - 1)] + 1 = 21$ (层)

二、变式训练

1. 15 人有 14 个间隔, $(15 - 1) \times 1 = 14$ (米)
2. $62 \div 2 = 31$ (盆) $2 \times (31 - 1) = 60$ (米)
3. 先求出从 1 楼到 6 楼一共需要几秒, 再减去 26 秒就是还要用的时间: $26 \div (3 - 1) \times (6 - 1) - 26 = 39$ (秒)
4. 牡丹: $180 \div 6 = 30$ (株)
菊花: $2 \times 30 = 60$ (株)
 $6 \div (4 - 1) = 2$ (米)
5. 四周栽的棵数: $(40 \div 4 + 1) \times 2 + (40 \div 5 - 1) \times 2 = 36$ (棵)
中间内部栽的棵数: $(40 \div 4 + 1) \times (40 \div 5 + 1) = 99$ (棵)



三、拔高训练

1. 看成在线段两端都植树的问题来解决。

$$6 \div (3 - 1) = 3 \text{ (秒)} \quad 3 \times (9 - 1) = 24 \text{ (秒)}$$

2. 此题是植树问题的递解题目。

入场式队列的行数： $125 \div 5 = 25 \text{ (行)}$

队伍全长： $2 \times (25 - 1) = 48 \text{ (米)}$

通过主席台所走的路程： $48 + 32 = 80 \text{ (米)}$

所需时间： $80 \div 40 = 2 \text{ (分钟)}$

第 12 讲 盈亏问题

一、对应训练

1. $(20 + 6) \div (5 - 3) = 13 \text{ (个)}$

$$13 \times 3 + 20 = 59 \text{ (块)}$$

2. 人数： $(12 - 6) \div (3 - 2) = 6 \text{ (人)}$

书的本数： $2 \times 6 + 12 = 24 \text{ (本)}$

3. 班级数： $(136 - 32) \div (48 - 40) = 13 \text{ (个)}$

课外读物的本数： $48 \times 13 - 136 = 488 \text{ (本)}$

4. $16 \times 3 \div (16 - 10) = 8 \text{ (个)}$, $8 \times 10 = 80 \text{ (粒)}$

5. $(40 \times 2 + 50 \times 4) \div (50 - 40) = 28 \text{ (分)}$

$$40 \times (28 + 2) = 1200 \text{ (米)}$$



二、变式训练

1. 苹果价钱: $(4 + 2) \div (6 - 3) = 2$ (元)
妈妈带的钱数: $2 \times 3 + 2 = 8$ (元)
2. 班级个数: $(30 - 10) \div (55 - 50) = 4$ (个)
人数: $55 \times 4 - 30 = 190$ (人)
3. 行数: $(7 - 2) \div (9 - 8) = 5$ (行)
人数: $8 \times 5 - 2 = 38$ (人)
4. 井深: $(4 \times 2 + 2 \times 3) \div (3 - 2) = 14$ (米)
绳长: $14 \times 3 - 2 \times 3 = 36$ (米)
5. 小朋友人数: $(30 + 12) \div (4 - 2) = 21$ (位)
苹果个数: $21 \times 2 + 30 = 72$ (个)

三、拔高训练

1. 10元面值的人民币: $(500 - 5 \times 60) \div (10 - 5) = 40$ (张)
5元面值的人民币: $60 - 40 = 20$ (张)
2. 三好学生人数: $(4 + 2 \times 2 + 12 - 2) \div (6 - 4) = 9$ (名)
铅笔支数: $2 \times 4 + (9 - 2) \times 2 + 4 = 26$ (支)

第13讲 年龄问题

一、对应训练

1. $72 + 6 \times 3 = 90$ (岁)
2. $6 - (38 - 6) \div (9 - 1) = 2$ (年)

