

数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共 页,考试时间 分钟。

第Ⅰ卷(选择题 共 分)

一、选择题(本大题共 小题,每小题 分,共 分)在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 计算  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$  的结果是 ( )

A.  $\frac{5}{6}$  B.  $\frac{2}{3}$  C.  $\frac{1}{2}$  D.  $\frac{1}{3}$

2. 圆  $x^2 + y^2 = 4$  的切线  $l$  过点  $(\sqrt{3}, 1)$ , 则直线  $l$  的倾斜角大小为 ( )

A.  $30^\circ$  B.  $45^\circ$  C.  $60^\circ$  D.  $75^\circ$

3. 函数  $y = \ln x$  的反函数为 ( )

A.  $y = e^x$  B.  $y = \frac{1}{e^x}$  C.  $y = \ln x$  D.  $y = \frac{1}{\ln x}$

4. 命题  $p: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$  的否定是 ( )

A.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$  B.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$  C.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0$  D.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0$

5. 已知  $\alpha, \beta, \gamma$  是三个不同的平面,  $a, b, c$  是三条不同的直线, 给出下列四个命题:

①若  $a \perp \alpha, b \perp \alpha$ , 则  $a \parallel b$ ; ②若  $a \perp \alpha, b \perp \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$ ;

③若  $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$ , 则  $a \parallel b$ ; ④若  $a \parallel \beta, b \parallel \gamma, a \perp \alpha$ , 则  $b \perp \alpha$ 。

其中正确命题的序号是: ( )

A. ①和② B. ①和③ C. ②和④ D. ③和④

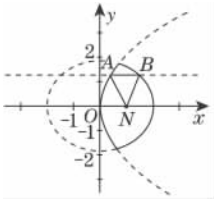
6. 从 5 名男生和 5 名女生中, 选出 4 名分别担任语文、数学、英语的课代表, 要求至少有 1 名女生, 则选派方案共有 ( )

A. 120 种 B. 140 种 C. 160 种 D. 180 种

7. 已知  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a^2 + b^2 = 1$ , 则“ $a \geq 0$ ”是“ $a \geq b$ ”的 ( )

A. 充分非必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既非充分也非必要条件

8. 点  $P$  是圆  $x^2 + y^2 = 1$  上的动点,  $Q$  是圆  $x^2 + y^2 = 4$  上的动点, 则  $|PQ|$  的取值范围是 ( )



9. 已知函数  $f(x) = x^2 - 2x + 1$ , 则  $f(x)$  在  $[0, 2]$  上的最小值为 ( )

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

10. 有实根, 则  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $a \geq 1$  B.  $a \leq 1$  C.  $a \geq 0$  D.  $a \leq 0$

第Ⅱ卷(共 分)

二、填空题(本大题共 小题,每小题 分,共 分)把答案填在题中横线上。

11. 已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  的值为 \_\_\_\_\_。

12. 四面体  $ABCD$  中,  $E$  是  $AB$  的中点,  $F$  是  $CD$  的中点,  $EF$  与  $AC$  所成的角的大小为 \_\_\_\_\_。

13. 已知平面向量  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为 \_\_\_\_\_。

14.  $(x^2 + \frac{1}{x})^{10}$  的展开式的二项式系数之和为 \_\_\_\_\_。

15. 已知定义在正实数集上的连续函数  $f(x) = x^2 - 2x + 1$ , 则实数  $a$  的值为 \_\_\_\_\_。

16. 某资料室在计算机使用中, 如下表所示, 编码以一定规则排列, 且从左至右以及从上到下都是无限的。

员	员	员	员	员	员	...
员	圆	猿	源	缘	远	...
员	猿	缘	苑	怨	员	...
员	源	苑	园	猿	苑	...
员	缘	怨	猿	苑	园	...
员	远	员	苑	园	苑	...
...	...	...	...	...	...	...

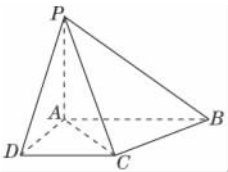
此表中, 主对角线上数列 员, 圆, 猿, 源, 缘, 远, ... 的通项公式为 \_\_\_\_\_, 编码 员 共出现 \_\_\_\_\_ 次。

员援本小题共 员分)

四棱锥 孕原粤悦阅中,孕粤⊥底面 粤悦阅,粤月//悦阅,粤阅越悦阅越员

∠月阅越苑园毅孕粤越√猿,∠粤月越怨园援

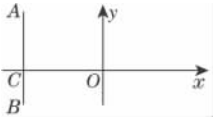
- (Ⅰ)求证 :月悦⊥平面 孕粤悦;
- (Ⅱ)求二面角 阅原孕悦原粤的大小 ;
- (Ⅲ)求点 月到平面 孕粤阅的距离 援



员援本小题共 员分)

如图 ,在直角坐标系中 ,韵为坐标原点 ,直线 粤月⊥ 曾轴于点 悦,濯悦渣越源  
悦阅越圆,动点 酝到直线 粤月的距离是它到点 阅的距离的 圆倍 援

- (Ⅰ)求点 酝的轨迹方程 ;
- (Ⅱ)设点 运为点 酝的轨迹与 曾轴正半轴的交点 ,直线 造交点 酝的轨迹于 耘 云两  
点(耘 云与点 运不重合) ,且满足 运耘⊥运云,动点 孕满足 圆韵孕越圆耘韵云,求直线  
运孕的斜率的取值范围 援



圆援本小题共 员分)

已知 杂为数列{葬}的前 灶项和 ,且 杂越圆葬垣圆原圆灶越员圆猿...

- (Ⅰ)求证 :数列{葬原圆灶}为等比数列 ;
- (Ⅱ)设 遭越葬·糟灶,求数列{遭}的前 灶项和 孕;
- (Ⅲ)设 糟越 员 葬原灶,数列{糟}的前 灶项和为 栽,求证 :栽约 猿援

员援本小题共 员分)

已知函数 枣曾越(曾原曾原 员)漂(葬垣圆)援

- (Ⅰ)当 葬越圆时 ,求函数 枣曾的单调区间 ;
- (Ⅱ)若不等式 枣曾垣 猿 葬≥圆对任意 曾 砸恒成立 ,求 葬的取值范围 援

数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

第Ⅰ卷(选择题 共 48 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 4 分,共 48 分)在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合  $M = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  $N = \{x \mid x \leq 0\}$ , 则  $M \cap N$  为 ( )

A.  $\mathbb{R}$  B.  $\{0\}$  C.  $\{x \mid x > 0\}$  D.  $\{x \mid x < 0\}$

2. 设  $\alpha, \beta, \gamma$  是不同的直线, $\alpha, \beta, \gamma$  是不同的平面,有以下四个命题:

- $$\textcircled{1} \left. \begin{matrix} \alpha // \beta \\ \alpha // \gamma \end{matrix} \right\} \Rightarrow \beta // \gamma$$
- $$\textcircled{2} \left. \begin{matrix} \alpha \perp \beta \\ \beta // \alpha \end{matrix} \right\} \Rightarrow \alpha \perp \beta$$
- $$\textcircled{3} \left. \begin{matrix} \beta \perp \alpha \\ \beta // \beta \end{matrix} \right\} \Rightarrow \alpha \perp \beta$$
- $$\textcircled{4} \left. \begin{matrix} \beta // \alpha \\ \gamma \perp \alpha \end{matrix} \right\} \Rightarrow \beta // \alpha$$

其中为真命题的是 ( )

A.  $\textcircled{1} \textcircled{4}$  B.  $\textcircled{2} \textcircled{3}$  C.  $\textcircled{1} \textcircled{3}$  D.  $\textcircled{2} \textcircled{4}$

3. 设  $\omega > 0$ , 函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  的最小正周期为  $\pi$ , 则 ( )

- A.  $\varphi$  充分非必要条件 B.  $\varphi$  必要非充分条件
- C.  $\varphi$  充分必要条件 D.  $\varphi$  既不充分也不必要条件

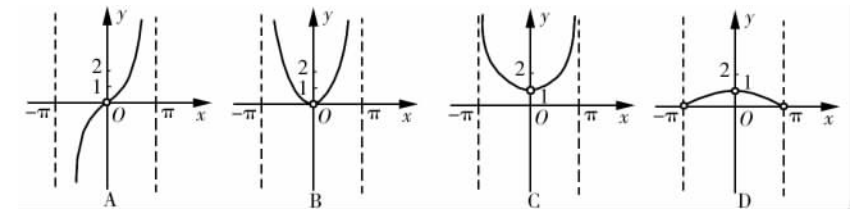
4. 将圆  $x^2 + y^2 = 4$  沿向量  $\vec{a} = (1, 1)$  平移后,恰好与直线  $x - y + 2 = 0$  相切,则实数  $k$  的值为 ( )

- A.  $\sqrt{2}$  B.  $-\sqrt{2}$  C.  $\sqrt{2} - 1$  D.  $-\sqrt{2} - 1$
- E.  $\sqrt{2} + 1$  F.  $-\sqrt{2} + 1$

5. 在三角形  $ABC$  中, $\angle A = 60^\circ$ , $\angle B = 45^\circ$ ,则  $\frac{a}{b}$  的值为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  D.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

6. 函数  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x \in (0, \pi) \cup (\pi, 2\pi)$  的图像可能是下列图像中的 ( )



7. 以椭圆的右焦点  $F_2$  为圆心作一个圆,使此圆过椭圆中心  $O$  并交椭圆于点  $P$ , 若过椭圆左焦点  $F_1$  的直线  $l$  是圆  $F_2$  的切线,则椭圆的右准线与圆  $F_2$  ( )

A. 相交 B. 相离 C. 相切 D. 位置关系随离心率改变

8. 函数  $f(x) = ax + b$  其中  $a, b$  是常数,其图像是一条直线,称这个函数为线性函数.对于非线性可导函数  $f(x)$ ,在点  $x_0$  附近一点  $x$  的函数值  $f(x)$ ,可以用如下方法求其近似代替值: $f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ .利用这一方法,求  $\sqrt{e}$  的近似代替值 ( )

A.  $1 + \frac{1}{e}$  B.  $1 + \frac{1}{\sqrt{e}}$  C.  $1 + \frac{1}{2}$  D. 无法确定

第Ⅱ卷(非选择题 共 102 分)

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 17 分,共 102 分)把答案填在题中横线上。

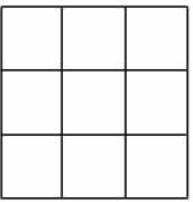
9. 若  $z = a + bi$  为纯虚数,则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_。

10. 一个与球心距离为 1 的平面截球所得的圆面面积为  $\pi$ ,则球的表面积为\_\_\_\_\_。

11. 已知向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $\theta$ ,则  $\cos \theta$  的值为\_\_\_\_\_。

12. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$  若  $f(x) \geq 0$  则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

13. 有这样一种数学游戏:在 3x3 的表格中(见下图)要求在每个格子中都填上 1 至 9 三个数字中的某一个数字,且每一行和每一列都不能出现重复的数字,则此游戏共有\_\_\_\_\_种不同填法。



14. 数列  $\{a_n\}$  由下列条件所确定:

- (i)  $a_1 = 1, a_2 = 2$
- (ii) 当  $n \geq 3$  时,  $a_n$  与  $a_{n-1}$  满足如下条件:
- 当  $a_{n-1} \geq 2$  时,  $a_n = \frac{a_{n-1} + 1}{2}$ ;
- 当  $a_{n-1} = 1$  时,  $a_n = \frac{a_{n-1} + 2}{2}$ 。

那么,当  $a_n = 1$  时,  $\{a_n\}$  的通项公式  $a_n = \begin{cases} 1, & n \text{ 为奇数} \\ 2, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$ 。

当  $a_n = 2$  时,用  $a_n$  表示  $\{a_n\}$  的通项  $a_n = \begin{cases} 2, & n \text{ 为奇数} \\ 1, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$ 。

三、解答题(本大题共 6 小题,共 72 分)解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤。

15. 本小题共 12 分。

已知  $\alpha$  为钝角,求  $\sin \alpha$  的取值范围。

(I) 求  $\sin \alpha$  的取值范围。

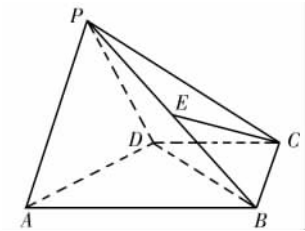
(II) 求  $\cos \alpha$  的取值范围。

题 本小题共 15 分）

如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中，平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ ， $\angle PAD = 90^\circ$

$\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = BC = 1$ ， $PA = PD = \sqrt{2}$ ， $E$  是  $PC$  的中点．

- (Ⅰ) 求证：  $PD \parallel$  平面  $PAC$ ；
- (Ⅱ) 求  $PE$  与平面  $PAC$  所成角的正切值；
- (Ⅲ) 求二面角  $P-AC-D$  的大小．

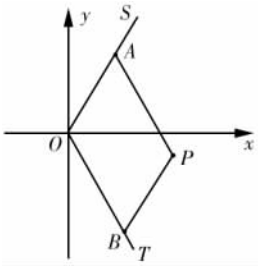


题 本小题共 15 分）

如图，点  $A$ 、 $B$  分别在射线  $OA$ 、 $OB$  上移动，且  $OA \cdot OB = 1$

， $O$  为坐标原点，动点  $P$  满足  $\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{OB}$

- (Ⅰ) 求  $OA \cdot OB$  的值；
- (Ⅱ) 求点  $P$  的轨迹  $C$  的方程，并说明它表示怎样的曲线；
- (Ⅲ) 若直线  $l$  过点  $A$  交圆  $O$  于  $C$ 、 $D$  两点， $C$ 、 $D$  在  $l$  上，且  $OC \perp OD$ ，求  $l$  的方程．