3. $5 + 3 + 2 = 10$

王刚现在年龄： $(10 + 4) \div (3 - 1) = 7$ （岁）

李东现在年龄： $7 + 10 = 17$ （岁）

4. $(36 - 3) \div 3 = 11$ （岁）

小熊现在： $3 + 11 = 14$ （岁）

老熊现在： $14 + 11 = 25$ （岁）

5. 因为 $71 - 8 \times 3 = 47$ （岁）， $47 < 49$ ，所以 8 年前小强还没有出生。

今年小强是 $8 - (49 - 47) = 6$ （岁）

爸爸是 $(71 - 6 + 3) \div 2 = 34$ （岁）

妈妈是 $34 - 3 = 31$ （岁）

二、变式训练

1. $(43 - 3) \div 4 + 3 = 13$ （岁）

2. $(26 - 26 \div 13) \div (7 - 1) \times 7 - 26 = 2$ （年）

3. 4 年前女儿的年龄： $(56 - 4 \times 2 - 4 \times 2) \div (3 + 1) = 10$ （岁）

妈妈今年的年龄： $10 \times 3 + 4 = 34$ （岁）

4. 女儿年龄： $(66 + 6) \div (3 + 1) = 18$ （岁）

母亲的年龄： $18 \times 3 - 6 = 48$ （岁）

5. 小松今年的年龄： $27 \div (4 - 1) = 9$ （岁）

小松长到 15 岁需过的年数： $15 - 9 = 6$ （年）

三、拔高训练

1. 平均 34 岁时三人年龄和： $34 \times 3 = 102$ （岁），今年三



人年龄和： $7 + 71 = 78$ （岁），相差： $102 - 78 = 24$ （岁），综合算式： $34 \times 3 - (7 + 71) = 24$ （岁）， $24 \div 3 = 8$ （年）

2. 小王、小张的年龄： $(90 + 2 - 5 + 1) \div 4 = 22$ （岁）

小李的年龄： $22 - 2 = 20$ （岁）

小杨的年龄 $22 + 5 - 1 = 26$ （岁）

第14讲 简单推理

一、对应训练

1. 星期二。
2. 芳芳不喜欢穿红的，也不喜欢花的，所以芳芳穿的是白色的裙子，梅梅不喜欢红色的裙子，所以穿红色裙子的是红红，剩下穿花裙子的是梅梅。
3. 因为甲不喜欢体育，只能选音乐或美术，乙不会画画，只能选体育或音乐；丙是领唱，所以选音乐，那么甲选美术，乙选体育。
4. $\bigcirc = 2$ $\square = 8$
5. 从图中看出， B 必定是第2名，第3名只可能是 A 、 B 两人，因 B 是第2名，所以 A 是第3名，又因第1名只可能是 A 、 C 两人，所以 C 是第1名，第5名只可能是 C 、 D 两人，因而 D 是第5名，第4名又只可能是 E 、 D 两人，所以 E 是第4名。五人名次排列为：

C 、 B 、 A 、 E 、 D 。

名次 预测人	1	2	3	4	5
甲			B		C
乙				E	D
丙	A			E	
丁	C	B			
戊			A	D	

二、变式训练

- 如果 5 天都是星期三，日期之和是 $17 \times 5 = 85$ ，1 个星期一，和减少 2，1 个星期四，和增加 1，所以 5 天的日期的和是 $17 \times 5 - 2 + 1 = 84$
- 哥哥看到弟弟的红帽子，不能立刻判断自己戴什么颜色的帽子，弟弟看到哥哥戴白帽子，因为一共有两顶红的，一顶白的，所以自己一定戴红帽子，所以弟弟先猜到。
- 从①②看 D 的对面不是 A 、 B 、 E 、 F ，只能是 C ，从①③看 B 的对面不是 A 、 C 、 D 、 E ，只能是 F ，从②③看 A 的对面不是 B 、 C 、 D 、 F ，只能是 E ，所以 D 对面是 C ， B 对面是 F ， A 对面是 E 。
- 小王喜欢生物且出生在重庆，小李喜欢物理且出生在上海，小刘喜欢数学且出生在武汉。
- 31 里面有 2 个 \square 和 3 个 \star ，43 里有 4 个 \star 和 3 个 \square ，用 43 减去 31 得到 $\square + \star = 12$ ，那么 $\square + \square + \star + \star$



$$= 12 \times 2 = 24, \text{ 所以, } \star = 31 - (43 - 31) \times 2 = 7, \square = 43 - 31 - 7 = 5$$