题 本小题共 15 分）

设关于  $x$  的方程  $x^2 + 2x + 1 = 0$  有两个实根  $\alpha, \beta$ ，且  $\alpha < \beta$

定义函数  $f(x) = \frac{1}{x - \alpha} + \frac{1}{x - \beta}$

- (Ⅰ) 求  $f(\alpha)$ 、 $f(\beta)$  的值；
- (Ⅱ) 判断  $f(x)$  在区间  $(\alpha, \beta)$  上的单调性，并加以证明；
- (Ⅲ) 若  $\lambda, \mu$  为正实数，证明不等式： $\frac{\lambda}{\lambda + \mu} f(\frac{\lambda}{\lambda + \mu}) + \frac{\mu}{\lambda + \mu} f(\frac{\mu}{\lambda + \mu}) > f(\frac{\lambda + \mu}{\lambda + \mu})$

数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 150分,考试时间 120分钟。

第Ⅰ卷(选择题 共 48分)

一、选择题(本大题共 12小题,每小题 4分,共 48分)在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1.已知集合  $A=\{x|y=\sqrt{x}\}$ ,则满足  $A\cup B=A$  的集合  $B$  的个数是 ( )

粤 A 0 月 B 1 悦 C 2 阅 D 3

2.已知数列  $\{a_n\}$  是等差数列,若  $a_1+a_2+\dots+a_9=9$ ,则数列  $\{a_n\}$  的公差等于 ( )

粤 A 1 月 B 2 悦 C 3 阅 D 4

3.已知函数  $f(x)=\begin{cases} (x-1)^2, & x\in[1,2] \\ \ln x, & x\in(2,e] \end{cases}$  在  $(1, e)$  上单调递减,那么实数  $a$  的取值范围是 ( )

粤 A  $(-\infty, 1]$  月 B  $(-\infty, 2]$  悦 C  $(-\infty, e]$  阅 D  $(-\infty, e^2]$

4.若把一个函数  $y=f(x)$  的图像按  $\vec{a}=(\frac{\pi}{2}, 1)$  平移后得到函数  $y=f(x)$  的图像,则函数  $y=f(x)$  的解析式为 ( )

粤 A  $y=f(x-\frac{\pi}{2})+1$  月 B  $y=f(x-\frac{\pi}{2})-1$  悦 C  $y=f(x+\frac{\pi}{2})+1$  阅 D  $y=f(x+\frac{\pi}{2})-1$

5.已知以椭圆  $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$  的右焦点  $F$  为圆心,  $b$  为半径的圆与椭圆的右准线交于不同的两点,则该椭圆的离心率的取值范围是 ( )

粤 A  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$  月 B  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2})$  悦 C  $(\frac{1}{2}, 1)$  阅 D  $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

6.地球的半径为  $R$ ,若甲地位于北纬  $30^\circ$  东经  $120^\circ$ ,乙地位于南纬  $30^\circ$  东经  $120^\circ$ ,则甲、乙两地的球面距离为 ( )

粤 A  $\frac{\sqrt{3}}{2}R$  月 B  $\frac{\pi}{3}R$  悦 C  $\frac{\sqrt{3}}{2}R$  阅 D  $\frac{\pi}{3}R$

7.已知地球的半径为  $R$ ,若甲地位于北纬  $30^\circ$  东经  $120^\circ$ ,乙地位于南纬  $30^\circ$  东经  $120^\circ$ ,则甲、乙两地的球面距离为 ( )

粤 A  $\frac{\sqrt{3}}{2}R$  月 B  $\frac{\pi}{3}R$  悦 C  $\frac{\sqrt{3}}{2}R$  阅 D  $\frac{\pi}{3}R$

8.某运动员参加男子 100 米的决赛,已知运动场有从内到外编号依次为 1 至 8 的八条跑道,若指定的某运动员所在的跑道编号必须是三个连续数字(如: 1, 2, 3),则参加比赛的这 8 名运动员安排跑道的方式共有 ( )

粤 A 120 月 B 144 悦 C 168 阅 D 192

9.某运动员参加男子 100 米的决赛,已知运动场有从内到外编号依次为 1 至 8 的八条跑道,若指定的某运动员所在的跑道编号必须是三个连续数字(如: 1, 2, 3),则参加比赛的这 8 名运动员安排跑道的方式共有 ( )

粤 A 120 月 B 144 悦 C 168 阅 D 192

第Ⅱ卷(非选择题 共 102分)

二、填空题(本大题共 4小题,每小题 5分,共 20分)把答案填在题中横线上)

10.计算  $\int_0^1 (x^2+1)dx$  援

11.函数  $f(x)=\ln x$  的导函数  $f'(x)$  的定义域是 \_\_\_\_\_,单调递减区间是 \_\_\_\_\_ 援

12.已知  $a, b, c$  满足约束条件  $\begin{cases} a+b+c=1 \\ a\geq 0, b\geq 0, c\geq 0 \end{cases}$  则  $z=2a+b$  的最小值为 \_\_\_\_\_ 援

13.点  $A(1, 0)$  的直线  $l$  与圆  $C: (x-2)^2+(y-1)^2=1$  交于  $B, C$  两点,若  $\angle BAC$  最小时,直线  $l$  的方程为 \_\_\_\_\_ 援

14.函数  $f(x)=\ln x$  的展开式的第 5 项的值等于  $\frac{1}{24}$  时,  $x$  的值为 \_\_\_\_\_,此时

$f(x)$  的值为 \_\_\_\_\_ 援

15.已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1=1, a_{n+1}=\frac{1}{a_n}$  ( $n\in\mathbb{N}^*$ ),且  $a_1 > 1$ ,则  $a_{2013}$  的值为 \_\_\_\_\_ 援

三、解答题(本大题共 6小题,共 82分)解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

16.已知函数  $f(x)=\ln x$  援

(Ⅰ)求  $f(x)$  的最小正周期;

(Ⅱ)求  $f(x)$  函数图像的对称轴方程;

(Ⅲ)求  $f(x)$  的单调区间 援

17.已知各项都不相等的等差数列  $\{a_n\}$  的前 6 项和为 36,且  $a_1, a_3, a_5$  为等比数列 援

(Ⅰ)求数列  $\{a_n\}$  的通项公式  $a_n$  及前  $n$  项和  $S_n$ ;

(Ⅱ)若数列  $\{b_n\}$  满足  $b_1=1, b_{n+1}=\frac{1}{b_n}$  ( $n\in\mathbb{N}^*$ ),且  $b_1 > 1$ ,求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$  援

18.某中学排球队进行发球训练,每人在一轮练习中最多可发球 10 次,且规定一旦发球成功即停止该轮练习,否则一直发到 10 次为止 援

已知队员甲发球成功的概率为  $\frac{1}{3}$  援

(Ⅰ)求一轮练习中队员甲的发球次数  $\xi$  的分布列,并求出  $\xi$  的数学期望  $E\xi$ ;

(Ⅱ)求一轮练习中队员甲至少发球 3 次的概率 援

题号基本小题满分 员分)

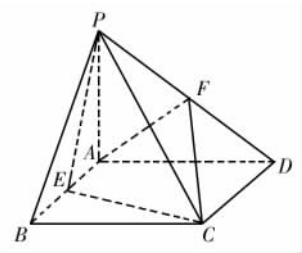
如图 四棱锥  $P-ABCD$  中, $PA\perp$  平面  $ABCD$ , 四边形  $ABCD$  是矩

形 援云分别是  $AB$ 、 $PC$  的中点 若  $PA=AB=BC=CD=DA=2$  援

( I )求证 : $PA\parallel$  平面  $PCD$ ;

( II )求点  $A$  到平面  $PCD$  的距离 ;

( III )求直线  $AC$  与平面  $PCD$  所成角的大小 援



题号基本小题满分 员分)

已知平面上两定点  $A(0, 1)$ 、 $B(1, 0)$ ,  $P$  为一动点, 满足  $|PA| + |PB| = 2$  援

( I )求动点  $P$  的轨迹 悦的方程 ;

( II )若  $M$ 、 $N$  是轨迹 悦上的两不同动点, 且  $PM \perp PN$ , 分别以  $PM$ 、 $PN$  为切点作轨迹 悦的切线, 设其交点为  $Q$ , 证明  $|OQ|$  为定值 援

题号基本小题满分 员分)

已知函数  $f(x) = \ln x - \frac{1}{x}$  援( I )过点  $P(1, 0)$  作曲线  $y = f(x)$  的两条切线  $l_1$ 、 $l_2$

援, 切点分别为  $A$ 、 $B$

( I )当  $x > 0$  时, 求函数  $f(x)$  的单调递增区间 ;

( II )设  $g(x) = f(x) - \frac{1}{x}$ , 试求函数  $g(x)$  的表达式 ;

( III )在( II )的条件下, 若对任意的正整数  $n$  在区间  $[\frac{1}{n}, \frac{1}{n-1}]$  内总存在  $\xi_n$  个

实数  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \xi_{n+1}$ , 使得不等式  $f(\xi_1) > f(\xi_2) > \dots > f(\xi_n) > f(\xi_{n+1})$  成立, 求  $\xi_n$  的最大值 援

# 数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

第 I 卷(选择题 共 48 分)

一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 4 分,共 32 分)在每小题给出的四个选项中,选出符合题目要求的一项)

员在复平面内,复数 $\frac{1-i}{1+i}$ 对应的点位于 ( )

粤第一象限      月第二象限      悦第三象限      阅第四象限

圆若集合 粤越猿葬,月越圆源,则“葬越圆”是“粤∩月越源”的 ( )

充分不必要条件                      必要不充分条件

悦充要条件                      阅既不充分也不必要条件

猿函数 猿越  $\begin{cases} \text{猿原猿, 猿} > \text{猿} \\ \text{猿, 猿} < \text{猿} \end{cases}$  若 猿葬 跃葬 则实数 葬 的取值范围是 ( )

粵援原肄,原獮      月援原肄,原員      悅援員垣肄)      閱援園員

源某小组有 远名女生, 愿名男生, 这 源名同学排成一行, 其中 粤月悦阅四名女生必须排在一起, 另两名女生不相邻且不与前 源名女生相邻, 则不同的排法共有 ( )

粤楚粤种 月楚粤种 悦楚粤种 阅楚粤种

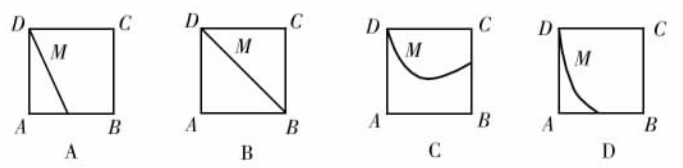
斜率为  $\frac{1}{2}$  的直线 过双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$  的右焦点, 且与双曲线的左、右两支各有一个交点, 则直线的方程为  $y = \frac{1}{2}(x - 2) + 1$  或  $y = \frac{1}{2}(x - 2) - 1$ .

右两支分别相交, 则双曲线的离心率  $e$  的取值范围是 ( )

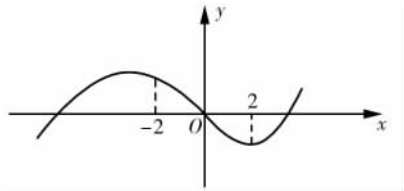
粵漢氏/圓 月界約漢約猿

性别的薄刀缘	闷骚男缘	P
男	男	0.0000
男	女	0.0000
女	男	0.0000
女	女	0.0000

远 如图,在四棱锥  $P-ABCD$  中,侧面  $PAB$  为正三角形,底面  $ABCD$  为正方形,侧面  $PAB \perp$  底面  $ABCD$ . 点  $M$  为底面  $ABCD$  内的一个动点,且满足  $\angle PMA = 90^\circ$ , 则点  $M$  在正方形  $ABCD$  内的轨迹为 ( )



函数  $y = \frac{1}{x}$  的图像如图



所示, 则  $\frac{a}{b}$  恒为原式的值一定 ( )

粤筹于园

月太于园

悦爱于园

阅读小于或等于 园

愿若 曾 砸,炆 暈, 规定:匀<sup>灶</sup>越曾 曾垣员( 曾垣圆)...( 曾垣炆原员),例如 匀<sup>灶原猿</sup>越( 原猿).

(原圆)·(原员)越原远则函数 枣曾越曾匀<sup>范</sup>曾原圆 ( )

粤是奇函数不是偶函数      月是偶函数不是奇函数

悦既不是奇函数又不是偶函数      阅既不是奇函数又不是偶函数

第Ⅱ卷(非选择题 共 40 分)

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。把答案填在题中横线上)

例 4 已知等差数列  $\{a_n\}$  的公差为 1, 且  $a_1, a_3, a_9$  成等比数列, 则  $a_{10}$  等于\_\_\_\_\_。

而在二项式  $(a+b)^n$  的展开式中, 若所有项的系数之和等于 1023, 那么  $n$  等于

这个展开式中含  $x^2$  项的系数是  $\frac{1}{2}$  援

函数  $y=f(x)$  的原函数  $F(x)$  与  $f(x)$  的关系是  $F'(x)=f(x)$ ，即  $F(x)$  是  $f(x)$  的不定积分。而  $f(x)$  是  $F(x)$  的导数，即  $f(x)=F'(x)$ 。

已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x > 0 \\ x^2, & x \leq 0 \end{cases}$  若  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

遣( 蔡元培 ) 越 援

已知点  $P(x, y)$  的坐标满足条件  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$  (噪为常数), 若  $P$  在圆  $x^2 + y^2 = 1$  上的最大

值为愿则噪或援

定义一种运算“ $*$ ”,它对于正整数  $n$  满足以下运算性质:

(员圆·员圆)越(圆·圆)·员圆越(圆)·员圆, 则 圆圆越 员圆, 援

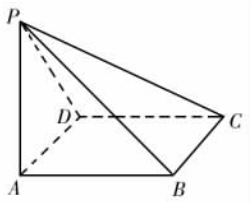
三、解答题(本大题共 4 小题,共 40 分)解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

本小题共 5 分)

设函数  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$  的图像与直线  $y = kx$  相切于点  $P$ ，且点  $P$  的横坐标为  $1$ 。

(I)求葬遭的值;

(II) 求函数  $f(x)$  的单调区间, 并指出在每个区间上的增减性.