三、拔高训练

1. A 比了 3 场, 即 A 和 B 、 A 和 C 、 A 和 D 都举行过比赛, 又因为 B 赛过了 2 场, B 与 A 已赛过一场, 如果 B 再与 D 进行一场, 那么 D 进行过的比赛就已经超过了 1 场, 所以 B 只能再与 C 比赛一场, 从而知道, C 进行了 2 场比赛。
2. 由图可以看出: 当一个菠萝换成一个梨后, 桃子少了 3 个。由条件 (2) 可以得出: 2 个梨 = 4 个桃, 那么 1 个梨 = 2 个桃, 把条件 (1) 中的梨换成桃, 得出 1 个菠萝 + 2 个桃 = 7 个桃, 则 1 个菠萝 = 5 个桃的重量, 1 个菠萝重 300 克, 5 个桃子的重量就是 300 克, 那么 1 个桃子的重量 = $300 \div 5 = 60$ (克), 那么 1 个梨的重量 = 2 个桃子的重量 = $60 \times 2 = 120$ (克)。

第 15 讲 神奇的火柴棒

一、对应训练

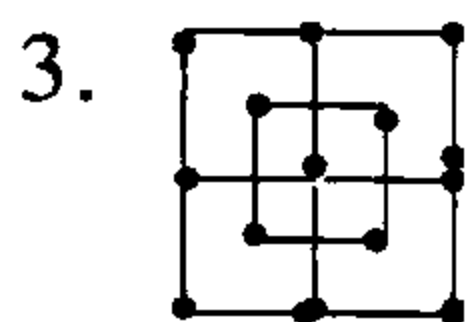
$$1. (1) \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 5 & - & 3 & = & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 4 & + & 7 & = & 11 \\ \hline \end{array}$$

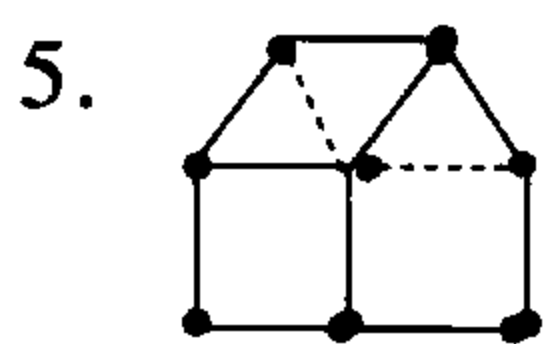
$$(2) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 7 & \times & 2 & - & 12 & = & 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 12 & - & 11 & + & 1 & = & 2 \\ \hline \end{array}$$



2. $Z \mid - \mid - Z Z = 4$



4. $Z \mid = 7 + \mid 4$



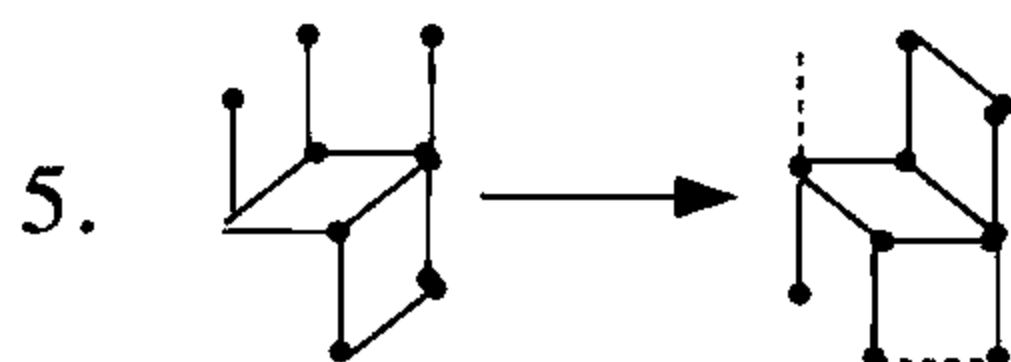
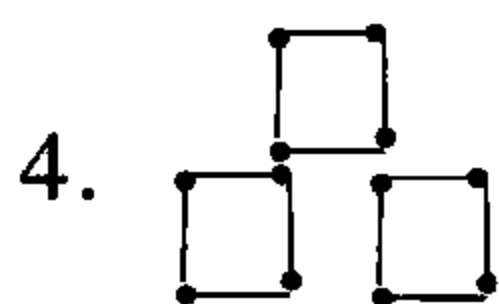
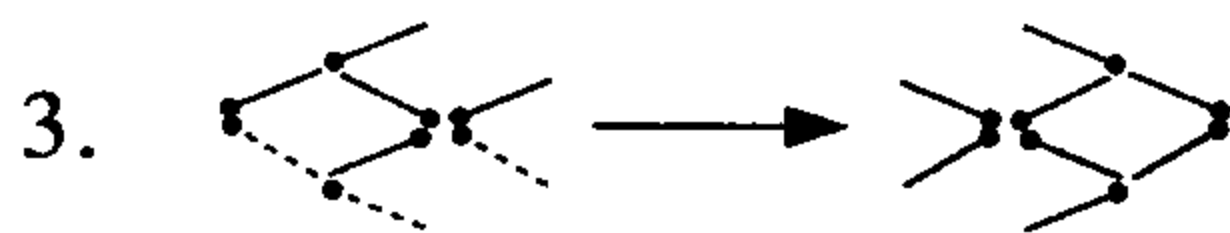
二、变式训练