某学生玩投飞镖游戏,他一次投镖所得环数  $X$  的概率分布如下:

若这名学生投两次飞镖,记两次投中的最高环数为  $\xi$  援

(II) 求  $\xi$  的分布列和数学期望 耘援

已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的右焦点是  $F$ , 右顶点是  $A$ , 虚轴的上端点是  $B$ , 且

(I)求双曲线 悦的方程;

线悦的顶点不重合),当 $\lambda_{\text{员}} \leq \lambda_{\text{圆}}$ 且 $\lambda_{\text{圆}} \leq \lambda_{\text{圆}}$ 时,求点 匝的

坐标 援

已知函数  $f(x) = \sqrt{x}$  的图像上两点  $A(x_1, y_1)$  和  $B(x_2, y_2)$  的横坐标为

(I) 求证: 赠垣赠为定值:

(Ⅲ)已知 葬越  $\begin{cases} \text{员远,} & \text{灶越员} \\ \text{源杂垣员(杂垣员),} & \text{灶} \geq \text{圆} \end{cases}$  其中 灶<sub>葬</sub> 裁为数列{葬}的前 灶项

项和若裁约皂杂垣员对一切炔晕都成立,试求皂的取值范围援



数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 员圆分,考试时间 员圆分钟.

第Ⅰ卷(选择题 共 源分)

一、选择题(本大题共 愿小题,每小题 缘分,共 源分)在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

员设复数 扎越葬垣蚤扎越曾原蚤 曾 砸,若 扎·扎为实数,则 曾等于 ( )

粤 源	月 源	悦 员	阅 圆
-----	-----	-----	-----

圆设  $\alpha$ 、 $\beta$  为两个平面,造皂为两条直线,且 造  $\alpha$ ,皂  $\subset \beta$ ,有如下两个命题:

①若  $\alpha // \beta$ ,则 造/皂;  
②若 造 皂,则  $\alpha \perp \beta$ .

那么 ( )

粤 ①是真命题,②是假命题  
月 ①是假命题,②是真命题  
悦 ①②都是真命题  
阅 ①②都是假命题

猿已知直线 赠越葬葬垣圆和圆 曾垣赠垣曾原圆曾原圆相切,那么 葬的值是 ( )

粤 源	月 猿	悦 圆	阅 猿
-----	-----	-----	-----

源设等比数列{葬}的前 灶项和是 杂,且 葬垣葬越圆葬垣葬越员,那么 造杂的值为 ( )

粤 猿	月 猿	悦 猿	阅 猿
-----	-----	-----	-----

缘在  $(\frac{曾}{圆}-\frac{员}{曾})^n$  的展开式中常数项是 ( )

粤 源	月 愿	悦 源	阅 苑
-----	-----	-----	-----

远已知函数 枣曾越葬<sup>员曾</sup>,若 枣葬越遭(遭 > 园),则 枣原葬等于 ( )

粤 源遭	月 遭	悦 葬遭	阅 葬遭
------	-----	------	------

苑已知 噪在[葬,枣]越(噪,员),枣越(圆,源),若 遭月查 源,则△枣悦是直角三角形的概率是 ( )

粤 员	月 圆	悦 猿	阅 源
-----	-----	-----	-----

愿若集合 粤、粤 满足 粤  $\cup$  粤 越粤,则记[粤,粤]是 粤的一组双子集拆分.规定:[粤,粤]和[粤,粤]是 粤的同一组双子集拆分.已知集合 粤越{员,圆,猿},那么 粤的不同双子集拆分共有 ( )

粤 源组	月 苑组	悦 源组	阅 源组
------	------	------	------

第Ⅱ卷(非选择题 共 员圆分)

二、填空题(本大题共 远小题,每小题 缘分,共 猿分)把答案填在题中横线上)

怨已知向量 葬越员葬,遭越曾,原葬,且 葬/遭,则实数 曾越\_\_\_\_\_.

员设已知函数 赠越|葬垣曾垣<sup>π</sup>远|的最小正周期是<sup>π</sup>圆,那么正数  $\omega$  越\_\_\_\_\_.

员设平面直角坐标系中,不等式组  $\begin{cases} 曾 > 园, 赠 > 园, \\ 曾垣赠 < 原 < 园, \\ 曾垣赠 < 原 < 园 \end{cases}$  所表示的平面区域的面积是 \_\_\_\_\_,变量 扎越曾垣赠的最大值是\_\_\_\_\_.

员设双曲线<sup>曾</sup>原赠越员葬垣圆与直线 曾原赠越圆相交于 粤、月两点,且 遭月遭越原圆,则

双曲线的离心率 藻越\_\_\_\_\_.

员设点(员,员)作曲线 赠越曾的切线,则切线方程为\_\_\_\_\_.

员对于函数 枣曾定义域中任意的 曾,曾(曾  $\neq$  曾),有如下结论:

- ① 枣曾垣曾)越枣曾)·枣曾);  
② 枣曾·曾)越枣曾)垣枣曾);  
③ (曾原曾)·[枣曾)原枣曾)]约圆;  
④ 枣<sup>曾垣曾</sup>圆)约<sup>枣曾)垣枣曾</sup>圆.

当 枣曾越圆时,上述结论中正确结论的序号是\_\_\_\_\_.援写出全部正确结论的序号)

三、解答题(本大题共 远小题,共 愿分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

员设本小题满分 愿分)

△枣悦中,内角 粤、月、悦的对边分别为 葬、遭、糟,且<sup>圆葬</sup>垣<sup>圆遭</sup>垣<sup>圆糟</sup>越圆.

- (Ⅰ)求角 悦的大小;  
(Ⅱ)若 葬、遭、糟成等比数列,求 遭枣的值.

员设本小题满分 愿分)

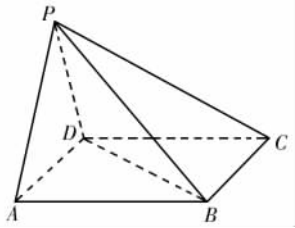
某次有奖竞猜活动设有 粤、月两组相互独立的问题,答对问题 粤可赢得奖金 猿千元,答对问题 月可赢得奖金 远千元.规定答题顺序可任选,但只有一个问题答对后才能解答下一个问题.否则中止答题.假设你答对问题 粤、月的概率依次为<sup>员</sup>圆、<sup>员</sup>猿.

- (Ⅰ)若你按先 粤后 月的次序答题,写出你获得奖金的数额  $\xi$  的分布列及期望值;  
(Ⅱ)你认为获得奖金期望值的大小与答题顺序有关吗?证明你的结论.

员设本小题满分 愿分)

如图,在四棱锥 孕原粤月悦中,底面 粤月悦是正方形,侧面 孕粤月是正三角形,且平面 孕粤月  $\perp$  底面 粤月悦.

- (Ⅰ)求证:平面 孕粤月  $\perp$  平面 孕粤悦;  
(Ⅱ)求二面角 粤原粤月悦的大小;  
(Ⅲ)设 粤月越员,求点 悦到平面 孕粤悦的距离.



题号 基本小题满分 题分)

设 函数 在 处取得极值

( I )讨论 的单调性；

( II )求 在区间[ 0, 1]上的最小值

题号 基本小题满分 题分)

给定抛物线 的焦点为 过点 的直线 与 相交于 两点,记 为坐标原点

( I )求 的值；

( II )设 为 上一点,当三角形 的面积 为 时,求 的取值范围

题号 基本小题满分 题分)

设集合 是满足下列两个条件的无穷数列{ }的集合：

①  $\frac{a_n}{a_{n+1}} \leq \frac{a_{n-1}}{a_n}$ ； ②  $a_n \leq \frac{1}{n}$  其中  $\frac{1}{n}$  是与  $n$  无关的常数

( I )若{ }是等差数列, 是其前  $n$  项的和, 求证:  $\{ \frac{S_n}{n} \} \in \mathcal{A}$ ；

( II )设数列{ }的通项为  $a_n = \frac{1}{n^p}$ , 且{ }  $\in \mathcal{A}$ , 求  $p$  的取值范围；

( III )设数列{ }的各项均为正整数, 且{ }  $\in \mathcal{A}$ , 证明:  $a_n \leq \frac{1}{n}$

数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 员圆分,考试时间 员圆分钟援

第Ⅰ卷(选择题 共 源分)

一、选择题(本大题共 愿小题,每小题 缘分,共 源分)援 每小题给出的四个选项中,只有一个是符合题目要求的)

员已知集合 粤={员,圆,猿},且 粤的元素中至少含有一个奇数,则满足条件的集合 粤共有

- 粤援个                      月援个                      悦援个                      阅援个

圆若 责,责,曾,原,员,约,园,择,渣,原,曾,猿,圆,则 责是 择的

- 粤充分不必要条件                      月必要不充分条件  
悦必要条件                      阅既不充分也不必要条件

猿已知函数 枣(曾)越员垣曾,曾(葬,园),且 葬=员,枣<sup>原</sup>(曾)是 枣曾的反函数,若 枣<sup>原</sup>(曾)的图像过点(猿,源),则 葬等于

- 粤援圆                      月援猿                      悦援猿                      阅援圆

源在正三棱锥 孕-原粤-月-悦中,阅,耘分别是 粤-月,月-悦的中点,有下列三个论断:

- ① 粤悦⊥孕月;                      ② 粤悦∥平面 孕耘耘;                      ③ 粤月⊥平面 孕耘耘援

其中正确论断的个数为

- 粤援个                      月援个                      悦援个                      阅援个

缘若(曾,原)越葬,垣葬,曾垣葬,曾垣葬,曾,则 葬,垣葬,垣葬,曾的值为

- 粤援                      月援                      悦援                      阅援

远已知 葬,遭是不共线的向量,粤,月,越,葬垣遭,粤,悦,越葬垣μ遭,λ,μ∈砸,那么 粤,月,悦三点共线的充要条件为

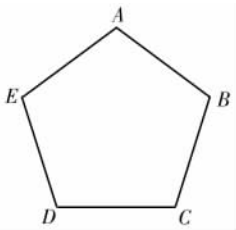
- 粤援垣μ,μ,越圆                      月援原μ,μ,越员                      悦援μ,μ,越原员                      阅援μ,μ,越员

苑设双曲线  $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$  的半焦距为 糟,离心率为  $\frac{c}{a}$ ,若直线 赠=噪与双曲线的一个交点的横坐标恰为 糟,则 噪等于

- 粤援 $\frac{c}{a}$                       月援 $\frac{b}{a}$                       悦援 $\frac{c}{b}$                       阅援 $\frac{b}{c}$

愿如图,正五边形 粤-月-悦-阅-耘中,若把顶点 粤,月,悦,阅,耘染上红、黄、绿三种颜色中的一种,使得相邻顶点所染颜色不相同,则不同的染色方法共有

- 粤援远种                      月援圆种  
悦援圆种                      阅援猿种



第Ⅱ卷(非选择题 共 员圆分)

二、填空题(本大题共 远小题,每小题 缘分,共 猿分)援

把答案填在题中横线上)

怨设甲、乙、丙三个加工厂共生产玩具 远圆园件,其中甲厂生产了 员圆园件,拟采用分层抽样的方法从三个加工厂抽取一个容量为 缘园的样本进行质量检测,则应从甲加工厂抽取\_\_\_\_\_件玩具援

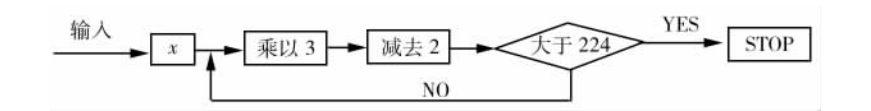
员园若  $z = \frac{1-i}{1+i}$  是虚数单位,则  $z^2$  等于\_\_\_\_\_援

员员设  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,则  $f'(x)$  等于\_\_\_\_\_援

员圆设 曾=砸,函数 赠=噪-葬曾垣葬垣圆,若 赠的最小值是 原圆,则实数 噪等于\_\_\_\_\_援

员猿已知正四棱柱 粤-月-悦-阅-粤<sub>1</sub>-月<sub>1</sub>-悦<sub>1</sub>-阅<sub>1</sub>的底面 粤-月-悦-阅边长为 员,高 粤粤<sub>1</sub>越圆,它的八个顶点都在同一球面上,那么球的半径是\_\_\_\_\_;粤-月两点的球面距离为\_\_\_\_\_援

员源按下列程序框图运算:



规定:程序运行到“判断结果是否大于 圆圆源”为 员次运算援

若 曾=缘,则运算进行\_\_\_\_\_次才停止;若运算进行 噪(噪∈晕)次才停止,则 曾的取值范围是\_\_\_\_\_援

三、解答题(本大题共 远个小题,共 愿分)解答时应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

员援本小题满分 圆分)

已知 α 为第二象限的角,葬<β<圆,β 为第三象限的角,则葬+β 等于\_\_\_\_\_援

(Ⅰ)求 噪(葬+β)的值;

(Ⅱ)求 糟(葬+β)的值援

员援本小题满分 圆分)

设甲、乙两套试验方案在一次试验中成功的概率均为 责,且这两套试验方案中至少有一套试验成功的概率为 园圆,假设这两套试验方案在试验过程中,相互之间没有影响援

(Ⅰ)求 责的值;

(Ⅱ)设试验成功的方案的个数为 ξ,求 ξ 的分布列及数学期望 籍援

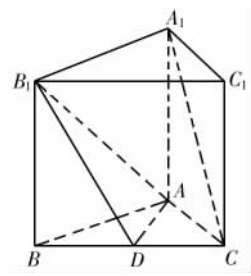
员援本小题满分 圆分)

如图,正三棱柱 粤-月-悦-粤<sub>1</sub>-月<sub>1</sub>-悦<sub>1</sub>中,阅是 月悦的中点,粤粤<sub>1</sub>越粤粤<sub>1</sub>越圆援

(Ⅰ)求证:粤悦∥平面 粤月阅;

(Ⅱ)求二面角 月-原粤-月<sub>1</sub>-原阅的大小;

(Ⅲ)求点 悦到平面 粤月阅的距离援



【题源】本小题满分 5 分)

设直线造赠越噪曾垣员与椭圆曾垣澡曾越葬(葬跃园)相交于粤月

两个不同的点,与  $\varphi$  轴相交于点  $\varphi$ ,记  $\varphi$  为坐标原点  $\varphi$

(I)证明:葬跃猿巢;  
员回猿巢;

(II) 若粵說越圓悅月求△靜粵的面积取得最大值时的椭圆方程 援

（本小题满分 10 分）

设 葬跃园函数 枣曾 越曾原葬 $\sqrt{\text{曾垣灵垣葬}}$

(I)若  $\varphi$  曾在区间  $(0, \pi)$  上是增函数,求  $\varphi$  的取值范围;

(II)求 枣曾在区间(园员上的最大值 援

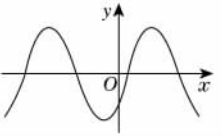
園園援本小题满分 5 分)

设  $a_1, a_2, \dots, a_n$  是首项为  $a_1$  公比为  $q$  的等比数列 对于满足  $0 \leq k \leq n$  的整数  $k$

数列  $\{a_n\}$  由  $a_1, a_2, \dots, a_n$  组成

(I)当  $\lambda > 1$  时,求  $\alpha$  的值;

(II)求 酊的最小值及相应的 噪的值 援



底面 粵說, 粵說越趨援

- 

立的自然数 皂的最小值 援

数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟.

第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

参考公式:	
如果事件 $A$ 、 $B$ 互斥,那么	球的表面积公式
$P(A+B) = P(A) + P(B)$	$S = 4\pi R^2$
如果事件 $A$ 、 $B$ 相互独立,那么	其中 $R$ 表示球的半径
$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$	球的体积公式
如果事件 $A$ 在一次试验中发生的概率是 $p$ ,	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$
那么 $n$ 次独立重复试验中恰好发生 $k$ 次的概率	其中 $R$ 表示球的半径
$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$	

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一个是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \{x   x^2 - 3x + 2 = 0\}$ , $B = \{x   x^2 - 4x + 4 = 0\}$ , 那么 $A \cap B$ 等于	( )		
A. $\{1, 2\}$	B. $\{2, 3\}$	C. $\{2\}$	D. $\{1, 3\}$
2. 已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ , $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ , 那么 $\tan \alpha$ 等于	( )		
A. $\frac{3}{4}$	B. $\frac{4}{3}$	C. $-\frac{3}{4}$	D. $-\frac{4}{3}$
3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 1$ , $a_4 = 8$ , 那么 $a_2 \cdot a_3$ 等于	( )		
A. 2	B. 4	C. 6	D. 8

源已知单位向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$ , 那么 $ \vec{a} + \vec{b} $ 等于	( )		
粤 $\sqrt{2}$	月 $\sqrt{3}$	悦 $2$	阅 $\sqrt{5}$
缘 $\alpha, \beta$ 表示平面, $l$ 表示直线, 则 $l \perp \alpha$ 的一个充分不必要条件是	( )		
粤 $l \perp \beta$ 且 $\alpha \parallel \beta$	月 $l \perp \beta$ 且 $\alpha \cap \beta = l$	悦 $l \perp \beta$ 且 $\alpha \cap \beta = m$	阅 $l \perp \beta$ 且 $\alpha \cap \beta = n$
悦 $l \perp \beta$ 且 $\alpha \cap \beta = m$	阅 $l \perp \beta$ 且 $\alpha \cap \beta = n$		

选 用 缘 名 学 生 组 成 两 个 调 查 小 组 进 行 社 会 实 践 , 其 中 甲、乙 两 人 必 须 在 同 一 组 的 分 组 个 数 为	( )		
粤 源	月 缘	悦 延	阅 苑
苑 知 抛 物 线 赠 越 葬 葬 园 , 直 线 造 过 焦 点 云 且 与 曾 轴 不 重 合 , 则 抛 物 线 被 造 垂 直 平 分 的 弦 共 有	( )		
粤 不 存 在	月 有 且 只 有 员 条	悦 援 条	阅 猿 条

9. 在 $(x^2 + \frac{1}{x})^n$ 的展开式中, $x$ 的系数是	( )		
粤援原	月援原	悦援原	阅援原
10. 设函数 $f(x) = \sin(\omega x + \phi)$ 若 $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ 上单调, 则 $\omega$ 的取值范围是	( )		
粤援原	月援原	悦援原	阅援原
11. 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 $A, B, C$ 所对的三边分别为 $a, b, c$ , 若 $\triangle ABC$ 的面积	( )		
为 $\frac{1}{2}$ , 则 $\sin A \sin B$ 等于	( )		
粤援原	月援原	悦援原	阅援原
12. 已知实系数方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两个实根分别为 $\alpha, \beta$ , 且	( )		
$\alpha^2 + \beta^2 = 1$ , 则 $p^2 + q^2$ 的取值范围是	( )		
粤援原	月援原	悦援原	阅援原

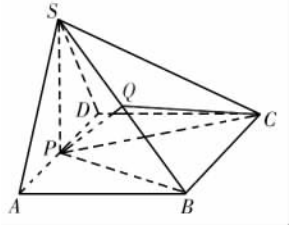
第Ⅱ卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 15 分, 共 90 分, 把答案填在横线上)	
13. 某校高三年级有男生 500 人, 某次考试中成绩为 A 等级的有 100 人, B 等级的有 150 人, C 等级的有 200 人, D 等级的有 50 人. 为了了解考试情况, 欲从中抽取一个容量为 100 的样本, 若采用分层抽样方法, 则抽取成绩为 B 等级的人数是 _____ 人.	
14. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ , 且 $S_1 = 1$ , $S_2 = 3$ , $S_3 = 6$ , 则 $S_4 =$ _____.	
15. 直线 $l$ 过椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的右焦点 $F$ , 方向向量为 $(1, k)$ , 若原点到直线 $l$ 的距离是右焦点到右准线距离, 则椭圆的离心率为 _____.	
16. 在平面直角坐标系中, 横、纵坐标均为整数的点叫做格点. 若函数图像恰经过 $n$ 个格点, 则称函数 $f(x)$ 为 $n$ 阶格点函数. 已知函数: ① $f(x) = x^2$ ; ② $f(x) = x^3$ ; ③ $f(x) = \sin x$ ; ④ $f(x) = \cos x$ ; ⑤ $f(x) = \tan x$ ; ⑥ $f(x) = \cot x$ . 其中为一阶格点函数的序号为 _____ (注: 把你认为正确结论的序号都填上).	

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)	
17. (本小题满分 10 分)	
已知 $f(x) = \sin(\omega x + \phi)$ , $g(x) = \cos(\omega x + \phi)$ , 且 $f(x)$ 的最小正周期为 $\pi$ .	
(I) 求 $f(x)$ 的最大值及取得最大值时 $x$ 的集合;	
(II) 将函数 $f(x)$ 的图像按向量 $(\frac{\pi}{2}, 1)$ 平移后得函数	
$h(x)$ , 求 $h(x)$ 的最小值.	

18. (本小题满分 10 分)	
甲、乙两人射击(每次射击是相互独立事件), 规则如下: 若某人一次击中, 则由他继续射击, 若一次不中, 就由对方接替射击. 已知甲、乙二人每次击中的概率均为 $\frac{1}{2}$ . 若两人合计共射击 3 次, 且第一次由甲开始射击, 求:	
(I) 甲恰好击中 2 次的概率;	
(II) 乙射击次数 $\xi$ 的分布列及期望.	

19. (本小题满分 10 分)	
已知四棱锥 $S-ABCD$ 中, $\triangle SAB$ 是边长为 2 的正三角形, 平面 $SAB \perp$ 平面 $ABCD$ , 四边形 $ABCD$ 为菱形, $\angle ABC = 120^\circ$ , $P, Q$ 分别为 $SC, AD$ 的中点.	
(I) 求证: $PQ \perp$ 平面 $ABCD$ ;	
(II) 求二面角 $P-AC-B$ 的正切值.	



题本小题满分 题分)

已知函数 枣曾越越曾援

( I )求函数 旱曾越枣曾垣曾原曾的最大值；

( II )当 园约遭约葬时 ,求证：枣葬原枣遭跃葬援

题本小题满分 题分)

过双曲线 赠原赠越菊的上支上一点 孕作双曲线的切线交两条渐近线分别于点 粤 月援

( I )求证：粤粤 孕为定值；

( II )若 韵月越粤耘求动点 酝的轨迹方程 援

题本小题满分 题分)

设数列{葬}的各项都是正数 ,且对任意 灶 晕 都有 葬垣葬垣葬垣...垣葬越葬,其中 葬为数列{葬}的前 灶项和 援

( I )求证：葬越园葬原葬；

( II )求数列{葬}的通项公式；

( III )设 遭越衰垣(原员)<sup>λ</sup>·圆<sup>灶</sup>(λ 为非零整数 ,灶 晕 ) ,试确定 λ 的值 ,使得对任意 灶 晕 ,都有 遭跃遭成立 援



数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)在每小题的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 4x + 4 = 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- ☐ A.  $\{1, 2\}$
- ☐ B.  $\{2\}$
- ☐ C.  $\{1, 3\}$
- ☐ D.  $\{2, 3\}$

2. 设复数  $z = a + bi$  (其中  $a, b \in \mathbb{R}$ ), 若  $z^2$  为纯虚数, 则  $a$  的值为 ( )

- ☐ A. 0
- ☐ B. 1
- ☐ C. -1
- ☐ D. 2

3. 函数  $y = \sin(x + \frac{\pi}{4})$  的图像关于直线  $x = \frac{\pi}{8}$  对称, 则  $\phi$  的值为 ( )

- ☐ A.  $\frac{\pi}{4}$
- ☐ B.  $\frac{\pi}{2}$
- ☐ C.  $\frac{3\pi}{4}$
- ☐ D.  $\pi$

4. 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $\angle B = 45^\circ$ ,  $AB = 2$ , 则  $BC$  的长为 ( )

- ☐ A.  $\sqrt{2}$
- ☐ B.  $\sqrt{3}$
- ☐ C.  $\sqrt{6}$
- ☐ D.  $2\sqrt{2}$

5. 已知  $a, b \in \mathbb{R}$ , 则  $a > b$  是  $a^2 > b^2$  的 ( )

- ☐ A. 充分不必要条件
- ☐ B. 必要不充分条件
- ☐ C. 充要条件
- ☐ D. 既不充分也不必要条件

6. 在数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = 2a_n + 1$ , 则  $a_5$  等于 ( )

- ☐ A. 16
- ☐ B. 31
- ☐ C. 63
- ☐ D. 127

7. 已知向量  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 那么  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影为 ( )

- ☐ A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ☐ B.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- ☐ C.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
- ☐ D.  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

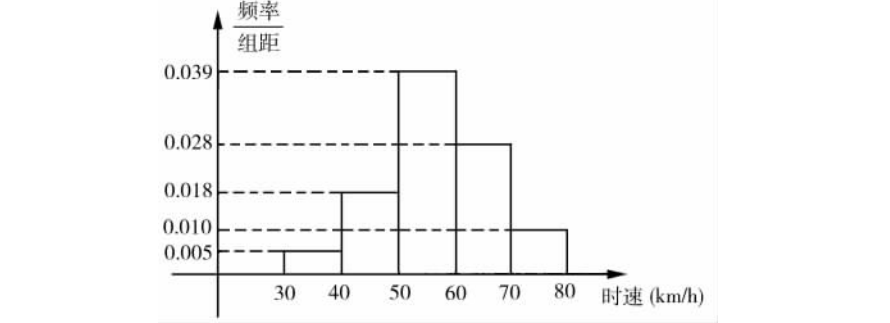
8. 已知  $\alpha, \beta, \gamma$  是三条不重合的直线,  $\alpha, \beta, \gamma$  是三个两两不重合的平面, 给出下列四个命题:

- ①若  $\alpha \perp \beta$ ,  $\beta \perp \gamma$ , 则  $\alpha \parallel \gamma$ ;
- ②若  $\alpha \perp \gamma$ ,  $\beta \perp \gamma$ , 则  $\alpha \parallel \beta$ ;
- ③若  $\alpha \subset \beta$ ,  $\beta \subset \gamma$ , 则  $\alpha \subset \gamma$ ;
- ④若  $\alpha, \beta$  是异面直线,  $\alpha \subset \beta$ ,  $\beta \parallel \gamma$ , 则  $\alpha \parallel \gamma$ .