1. $15 + 2 = 17$ $55 + 3 = 58$

2. $19 \times 7 = 133$

$86 - 63 = 23$

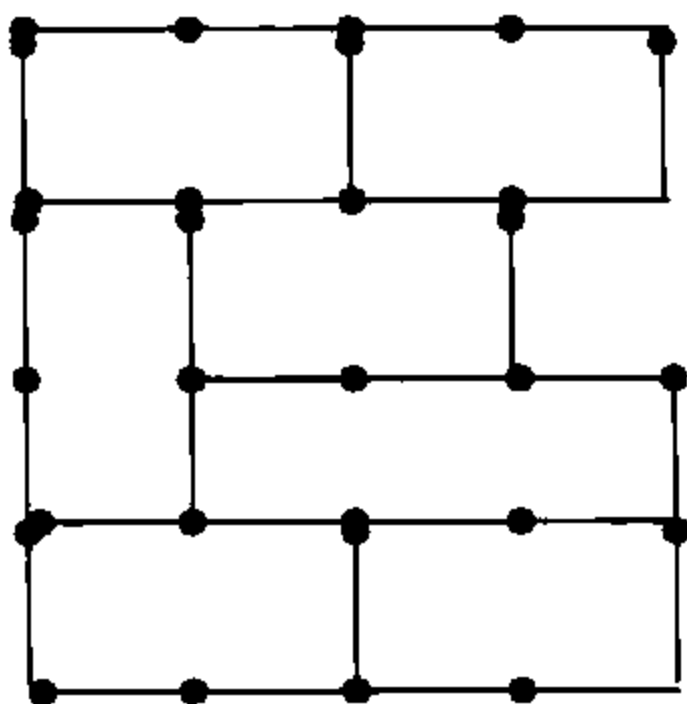
$33 - 31 < 82$





三、拔高训练

1.



2. 略

第 16 讲 时间巧安排

一、对应训练

1. 起床后 18 分钟就能上学了，起床后先烧开水，需要 10 分钟，在这 10 分钟内刷牙洗脸 4 分钟，吃早饭 5 分钟，这样共用 10 分钟时间，然后再读书 8 分钟，一共 18 分钟。
2. 最少需要 5 分钟。先放第一、二两个烙第一面需 2 分钟后，拿下第一个，把第二个翻过来，放上第三个，1 分钟后拿下第二个，放上第一个，再过 1 分钟，拿下第一个，把第三个翻过来，再过 1 分钟拿下第三个。
3. 加油顺序从少到多：乙→丙→甲
最少用时： $5 + (5 + 6) + (5 + 6 + 8) = 35$ （分钟）
4. $2 \times (10 \times 1 + 20 \times 2) \times 100 = 10000$ （元）



5. $(2+1) + (6+2) + 2 = 13$ (分钟)

二、变式训练

1. $2+2+4+4=12$ (分钟)
2. 共花 5 分钟, 小红先依次放上第一到第四个饼, 烙 2 分钟然后拿下第三、四两个饼, 把第一、二两个饼翻过去, 加上五、六两个饼, 烙 1 分钟, 然后取下一、二两个饼, 放上三、四两个饼再烙 1 分钟。然后把五、六两个饼翻过去, 接着烙 1 分钟。
3. 顺序为丙、甲、乙, 最少时间是 20 分钟。
4. 设在 B 点学校门口, 最符合要求。
5. 甲理发师理三位, 分别是 10 分钟→15 分钟→24 分钟, 乙理发师理两位, 分别是: 12 分钟→20 分钟, 共用时间: $10+12+(10+15)+(12+20)+(10+15+24)=128$ (分)