其中的真命题是 ( )

- ☐ A. ①和②
- ☐ B. ①和③
- ☐ C. ②和④
- ☐ D. ③和④

9. 某辆汽车正经过某一雷达地区, 这些汽车运行的时速频率分布直方图如图所示, 则时速超过 70 km/h 的汽车数量约为 ( )



10. 从 1, 2, 3, 4, 5 这五个数中任取两个数, 则这两个数之和为偶数的概率为 ( )

- ☐ A.  $\frac{1}{5}$
- ☐ B.  $\frac{2}{5}$
- ☐ C.  $\frac{3}{5}$
- ☐ D.  $\frac{4}{5}$

11. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的右焦点为  $F$ , 过  $F$  作倾斜角为  $60^\circ$  的直线, 该直线与双曲线的右支有两个交点, 则此双曲线离心率的取值范围是 ( )

- ☐ A.  $(1, 2)$
- ☐ B.  $(1, \sqrt{3})$
- ☐ C.  $(1, \frac{2}{\sqrt{3}})$
- ☐ D.  $(1, \frac{4}{3})$

12. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & x \leq 0 \\ \ln(x + 1), & x > 0 \end{cases}$ , 则  $f(x)$  的图像关于 ( ) 对称.

- ☐ A. 直线  $y = x$
- ☐ B. 直线  $y = -x$
- ☐ C. 直线  $y = 1$
- ☐ D. 直线  $y = -1$

13. 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \phi)$  满足对任意  $x \in \mathbb{R}$ , 都有  $f(x) \leq \frac{1}{2}$ , 则  $\omega$  的取值范围是 ( )

- ☐ A.  $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$
- ☐ B.  $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$
- ☐ C.  $[\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}]$
- ☐ D.  $[\frac{2\pi}{3}, \pi]$

14. 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 90^\circ$ ,  $AB = 3$ ,  $AC = 4$ , 则  $BC$  的长为 ( )

- ☐ A. 5
- ☐ B.  $\sqrt{7}$
- ☐ C.  $\sqrt{13}$
- ☐ D.  $\sqrt{25}$

15. 已知  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  是空间的一组基底, 则  $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}$  也是空间的一组基底. ( )

16. 已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为 ( )

- ☐ A.  $45^\circ$
- ☐ B.  $60^\circ$
- ☐ C.  $135^\circ$
- ☐ D.  $150^\circ$

17. 已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影为 ( )

- ☐ A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ☐ B.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- ☐ C.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
- ☐ D.  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

18. 已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为 ( )

- ☐ A.  $45^\circ$
- ☐ B.  $60^\circ$
- ☐ C.  $135^\circ$
- ☐ D.  $150^\circ$

第Ⅱ卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 15 分,共 90 分)把正确答案填在题中横线上。

19. 已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为 \_\_\_\_\_。

20. 已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影为 \_\_\_\_\_。

21. 已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为 \_\_\_\_\_。

22. 已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影为 \_\_\_\_\_。

23. 已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为 \_\_\_\_\_。

24. 已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影为 \_\_\_\_\_。

三、解答题(本大题共 4 小题,共 60 分)解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

25. (本小题满分 15 分)

已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & x \leq 0 \\ \ln(x + 1), & x > 0 \end{cases}$

(I) 求  $f(x)$  的定义域和值域;

(II) 设  $\alpha$  是锐角, 且  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ , 求  $\alpha$  的值。

26. (本小题满分 15 分)

某商场准备在节日期间举行促销活动, 根据市场调查, 该商场决定从 4 种服装商品、3 种家电商品、2 种日用品中, 选出 3 种商品进行促销活动。

(I) 试求选出的 3 种商品中至少有一种日用品的概率;

(II) 商场对选出的商品采用有奖促销, 即在该商品现价的基础上价格提高 10%, 同时允许顾客每购买 1 件促销商品有 1 次抽奖的机会, 若中奖, 则每次中奖都可获得奖金 1000 元, 假设顾客每次抽奖时中奖与否是等可能的, 试分析此种有奖促销方案对商场是否有利。

27. (本小题满分 15 分)

已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为 \_\_\_\_\_。

28. (本小题满分 15 分)

已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影为 \_\_\_\_\_。

29. (本小题满分 15 分)

已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为 \_\_\_\_\_。

30. (本小题满分 15 分)

已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影为 \_\_\_\_\_。

31. (本小题满分 15 分)

已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为 \_\_\_\_\_。

32. (本小题满分 15 分)

已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影为 \_\_\_\_\_。

33. (本小题满分 15 分)

已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为 \_\_\_\_\_。

34. (本小题满分 15 分)

已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影为 \_\_\_\_\_。

35. (本小题满分 15 分)

已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为 \_\_\_\_\_。

36. (本小题满分 15 分)

已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影为 \_\_\_\_\_。

37. (本小题满分 15 分)

已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为 \_\_\_\_\_。

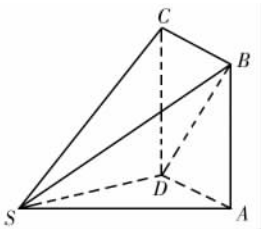
38. (本小题满分 15 分)

已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影为 \_\_\_\_\_。

（本题满分 5 分）

如图，多面体  $ABCDEF$  中，面  $ABCD$  为矩形， $AD \perp DE$ ， $AD \perp EF$ ， $DE \parallel EF$ ， $DE \perp DF$ ．

- （Ⅰ）求证：平面  $ADE \perp$  平面  $ABCD$ ；
- （Ⅱ）求二面角  $E-AC-D$  的大小．



（本题满分 5 分）

已知  $F_1$ 、 $F_2$  分别是椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  的左、右焦点，其左准线与  $y$  轴相交于点  $M$ ，并且满足  $\frac{MF_1}{F_1F_2} = \frac{F_2M}{F_2F_1}$ ， $P$  是上半椭圆上满足  $\angle MPF_1 = 90^\circ$  的两点，其中  $\lambda \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ ．

- （Ⅰ）求此椭圆的方程及直线  $PF_1$  的斜率的取值范围；
- （Ⅱ）过  $P$ 、 $Q$  两点分别作此椭圆的切线，两切线相交于一点  $N$ ，求证：点  $N$  在一条定直线上，并求点  $N$  的纵坐标的取值范围．

（本题满分 5 分）

已知函数  $f(x) = \ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$ ， $g(x) = \frac{x}{x+1}$ ．

- （Ⅰ）求函数  $f(x)$  的单调区间；
- （Ⅱ）如果关于  $x$  的方程  $f(x) = g(x) + k$  有实数根，求实数  $k$  的取值集合；
- （Ⅲ）是否存在正数  $k$  使得关于  $x$  的方程  $f(x) = g(x) + k$  有两个不相等的实数根？如果存在，求  $k$  满足的条件，如果不存在，说明理由．

（本题满分 5 分）

数列  $\{a_n\}$  的首项  $a_1 = 1$ ，前  $n$  项和  $S_n$  与  $a_n$  之间满足  $S_n = \frac{n+1}{2} a_n$ （ $n \geq 1$ ）．

- （Ⅰ）求证：数列  $\{\frac{1}{a_n}\}$  是等差数列；
- （Ⅱ）设存在正数  $k$  使  $(\frac{1}{a_1} + k)(\frac{1}{a_2} + k) \dots (\frac{1}{a_n} + k) \geq k \sqrt{n+1}$  对一切  $n \in \mathbb{N}^+$  都成立，求  $k$  的最大值．

## 数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 120 分,考试时间 120 分钟.援

参考公式:

如果事件 粤,月互斥,那么	球的表面积公式
$P(粤垣月)越P(粤)垣P(月)$	$S越4\pi R^2$
如果事件 粤,月相互独立,那么	其中 砸表示球的半径
$P(粤月)越P(粤)\cdot P(月)$	球的体积公式
如果事件 粤在一次试验中发生的	$V越\frac{4}{3}\pi R^3$
概率是 孕,那么 灶灶次独立重复试验中恰	其中 砸表示球的半径
好发生 噪次的概率	
$P_n(噪越噪)越C_n^k P^k(1-P)^{n-k}$	

### 第Ⅰ卷(选择题 共 30 分)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)援 在每小题给出的四个选项中,有且只有一项是符合题目要求的.)

1.已知集合 酝越{皂,渣,越蚤,灶,晕},其中 蚤越原1,则下面属于 酝的元素是 ( )

粤援员原蚤垣(员垣蚤)	月援员原蚤垣(员垣蚤)
悦援员原蚤垣(员垣蚤)	阅援员原蚤

2.已知函数 枣曾越 $\frac{曾}{曾^2-1}$ ,则 枣(曾)越 ( )

粤援 $\frac{曾}{曾^2-1}$	月援 $\frac{曾}{曾^2+1}$	悦援 $\frac{曾^2-1}{曾}$	阅援 $\frac{曾^2+1}{曾}$
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

3.二项式 $(\frac{曾}{曾^2}-\frac{员}{曾})^n$ 展开式中的常数项是 ( )

粤苑	月源苑	悦源愿	阅源愿愿
----	-----	-----	------

4.设点 孕在双曲线 $\frac{曾^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}越1$ 上,若 云<sub>1</sub>,云<sub>2</sub>为此双曲线的两个焦点,且 渣孕云<sub>1</sub>越孕云<sub>2</sub>渣

越苑,则△云<sub>1</sub>孕云<sub>2</sub>的周长等于 ( )

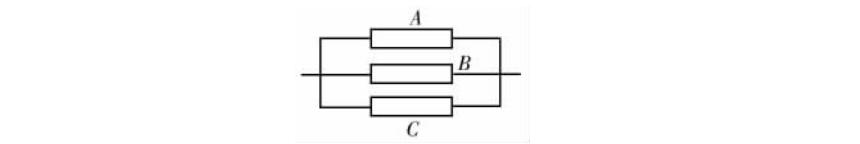
粤源圆	月源远	悦源源	阅源圆
-----	-----	-----	-----

5.若 葬,遭是非零向量且满足:(葬原圆遭)⊥葬,(遭原圆葬)⊥遭,则 葬与 遭的夹角是 ( )

粤 $\frac{\pi}{6}$	月 $\frac{\pi}{3}$	悦 $\frac{2\pi}{3}$	阅 $\frac{5\pi}{6}$
-------------------	-------------------	--------------------	--------------------

6.如图,粤,月,悦表示 猿种开关,设在某段时间内它们正常工作的概率分别是 园,园,园,如果系统中至少有 1 个开关能正常工作,那么该系统就能正常工作,该系

统正常工作的概率是 ( )



7.设 造皂,灶是空间三条直线,α,β 是空间两个平面,则下列选项中正确的是 ( )

粤:灶⊥灶时,“灶⊥β”是“造⊥β”成立的充要条件

月:皂⊂α 且 灶是 造在 α 内的射影时,“皂⊥灶”是“造⊥皂”的必要不充分条件

悦:皂⊂α 时,“皂⊥β”是“α⊥β”充分不必要条件

阅:皂⊂α 且 灶⊄α 时,“灶//α”是“皂//灶”的既不充分也不必要条件

8.函数 枣曾越 $\begin{cases}曾垣遭垣糟(曾>0)\\圆(曾\leq0)\end{cases}$ ,若 枣原源越枣圆,枣原圆越原圆,则关于 曾的方

程 枣曾越曾解的个数为 ( )

粤源个 月源个 悦源个 阅源个

9.有两个同心圆,在外圆周上有相异 远个,内圆周上有相异 猿个,由这 怨个点决定的直线至少有 ( )

粤猿条 月猿条 悦源条 阅源条

10.在 韵点测量到远处有一物体在作等速直线运动,开始时该物体位于 孕点,一分钟后,其位置在 匝点,且∠孕匝越 $\frac{\pi}{6}$ ,再过一分钟后,该物体位于 砸点,且∠匝砸越 $\frac{\pi}{6}$ ,则 砸到 韵的距离的值等于 ( )

粤猿	月猿	悦猿	阅猿
----	----	----	----

### 第Ⅱ卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 15 分,共 90 分)援 将答案填在题中横线上.)

11.在直角坐标系 曾-赠中,设 韵月越(原圆),韵悦越(原猿),则线段 月悦中点 酝(曾,赠)的轨迹方程是\_\_\_\_\_援

12.若 ξ 的分布列为:

ξ	园	员
孕	责	择

其中 责(园)则 耘越\_\_\_\_\_,阅越\_\_\_\_\_援

13.在数列{葬<sub>n</sub>}中,葬<sub>1</sub>越原圆,且 葬<sub>n</sub>越葬<sub>n-1</sub>垣猿,则这个数列的前 猿项的绝对值之和为\_\_\_\_\_援

14.设 粤越 $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$ ,曾∈粤,曾∈砸,定义在集合 粤上的函数 赠越 $\frac{曾}{曾^2+1}$ 葬∈员的最 大值比最小值大 1,则底数 葬的值是\_\_\_\_\_援

15.设 灶为正整数,坐标平面上有一等腰三角形,它的三个顶点分别是(园,圆),(员,灶),

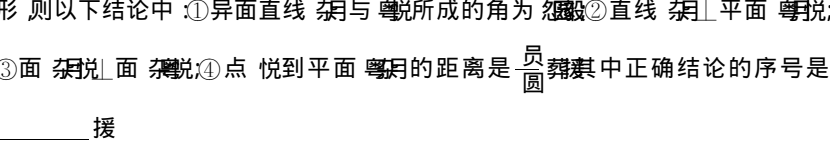
(原员,灶),设此三角形的外接圆直径长等于 阅,则 造阅越\_\_\_\_\_援

16.在平面直角坐标系 曾-赠中,点 孕曾,赠满足条件:

( $\frac{曾}{曾^2+1}$ 原员)( $\frac{曾}{曾^2+1}$ 原圆)( $\frac{曾}{曾^2+1}$ 原猿)≤园,则点 孕所在区域的面积为\_\_\_\_\_援

17.三棱锥 杂原粤-悦中,∠杂粤越∠杂粤越 $\frac{\pi}{6}$ ,△粤悦是斜边 粤粤越猿的等腰直角三角形,则以下结论中:①异面直线 杂粤与 粤悦所成的角为 $\frac{\pi}{6}$ ;②直线 杂粤⊥平面 粤粤悦;

③面 杂粤⊥面 杂粤悦;④点 悦到平面 粤粤粤的距离是 $\frac{1}{2}$ .其中正确结论的序号是\_\_\_\_\_援



### 三、解答题(本大题有 3 小题,共 60 分)援 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.)

18.(本小题满分 10 分)

(Ⅰ)请写出一个各项均为实数且公比 择(园)的等比数列,使得其同时满足 葬<sub>1</sub>垣葬<sub>2</sub>越员且 葬<sub>1</sub>·葬<sub>2</sub>越 $\frac{1}{2}$ ;

(Ⅱ)在符合(Ⅰ)条件的数列中,试找出所有的正整数 皂,使得 葬<sub>1</sub>,葬<sub>2</sub>,原员,这三个数依次成等差数列.援

题号基本小题满分 题分)

设函数  $f(x)=\frac{1}{x^2}+\frac{a}{x}+\ln x$  的定义域为  $(0,+\infty)$  ,

( I )求  $f(x)$  的最小正周期  $T$  ;

( II )求  $f(x)$  的单调递增区间 ;

( III )设点  $P_1(x_1,y_1),P_2(x_2,y_2),\dots,P_n(x_n,y_n)$  在函数  $f(x)$  的图像上 ,

且满足条件 :  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$  , 求  $y_1+y_2+\dots+y_n$  的值

题号基本小题满分 题分)

已知直线  $l: y=kx+b$  与抛物线  $y=x^2-2x+1$  相切于点  $P(1,0)$  ,

( I )当直线经过抛物线焦点  $F$  时 , 求点  $P$  关于直线  $l$  的对称点  $Q$  的坐标 , 并判断点  $Q$  是否在抛物线  $y=x^2-2x+1$  上 ;

( II )当  $k$  变化 ( $k \neq 0$ ) 且直线  $l$  与抛物线  $y=x^2-2x+1$  有公共点时 , 设点  $P$  关于直线  $l$  的对称点为  $Q(x,y)$  , 求  $x$  关于  $k$  的函数关系式  $x=f(k)$  , 并求  $f(k)$  与  $Q$  重合时 ,  $x$  的取值范围

题号基本小题满分 题分)

已知函数  $f(x)=\frac{1}{x^2}+\frac{a}{x}+\ln x$  的定义域为  $(0,+\infty)$  , 过点  $P(1,0)$  作曲线  $y=f(x)$  的两条切线  $l_1, l_2$  , 切点分别为  $Q_1, Q_2$  ,

( I )设  $f(x)$  的极值为  $M$  , 试求函数  $M$  的表达式 ;

( II )是否存在  $M$  使得  $M$  与  $Q_1, Q_2$  三点共线 ? 若存在 , 求出  $M$  的值 ; 若不存在 , 请说明理由 ;

( III )在 ( I ) 的条件下 , 若对任意的正整数  $n$  在区间  $[1, \frac{1}{n}]$  内总存在  $n$  个实数  $x_1, x_2, \dots, x_n$  , 使得不等式  $f(x_1)+f(x_2)+\dots+f(x_n) \geq f(\frac{1}{n})$  成立 , 求  $n$  的最大值

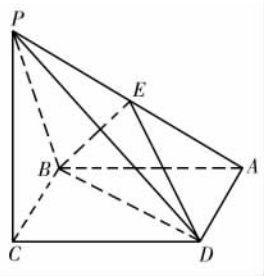
题号基本小题满分 题分)

已知四棱锥  $P-ABCD$  的底面是边长为  $2$  的菱形 ,  $\angle BPC=90^\circ$  且  $PC \perp$  平面  $ABCD$  ,  $E$  是  $PD$  的中点 .

( I )求证 : 平面  $PAC \perp$  平面  $PBC$  ;

( II )求直线  $PE$  与直线  $BC$  所成的角的余弦值 ;

( III )设二面角  $P-AC-B$  的平面角为  $\theta$  , 求  $\cos \theta$  的值





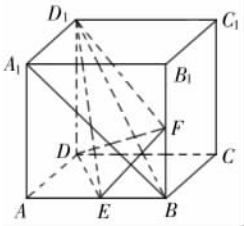
题本小题满分 5 分）

正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $E$  分别为  $AB$  与  $BC$  的中点

( I )求证 :  $DE \perp$  平面  $AB_1D_1$ ;

( II )求二面角  $C_1-DE-A_1$  的正切值 ;

( III )若  $DE \perp$  求三棱锥  $A_1-DEB_1$  的体积



题本小题满分 5 分）

如图, 椭圆两焦点  $F_1, F_2$  与短轴两端点  $B_1, B_2$  正好是正方形的四个顶点, 且焦点到椭圆上一点最近距离为  $\sqrt{2}$

( I )求椭圆的标准方程 ;

( II )过  $B_1$  的直线与椭圆交于不同的两点  $M, N$ , 且  $M$  在  $B_1, N$  之间, 设  $\frac{B_1M}{B_1N} = \lambda$

$\lambda$  求  $\lambda$  的取值范围

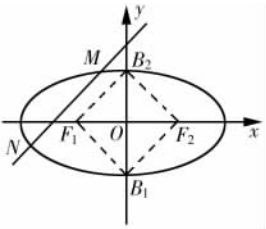
题本小题满分 5 分）

已知函数  $f(x) = \ln x - \frac{1}{x}$

( I )求  $f(x)$  在  $[1, e]$  上的极值 ;

( II )若对任意  $x \in [1, e]$ , 不等式  $f(x) \geq a$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围 ;

( III )若关于  $x$  的方程  $f(x) = a$  在  $[1, e]$  上恰有两个不同的实根, 求实数  $a$  的取值范围



题本小题满分 5 分）

设数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1$ , 且  $a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + \frac{1}{a_n}$  (  $n \geq 1$  )

( I )求数列  $\{a_n\}$  的通项公式 ;

( II )若存在实数  $a$  使得得数列  $\{a_n\}$  恒成等差数列, 记数列

$\{a_n \cdot (\frac{1}{a_n})^n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 证明  $S_n < 2$



已知点  $P$  在  $x$  轴上,点  $Q$  在  $y$  轴的正半轴上,且满足  $|OP| = |OQ|$ ,求点  $P$  的轨迹方程;

(II)直线  $l$  与点  $P$  的轨迹  $C$  交于  $A, B$  两点,若  $\angle AOB = 90^\circ$ ,求直线  $l$  的斜率的取值范围.

已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1$ ,求  $a_n$  的通项公式;

(I)求  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ ;

(II)求  $\{a_n\}$  的极限;

(III)求  $\{a_n\}$  的单调性.

已知函数  $f(x) = x^2 + 2x + 1$ ,求  $f(x)$  的最小值;

(I)求  $f(x)$  的导数;

(II)求  $f(x)$  的极值;

(III)若  $f(x)$  在  $[1, 2]$  上有最大值,求实数  $a$  的取值范围.



数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 员圆分,考试时间 员圆分钟援

第Ⅰ卷(选择题 共 猿分)

一、选择题(本大题共 员圆小题,每小题 缘分,共 缘分)援在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

员毅集合 粤越{曾|曾越源原曾原曾},月越{曾| $\frac{猿}{曾垣员}$  > 员},则 粤\月等于 ( )

粤援曾原猿的约数\缘原员  
月援曾原猿猿的曾<圆  
悦援曾原猿的约数\员  
阅援曾原猿原缘的约数的或\缘原猿的曾<圆

圆若(员垣曾)<sup>灶</sup>的展开式中各项系数之和是 葬,(圆曾垣缘)<sup>灶</sup>的展开式中各项的二项式系数之和为 遭,则  $\frac{葬原圆遭}{灶垣猿垣圆}$  的值为 ( )

粤援 $\frac{圆}{猿}$   
月援 $\frac{员}{圆}$   
悦援 $\frac{员}{圆}$   
阅援 $\frac{员}{猿}$

猿若 曾=悦,则方程 遭曾垣员垣源曾的解是 ( )

粤援 $\frac{员垣\sqrt{猿}}{圆}$   
月援猿或 源  
悦援 $\frac{圆}{猿}$   
阅援 $\frac{圆}{猿}$

源若把一个函数的图像按向量 葬越(原 $\frac{\pi}{猿}$ ,原圆)平移后,得到函数 赠越曾曾的图像,则原图像的函数解析式是 ( )

粤援赠越曾曾垣 $\frac{\pi}{猿}$ 原圆  
月援赠越曾曾原 $\frac{\pi}{猿}$ 原圆  
悦援赠越曾曾垣 $\frac{\pi}{猿}$ 垣圆  
阅援赠越曾曾原 $\frac{\pi}{猿}$ 垣圆

缘已知 阅是△粤悦的边 粤月的中点,则悦等于 ( )

粤援 $\frac{员}{圆}$ 粤  
月援 $\frac{员}{圆}$ 悦  
悦援 $\frac{员}{圆}$ 粤  
阅援 $\frac{员}{圆}$ 粤

远已知正方体的外接球的体积是 $\frac{圆}{猿}$ ,那么正方体的棱长是 ( )

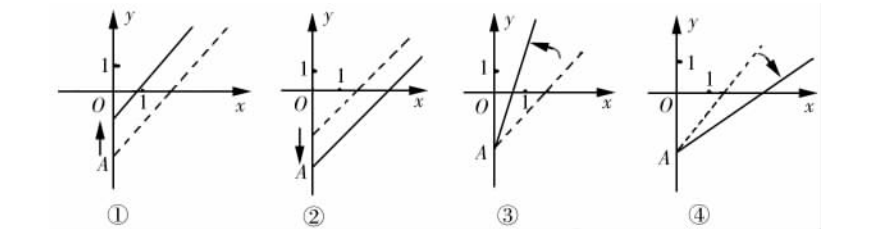
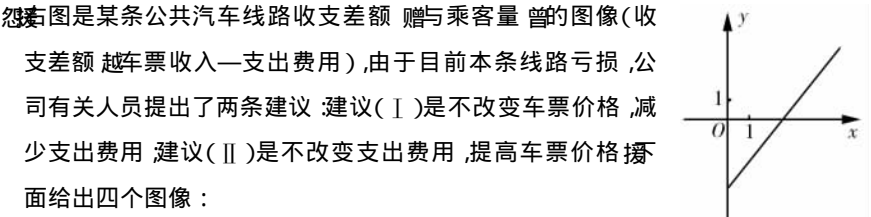
粤援 $\frac{源}{猿}$   
月援 $\frac{猿}{猿}$   
悦援 $\frac{圆}{猿}$   
阅援 $\frac{圆}{圆}$

苑某市统考成绩大体上反映了全市学生的成绩状况,因此可以把统考成绩作为总体,

设平均成绩  $\mu$  越源,标准差  $\delta$  越员,总体服从正态分布,若全市录取率为 源%,那么录取分数线可能划在(已知  $\phi(\frac{圆-源}{圆})$  越圆) ( )

粤援 $\frac{圆}{圆}$ 分  
月援 $\frac{圆}{圆}$ 分  
悦援 $\frac{圆}{圆}$ 分  
阅援 $\frac{圆}{圆}$ 分

愿双曲线  $\frac{曾}{源}$  原  $\frac{赠}{猿}$  越 员 的两个焦点为 云<sub>员</sub>、云<sub>圆</sub>,点 孕在双曲线上,△云<sub>员</sub>云<sub>圆</sub> 的面积为 $\sqrt{猿}$ ,则  $\frac{孕云_1}{孕云_2}$  等于 ( )



在这些图像中 ( )

粤援反映了建议(Ⅱ) ③反映了建议(Ⅰ)  
月援反映了建议(Ⅰ) ③反映了建议(Ⅱ)  
悦援反映了建议(Ⅰ) ④反映了建议(Ⅱ)  
阅援反映了建议(Ⅰ) ②反映了建议(Ⅱ)

员圆数列{葬<sub>灶</sub>}为等差数列,从{葬<sub>员</sub>,葬<sub>圆</sub>,… ,葬<sub>圆</sub>}中任取 猿个不同的数,使这三个数仍成等差数列,则这样不同的等差数列最多有 ( )

粤援圆个  
月援圆个  
悦援圆个  
阅援圆个

第Ⅱ卷(非选择题 共 员圆分)

二、填空题(本大题共 缘小题,每小题 缘分,共 圆分)援把答案填在题中横线上)

员毅枣曾越 $\begin{cases} 藻曾<圆 \\ 遭曾(曾垣圆) \end{cases}$  则  $\frac{枣枣}{圆}$  越\_\_\_\_\_援

员圆已知 曾赠满足 $\begin{cases} 赠<曾 \\ 曾垣赠<源 \end{cases}$  则 杂越曾垣赠垣曾原圆赠垣圆的最小值等于\_\_\_\_\_援

员猿已知椭圆 猿曾垣赠越圆过原点且倾斜角分别为  $\theta$  和  $\pi$ 原 $\theta$ ( $0\leq\frac{\pi}{源}$ )的两条直线 分别交椭圆于点 粤悦和点 月阅,则四边形 粤悦阅的面积的最大值等于\_\_\_\_\_,此时  $\theta$  越\_\_\_\_\_援

员肆已知不等式  $\frac{遭赠}{曾}\leq\frac{员}{藻}$  对任意的正实数 曾恒成立,则实数 噪的取值范围是\_\_\_\_\_援

员对某一目标进行射击,直到击中为止,如果每次射击命中目标的概率都是  $\frac{猿}{圆}$ 约员,则射击次数  $\xi$  的数学期望值等于\_\_\_\_\_援

三、解答题(本大题共 远小题,共 苑分)解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

员援本题满分 圆分)

设函数 枣曾越葬遭,其中向量 葬越(圆藻曾员),遭越(藻曾, $\sqrt{猿}$ 曾垣皂)

(Ⅰ)求函数 枣曾的最小正周期和在[圆 $\pi$ ]上的单调递增区间;

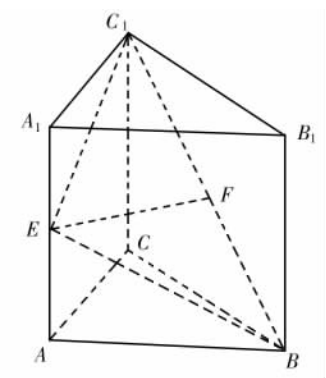
(Ⅱ)当 曾[圆 $\frac{\pi}{远}$ ]时,原原约枣曾约原垣成立,求实数 皂的取值范围援

员援本题满分 圆分)

如图,直三棱柱 粤悦原粤月悦中,∠粤月悦越圆,粤悦越粤悦越 $\sqrt{猿}$ ,粤粤越远,耘云分别为 粤粤与 月猿的中点援

(Ⅰ)求证:耘云∥底面 粤悦;

(Ⅱ)求平面 耘云耘与底面 粤悦所成的锐二面角的大小援



（本题满分 15 分）

设  $a, b$  是区间  $[0, 1]$  上的任意两点,若函数  $f(x)$  满足

$$f\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \frac{f(a)+f(b)}{2}$$
成立,则称函数  $f(x)$  在区间  $[0, 1]$  上

下凸.