三、拔高训练

1. $(3+1) + (6+2) + 2 = 14$ (分钟)
2. 先清运垃圾, 后清运石头, 省 2 小时。

第 17 讲 巧求面积

一、对应训练

1. $55 \times 55 = 3025$ (平方厘米)



2. $400 \div 4 = 100$ (米) $100 \times 100 = 10000$ (平方米)

3. $4 \times 2 + 3 \times 1 = 11$ (平方厘米)

4. $(70 \div 7) \times (70 \div 5) = 140$ (平方厘米)

5. $1 \times 8 \times 2 + 1 \times 1 = 17$ (平方分米)

二、变式训练

1. $8 \times (10 - 8) = 16$ (平方厘米)

2. $(40 + 20) \times 2 \div 4 = 30$ (米) $30 \times 30 = 900$ (平方米)

3. $(10 \div 2) \times (18 \div 3) = 30$ (平方厘米)

4. 解法不唯一，通过割补解： $4 \times 4 \div 2 = 8$ (平方厘米)

三、拔高训练

1. $15 \times (50 \div 25) = 30$ (平方厘米)，观察图可看出：长方形③和长方形②的长相等，而长方形③的面积是长方形②的面积 $50 \div 25 = 2$ 倍，同理，阴影部分的面积也应是长方形①的 2 倍，由此可算出阴影部分面积。

2. $9 \times 6 - 5 \times 5 = 29$ (平方厘米)，求阴影部分面积的差，也就是求长方形和正方形面积的差，因为 $(9 \times 6 - \text{重叠部分}) - (5 \times 5 - \text{重叠部分}) = 9 \times 6 - 5 \times 5$ ，即被减数和减数减去同一个数，差不变，这是依据减法的性质。

第18讲 数学游戏

一、对应训练

1. $36 \div 2 \div 2 = 9$ (厘米) $20 - 1 - 1 = 18$ (天)
2. 绳子五折测井, 井外余3米。 $3 \times 5 = 15$ (米), 即井外绳子总长是15米。绳子七折测井, 井外余1米, $1 \times 7 = 7$ (米), 即井外绳子总长是7米, $15 - 7 = 8$ (米) 即7个井深比5个井深多8米, 而7个-5个=2个, 即7个井深比5个井深多出2个井深, 所以井深是 $8 \div 2 = 4$ (米), 又 $(4 + 3) \times 5 = 35$ (米), 所以绳子长为35米。
3. 因为两个瓶里的酒始终一样多, 所以白酒里含的红酒与红酒里含的白酒一样多。
4. $16 + 5 + 2 + 1 = 24$ (瓶)
5. $18 - (1 + 2 + 3 + 4) = 8$ (位)

二、变式训练

1. $32 \div 2 \div 2 \div 2 = 4$ (厘米) $15 + 1 + 1 + 1 = 18$ (天)
2. $(10 - 3) \div (3 - 2) + 1 = 8$ (天)
3. 先带鸡过河, 将鸡放在对岸, 自己划船返回。再把狗带过河, 将狗放在对岸, 自己带鸡划船返回。再把青菜带过河, 将菜放在对岸, 自己划船返回, 最后带鸡



过河即可。

4. 9 个花篮插 9 枝，另外一个花篮插 19 枝。
5. 4 头小牛喝 2 桶水，1 头大牛喝 3 桶水，则（4 小 + 1 大）牛喝 5 桶。 $(4 \text{ 小} + 1 \text{ 大}) \times 20 = 5 \text{ 桶} \times 20$ ，所以大牛 20 头，小牛 80 头。

三、拔高训练

1. $(600 + 650 + 600) - (640 + 640) = 570$ （元）
2. $600 + 900 = 1500$ （元）

第 19 讲 重叠问题

一、对应训练

1. $34 + 26 - 12 = 48$ （人）
2. $49 - 3 = 46$ （人） $35 + 25 - 46 = 14$ （人）
3. $(135 + 15) \div 2 = 75$ （厘米）
4. $34 - 5 - 19 + 8 = 18$ （人）
5. $64 - (28 + 41 + 20 - 10 - 12 - 12) = 9$ （人）

二、变式训练

1. $42 + 42 - 61 = 23$ （人）
2. $180 + 34 - 120 = 94$ （厘米）
3. $(5 + 2 - 1) \times (3 + 6 - 1) = 48$ （人）
4. 从左往右数第 3 个或第 11 个。