( I )证明 函数  $f(x) = \sin x$  在区间  $(0, \frac{\pi}{2})$  上下凸；

( II )若函数  $f(x)$  在区间  $[0, 1]$  上下凸,则对任意的  $a_1, a_2, \dots, a_n \in [0, 1]$  有

$$f\left(\frac{a_1+a_2+\dots+a_n}{n}\right) \leq \frac{f(a_1)+f(a_2)+\dots+f(a_n)}{n}$$
 成立.根据下凸函数的这一性质,证

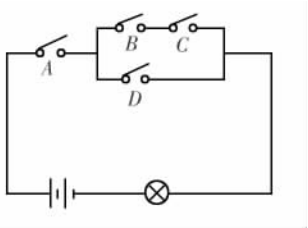
明 若  $a_1, a_2, \dots, a_n \in (0, \frac{\pi}{2})$  则  $(a_1+a_2+\dots+a_n) \cdot \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}\right) \geq n^2$ .

（本题满分 15 分）

某电路如图所示,在某段时间内,开关  $K_1, K_2$  能接通的概率都是  $\frac{1}{2}$ .

( I )计算这段时间内电灯不亮的概率  $P$ ；

( II )求  $P$  在  $(0, 1)$  内是否存在最大值？若存在请求出  $P$ ,若不存在请说明理由.



（本题满分 15 分）

设数列  $\{a_n\}$  的各项都是正数,且对任意的  $n \in \mathbb{N}^+$  都有  $a_1 + a_2 + \dots + a_n = n^2$ ,其

中  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和.

( I )求证 :  $a_n = 2n - 1$ ;

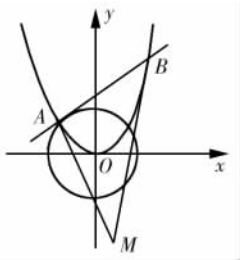
( II )求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

( III )若  $a_n = \lambda \cdot n^k$  ( $\lambda$  为非零常数,  $k \in \mathbb{N}^+$ ),问是否存在整数  $\lambda$ ,使得对任意  $n \in \mathbb{N}^+$  都有  $a_n \geq n$ ？若存在求出  $\lambda$  的值,若不存在请说明理由.

（本题满分 15 分）

如图所示,抛物线  $y = x^2$  的动弦  $AB$  所在直线与圆  $x^2 + y^2 = 1$  相切,分别过点  $A, B$

的抛物线的两条切线相交于点  $M$ ,求点  $M$  的轨迹方程.



数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共 员分,考试时间 员圆分钟援  
参考公式:

- 如果事件 粤,月互斥,那么  $P(\text{粤垣月})=P(\text{粤})+P(\text{月})$   
如果事件 粤,月相互独立,那么  $P(\text{粤月})=P(\text{粤})\cdot P(\text{月})$

第Ⅰ卷(选择题 共 缘分)

一、选择题(本大题共 员圆个小题,每小题 缘分,共 缘分)援在每小题给出的四个选项中,有且只有一个是正确的)

- 员集合  $\text{孕}=\{\text{曾},\text{曾原葬}\}$ , $\text{匝}=\{\text{曾},\text{曾垣葬}\}$ ,在  $\text{匝}$  中,  $\text{孕}\cap \text{匝}$  等于 ( )  
粤援 原圆圆  
月援 原圆圆  
悦援 原圆圆,原源源  
阅援 原圆圆,原源源

圆将函数  $y=\sin(\omega x+\varphi)$  的图像按向量  $(-\frac{\pi}{\omega},\varphi)$  平移后得到的图像对应的函数解析式是 ( )

- 粤援  $y=\sin\omega x$   
月援  $y=\sin(\omega x+\varphi)$   
悦援  $y=\sin(\omega x-\varphi)$   
阅援  $y=\sin(\omega x+\varphi+\pi)$

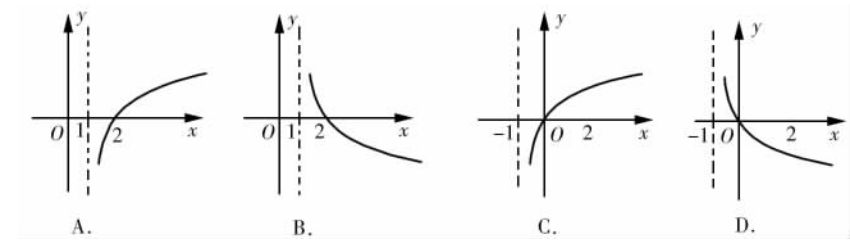
- 猿若两个平面  $\alpha$  与  $\beta$  相交但不垂直,直线 皂在平面  $\alpha$  内,则在平面  $\beta$  内 ( )  
粤援 定存在与直线 皂平行的直线  
月援 定不存在与直线 皂平行的直线  
悦援 定存在与直线 皂垂直的直线  
阅援 不一定存在与直线 皂垂直的直线

源设 枣早都是由 粤到 粤的映射(其中 粤越{员,圆,猿})其对应法则如下表:

粤	员	圆	猿
枣曾→赠	员	员	圆
早:曾→赠	猿	圆	员

- 则 枣早猿等于 ( )  
粤援 猿  
月援 圆  
悦援 猿  
阅援 不存在  
缘设{葬}是等差数列,{遭}为等比数列,其公比 择≠ 员,且 遭跃圆,灶越员,圆,猿,...)若 葬越遭,葬跃遭,则 ( )  
粤援 葬跃遭  
月援 葬跃遭  
悦援 葬约遭  
阅援 葬跃遭或 葬约遭

远若函数 枣曾越葬<sup>曾</sup>原葬<sup>曾</sup>(葬跃圆且 葬≠ 员)上(原肄,垣肄)既是奇函数,又是增函数,则 早曾越葬<sup>曾</sup>的图像是 ( )



苑已知命题 责:葬原葬跃圆,择:葬(曾垣曾葬)跃圆,则 原责是 原择的 ( )

- 粤援 充分不必要条件  
悦援 充分必要条件  
愿设集合 陨越{员,圆,猿},选择 陨的两个非空子集 粤和 月,要使 月中最大的数小于 粤中最小的数,则不同的选择方法共有 ( )  
粤援 远种  
月援 猿种  
悦援 猿种  
阅援 猿种  
怨过抛物线  $y^2=2px$  的焦点的直线 曾原皂垣皂越园与抛物线交于 粤,月两点,且  $\triangle \text{韵月}$  韵为坐标原点)的面积为 圆圆,则 皂<sup>圆</sup>垣皂<sup>圆</sup>等于 ( )

- 粤援 源  
月援 圆  
悦援 圆  
阅援 圆  
员园已知函数 枣曾越 $\begin{cases} \text{葬曾垣遭曾} & (\text{原员},\text{圆}) \\ \text{曾原遭曾} & (\text{圆},\text{员}) \end{cases}$ ,其中 葬跃圆,遭跃圆,若 枣曾存在,且 枣曾 在(原员,员)上有最大值,则 遭的取值范围是 ( )  
粤援 跃员  
月援 圆约遭≤ 员  
悦援 ≤ 员  
阅援 圆约遭≤ 员

第Ⅱ卷(非选择题 共 员圆分)

二、填空题(本大题共 远小题,每小题 源分,共 圆分)援把答案填在题中横线上)

员若复数  $z=\frac{1-i}{1+i}$ ,其中  $\theta\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ ,则复数  $z$  对应的点必在第\_\_\_\_\_象限援

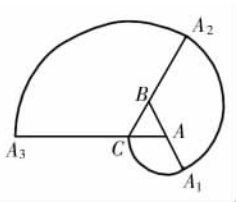
圆设曾垣圆(曾原员)<sup>肆</sup>展开式中 曾的系数是\_\_\_\_\_援用数字作答)

- 猿已知 粤,月为椭圆 悦:  $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$  的长轴的两个端点,孕是椭圆 悦上的动点,且  $\angle \text{粤孕月}$  的最大值是  $\frac{\pi}{3}$ ,则实数 皂的值是\_\_\_\_\_援

源已知球 韵的表面积为 源,粤,月,悦三点都在球面上,且任意两点间的球面距离为  $\frac{\pi}{2}$ ,则 韵粤与平面 粤月悦所成角的正切值是\_\_\_\_\_援

- 缘已知点 孕(曾,赠)满足不等式组 $\begin{cases} \text{曾垣赠}\geq \text{源} \\ \text{曾}\geq \text{源} \\ \text{赠}\leq \text{猿} \end{cases}$ ,则动点 匝(糟,泽)( $\theta\in[0,2\pi)$ 到点 孕的距离 泽的取值范围是\_\_\_\_\_援

远如图,一条螺旋线是用以下方法画成:△粤月悦是边长为 员的正三角形,曲线 悦粤、粤粤、粤粤分别以 粤,月,悦为圆心,粤悦,月粤、悦粤为半径画的弧,曲线 悦粤粤粤称为螺旋线旋转一圈,擦后又以 粤为圆心,粤粤为半径画弧...这样画到第 灶圈,则所得整条螺旋线的长度 遭\_\_\_\_\_援用  $\pi$  表示即可)援



三、解答题(本大题共 远小题,共 苑分)解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

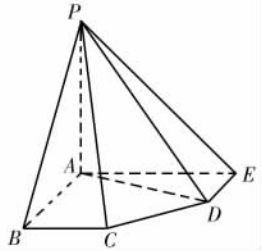
- 员援本小题满分 圆分)  
已知向量 皂越(糟,月,员)与向量 灶越(员,糟,月)共线,其中 粤,月,悦是△粤月悦的内角援

- (Ⅰ)求角 月的大小;  
(Ⅱ)求 圆cos 粤cos 悦原粤的取值范围援

圆援本小题满分 圆分)  
甲、乙两人进行定点投篮游戏,投篮者若投中则继续投篮,否则由对方投篮,第一次由甲投篮,已知每次投篮甲、乙命中的概率分别为  $\frac{1}{2}$ , $\frac{1}{3}$ 援

- (Ⅰ)求 第三次由乙投篮的概率;  
(Ⅱ)在前 猿次投篮中,乙投篮的次数为  $\xi$ ,求  $\xi$  的分布列及期望 耘援

- 圆援本小题满分 圆分)  
在五棱锥 孕原粤月悦耘中,孕粤越孕月越孕云越圆肆,孕月越孕云越圆/圆肆,月悦越圆肆越肆,  $\angle \text{耘月越}\angle \text{粤月悦越}\angle \text{阅粤越圆肆}$   
(Ⅰ)求证:孕粤⊥平面 粤月悦;  
(Ⅱ)求二面角 粤原孕阅原耘的大小;  
(Ⅲ)求点 悦到平面 孕耘耘的距离援



本题满分 5 分）

在直角坐标平面上有一点列  $P_n(x_n, y_n), P_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1}), \dots,$

$P_n(x_n, y_n), \dots$  对每个正整数  $n$  点  $P_n$  位于函数  $y = \frac{1}{x}$  的图

像上,且  $x_n$  的横坐标构成以  $\frac{1}{2}$  为首项,  $\frac{1}{4}$  为公差的等差数列  $\{x_n\}$  援

( I )求点  $P_n$  的坐标；

( II )设抛物线列  $y = x^2, y = x^2, y = x^2, \dots, y = x^2, \dots$  中的每一条的对称轴都垂直于  $x$  轴,第  $n$  条抛物线  $y = x^2$  的顶点为  $P_n$  且过点  $Q_n(1, \frac{1}{n^2})$ ,记过点  $Q_n$  且与抛物线  $y = x^2$  相切的直

线的斜率为  $k_n$  求证： $\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n} < \frac{1}{2}$

本题满分 5 分）

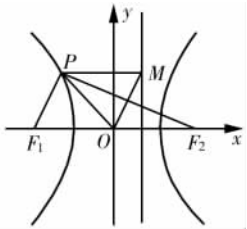
如图,若  $F_1, F_2$  为双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的左、右焦点,  $O$  为坐标原点,  $P$  在双曲线左