5. $45 - (30 + 22 - 16) = 9$ (人)

三、拔高训练

1. $28 + 35 + 37 + 40 = 140$ (项), 人均参加: $140 \div 45 = 3 \dots\dots 5$, 这说明至少有 5 人四项都学。

2. $100 \times 3 - 20 - 31 - 45 + 15 = 219$ (平方厘米)

第 20 讲 算式谜

一、对应训练

1. (1)

$$\begin{array}{r} \boxed{9} \ 9 \ 1 \\ + \boxed{9} \ 1 \ \boxed{9} \\ \hline \boxed{1} \ 9 \ 1 \ \boxed{0} \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r} \boxed{1} \ \boxed{0} \ \boxed{9} \ 1 \\ - \quad \quad 9 \ 9 \ \boxed{6} \\ \hline \quad \quad \quad 9 \ 5 \end{array}$$

2. (1)

$$\begin{array}{r} \boxed{1} \ \boxed{4} \ \boxed{1} \ \boxed{4} \\ \times \quad \quad \quad 6 \\ \hline \boxed{8} \ 4 \ \boxed{8} \ 4 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r} \boxed{7} \ \boxed{7} \ 8 \\ \times \quad \quad \boxed{4} \\ \hline 3 \ 1 \ \boxed{1} \ 2 \end{array} \quad \text{或} \quad \begin{array}{r} \boxed{3} \ \boxed{4} \ 8 \\ \times \quad \quad \boxed{9} \\ \hline 3 \ 1 \ \boxed{3} \ 2 \end{array}$$



3. (1)

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 7 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 8 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 8 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 8 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r}
 6 \quad 1 \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 8 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 7 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 1 \quad 0 \quad \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 8 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 7 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} 7
 \end{array}$$

4. $A=8, B=3, C=4, D=4$

5. 新=1, 年=8, 快=0, 乐=2

二、变式训练

1. (1) $A=5 \quad B=2 \quad C=7 \quad D=4$

(2) $A=9 \quad B=8 \quad C=7 \quad D=1 \quad E=4 \quad F=0$

或 $A=9 \quad B=8 \quad C=6 \quad D=1 \quad E=2 \quad F=0$

2. (1) 大=5 家=2 爱=1 上=4 学=0

(2) 我=1 攀=8 登=7 高=4 峰=0

3.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|} \hline 7 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array} 6 \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 8 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 9 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array} 2 \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 7 \\ \hline \end{array} 0 \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array} 4 \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array} 6 \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} 4 \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 8 \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array}} \\
 \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} 4 \\
 \hline
 \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} 2 \\
 \hline
 5
 \end{array}$$

4. $A=1, B=4, C=2, D=8, E=5, F=7,$

这个六位数是 142857。

5. $1+2+3+4+5+6+7+9=37$

三、拔高训练

1. (1)

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|} \hline 39 \\ \hline \end{array} \\
 285 \sqrt{11115} \\
 \begin{array}{|c|} \hline 855 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 2565 \\
 \begin{array}{|c|} \hline 2565 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|} \hline 42 \\ \hline \end{array} \\
 42 \sqrt{1764} \\
 \begin{array}{|c|} \hline 168 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 84 \\
 \begin{array}{|c|} \hline 84 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

2. 李芳芳家的电话号码是 8371692。

[G e n e r a l I n f o r m a t i o n]

书名 = 小学生奥数夺冠 3 年级

作者 = 徐向阳主编

页数 = 2 6 6

S S 号 = 1 2 2 0 9 2 6 6

出版日期 = 2 0 0 8 . 1 0

目录

第 1 讲	加减法巧算
第 2 讲	巧数图形
第 3 讲	找规律
第 4 讲	找规律填图形
第 5 讲	一笔画问题
第 6 讲	巧求周长
第 7 讲	和差问题
第 8 讲	和倍问题
第 9 讲	差倍问题
第 1 0 讲	图形的拼剪
第 1 1 讲	植树问题
第 1 2 讲	盈亏问题
第 1 3 讲	年龄问题
第 1 4 讲	简单推理
第 1 5 讲	神奇的火柴棒
第 1 6 讲	时间巧安排
第 1 7 讲	巧求面积
第 1 8 讲	数学游戏
第 1 9 讲	重叠问题
第 2 0 讲	算式谜
参考答案	