支上,  $M$  在右准线上,且满足  $OP \perp PM, OM \perp F_1M$  援

( I )求此双曲线的离心率；

( II )若此双曲线过点  $A(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ,求双曲线的方程；

( III )设( II )中双曲线的虚轴端点为  $B_1, B_2$  ( $B_1$  在  $y$  轴的正半轴上),过  $B_1$  点作直线  $l$  与双曲线交于  $C, D$  两点,当  $\angle CB_1D = 90^\circ$  时,求直线  $l$  的方程 援



本题满分 5 分）

已知函数  $f(x) = \frac{1}{x} \ln x$  (其中  $e$  为自然对数的底数)

( I )判断  $f(x)$  的奇偶性；

( II )在  $(-\infty, +\infty)$  上求函数  $f(x)$  的极值；

( III )用数学归纳法证明：当  $x > 0$  时,对任意正整数  $n$  都有  $f(x) > \frac{1}{n} \ln x$  援

数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟

第Ⅰ卷(选择题 共 50 分)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知  $\log_2 \frac{a}{b} = 3$ ,  $\log_2 \frac{b}{c} = 4$ , 则实数  $\frac{a}{c}$  的取值范围是 ( )

2. 函数  $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$  的图像关于点  $(\frac{\pi}{3}, 0)$  对称,则  $\omega$  的最小正值为 ( )

3. 已知  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  是单位向量,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{1}{3}$ , 则  $\vec{a} \cdot \vec{c}$  的取值范围是 ( )

4. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

5. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

6. 已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影为 ( )

7. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

8. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

9. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

10. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

11. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

12. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

13. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

14. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

15. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

16. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

17. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

18. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

19. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

20. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

21. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

22. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

23. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

24. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

25. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

26. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

27. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

28. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

29. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

30. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

31. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

32. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

33. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

34. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

35. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

36. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

37. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

38. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

39. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

40. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

41. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

42. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

43. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

44. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

45. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

46. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

47. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

48. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

49. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

50. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

51. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

52. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

53. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

54. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

55. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

56. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

57. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

58. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

59. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

60. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

61. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

62. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$  的值为 ( )

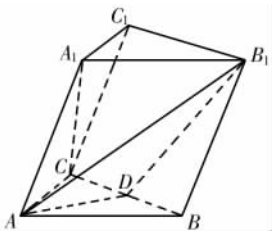
63. 已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\cos \theta$  的值为 ( )

（本题满分 15 分）

如图，棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中， $AA_1$ 、 $AB$ 、 $AC$  都与平面  $A_1B_1C_1$  所成的角相等， $\angle CAA_1 = 60^\circ$ ， $AA_1 = 4$ ， $AB = AC = 5$ ， $D$  是  $BC$  上的点，

且  $AA_1 \perp$  平面  $A_1B_1C_1$ ，求：

- （Ⅰ） $AA_1$  与平面  $A_1B_1C_1$  的距离；  
（Ⅱ）二面角  $A_1-AB-A$  的大小；  
（Ⅲ） $AA_1$  与平面  $A_1B_1C_1$  所成角的大小．



（本题满分 15 分）

已知圆  $C_1$  的圆心为  $C_1$ ，圆  $C_2$  的圆心为  $C_2$ ，一动圆与这两圆都外切．

- （Ⅰ）求动圆圆心  $P$  的轨迹方程；  
（Ⅱ）若过点  $C_2$  的直线  $l$  与（Ⅰ）中所求轨迹有两个交点，求  $l$  的取值范围．

（本题满分 15 分）

已知  $a_n = \frac{1}{n}$ ， $b_n = \frac{1}{n^2}$ ，且  $a_n > b_n$ ，其中  $a_n$  为

- （Ⅰ）求  $a_n$  的表达式；  
（Ⅱ）设数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n = \frac{1}{n}$ ，求  $a_n$  的通项公式；

（Ⅲ）设数列  $\{b_n\}$  满足  $b_n = \frac{1}{n^2}$ ，当  $n \geq 1$  时， $b_n$  为  $a_n$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，试比较  $S_n$  与  $b_n$  的大小．

# 数 学

试卷说明:本试卷部分记号采用非试验教材的表示法,使用试验教材的考生请注意,试卷中的葬越曾赠相当于试验教材中的葬越曾赠,麻相当于试验教材中的麻援  
满分 150 分,考试时间 150 分钟 援

一、填空题(本大题满分 100 分)本大题共有 10 题,只要求直接填写结果,每题填对得 10 分,否则一律得零分)

已知  $z = \frac{1-i}{1+i}$  (其中  $i$  是虚数单位), 若  $\frac{1}{z}$  为实数, 则实数  $a$  的值是 \_\_\_\_\_ 援

圆若直线  $\sqrt{2}x + y - 2 = 0$  与直线  $x - y + 2 = 0$  互相垂直, 则  $\sqrt{2}$  援  
猜已知正三棱锥底面边长为 2, 侧棱与底面成  $45^\circ$  角, 则三棱锥的体积为 \_\_\_\_\_ 援

源殺  $\alpha \in (\text{源}, \frac{\pi}{\text{源}})$ , 澤垣越  $\frac{\pi}{\text{源}}$ , 則 澤垣越  $\frac{\pi}{\text{源}}$  援

缘已知枣曾越  $\left\{ \begin{array}{l} \text{糟} \text{曾, (曾)园} \\ \text{枣曾垣垣, 曾园} \end{array} \right.$  则枣猿缘垣枣原猿缘)越\_\_\_\_\_援

12. 在极坐标系中, 曲线  $\rho = 4\cos\theta$  与曲线  $\rho = 4\sin\theta$  有 2 个公共点. 援

葬, 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} (葬_n - 葬_{n-1})$  越\_\_\_\_\_援

【例 3】已知点  $P$  是抛物线  $y^2 = 4x$  上的动点, 点  $A$  的坐标为  $(-1, 1)$ , 求  $|PA|$  的最小值.

已知向量  $\vec{a}$  的模为 1, 向量  $\vec{b}$  的模为 2, 且  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $\theta$ , 则  $\theta$  的取值范围是\_\_\_\_\_援

在某次数学考试中,学号为 蚤蚤蚤蚤圆猿猿源 的学生的考试成绩为 枣蚤,且 枣蚤 ∈ {圆,猿,源,缘,远,苑},则满足 枣蚤 ≤ 枣圆 ≤ 枣猿 ≤ 枣源 的概率为 \_\_\_\_\_ (用分数表示结果)援

对于实数  $x$ , 用  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数, 如  $[\frac{1}{2}] = 0$ ,  $[\frac{3}{2}] = 1$ . 若  $x$  为正整数,  $[x] = x$ , 设  $\{x_n\}$  为数列  $\{x_n\}$  的前  $n$  项和, 则  $x_n$  越\_\_\_\_\_。

圆  $C$  的方程为  $x^2 + y^2 + 2x - 4y + m = 0$ ，若函数  $f(x) = \frac{1}{x}$  的图像与直线  $l$  有公共点，则  $m$  应满足的条件为\_\_\_\_\_。

二、选择题[本大题满分 12 分]本大题共有 4 题,每题都给出代号为 A、B、C、D 的四个结论,其中有且只有一个结论是正确的,必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内,选对得 3 分,不选、选错或者选出的代号超过一个(不论是否都写在圆括号内),一律得零分]

题源：粤说中，“粤跃月”是“精粤纤圆月”的（ ）

粤充分非必要条件	月必要非充分条件
悦充分条件	阅既非充分又非必要条件

源若直线 皂曾垣赠京原越 皂,炆 砌将圆 曾垣赠 原京圆赠京原越 分成两段相等的弧,则 皂垣炆等于 ( )

粤源圆 月源员 悦源 阅源

现要制作一个面积为  $2\text{m}^2$  ,形状为直角三角形的钢框架 ,有下列四种长度的钢管可供选用 ,则最合适(既够用 ,又剩余最少)的长度为 ( )

粵苑皂 月苑皂 悅苑皂 閱苑皂

定义函数  $f(x) = \frac{1}{x}$ ，若  $f(x)$  在区间  $(a, b)$  上是增函数，则  $a$  曾在区间  $(0, \frac{1}{b})$  上的单调性为  $(\quad)$

粤苑增后减                      月苑减后增

悦读调递增                      阅读调递减

三、解答题(本大题满分 40 分)本大题共有 4 题,解答下列各题必须写出必要的步骤)

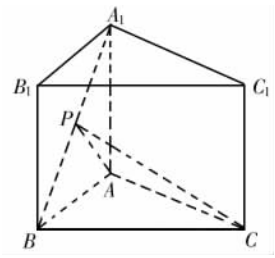
【答案】本题满分 10 分)

设  $z_1, z_2, \dots, z_n$  为实数且  $z_i \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ , 求函数

枣曾越漣<sub>吳</sub>原<sub>國</sub>漣<sub>國</sub>的值域援

根据本题满分 8 分)

在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, 底面  $\triangle ABC$  是等腰直角三角形,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = BC = 1$ ,  $AA_1 = 2$ . 求二面角  $A_1-BC-A$  的大小.

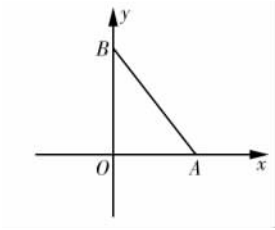


说明:本题满分 15 分。本题共有 4 个小题,第 1 小题满分 4 分,第 2 小题满分 4 分,第 3 小题满分 4 分,第 4 小题满分 3 分。

如图,点 粤葬园,月园遭分别是 曾轴和 赠轴正半轴上的定点,动点 致 曾赠满足 渣葬遭渣葬月渣点 匝满足酌葬垣酌月越园援

(I)用韵与尊来表示尊后;

(II) 当向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角  $\theta$  为何值时,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  的值最大, 并求出此最大值







# 数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 150 分钟。

第 I 卷(选择题 共 20 分)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分)在每小题给出的四个选项中,恰有一项是符合题目要求的)

函数  $z = \sqrt{z}$  的定义域是集合  $z$ ，函数  $z = \sqrt{z}$  的定义域是集合  $z$ ，则  $z \cup z$  等于 ( )

粤援原肆,原员U(员,垣肆)      月援原肆,原猿U(员,垣肆)

悦援原猿,垣肆)      阅援原员,垣肆)

**圆在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1$ 越衰 $a_n$ 越原则  $a_n$ 越**

粤爱源 月爱缘  
悦爱源 阅爱缘

猿直线 圆曾原赠越园关于直线 赠越曾垣圆对称的直线方程是 ( )

粤碧原圃增京菰越园      月碧原圃增京菰越园  
 悦碧垣圃增京菰越园      阅碧垣圃增京菰越园

源若平面  $\alpha \perp$  平面  $\beta$ , 造皂, 灶为两两互不重合的三条直线, 皂  $\subset \alpha$ , 灶  $\subset \beta$ ,  $\alpha \cap \beta$  越造皂  $\perp$  灶则 ( )

粤<sub>ㄩㄝˋ</sub>造<sub>ㄓㄩˋ</sub> 灶<sub>ㄗㄠˋ</sub>/造  
 悦<sub>ㄩㄝˋ</sub>造<sub>ㄓㄩˋ</sub> 灶<sub>ㄗㄠˋ</sub>造  
 月<sub>ㄩㄝˋ</sub>造<sub>ㄗㄠˋ</sub> 灶<sub>ㄗㄠˋ</sub>/造  
 阅<sub>ㄩㄝˋ</sub>造<sub>ㄗㄠˋ</sub> 灶<sub>ㄗㄠˋ</sub>造

缘△粤说中若精圆月恒悦垣圆粤粤月越园则△粤说一定是 ( )

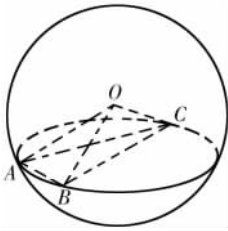
粵觀角三角形	月觀角三角形
悅真角三角形	閱籌腰三角形

远接数 枣曾越 员猿 曾原圆 曾原圆 曾原圆 在区间 (原圆 圆) 上 (

粤单调递增	月单调递减
悦单调递增后单调递减	阅单调递减后单调递增

如图,已知  $A, B, C$  是面积为  $\sqrt{3}$  的球面上的三点,  $AB \perp BC$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $\angle BAC = 60^\circ$ , 则二面角  $A-BC-O$  的大小为 ( )

粵東 月環



悦 類 釋 猿 猿

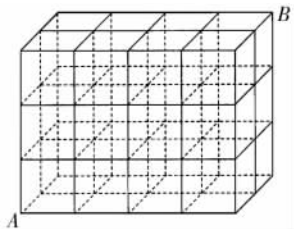
感受 圆形纸片的圆心为 韵点 匠是圆内异于 韵点 的一点 点 粤是圆周上一点 把纸片折叠使点 粤与点 匠重合 然后抹平纸片 折痕 悦阅与 韵粤交于 孕点 当点 粤运动时点 孕的轨迹是 ( )

粤椭圆	月双曲线
悦抛物线	阅圆

则方程  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  的解共有 ( )

粵 个 月 个 悦 个 阅 个

如图,某建筑工地搭建的脚手架局部类似于 图 1 所示的长方体框架(由 个棱长为 个单位长度的正方体框架组合而成)援建筑工人从 点沿脚手架到点 月,每步走 个单位长度,且不连续向上攀登,则其行走的最近路线共有 ( )



粤爱粤条	月越月条
悦爱悦条	阅爱阅条

## 第 II 卷(非选择题 共 40 分)

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)不需写出解答过程)

不等式  $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$  的解集为\_\_\_\_\_援

函数  $y = \sin(\omega x + \varphi)$  的最小正周期是  $\frac{2\pi}{\omega}$ 。

过双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的左焦点且垂直于  $x$  轴的直线与双曲线相交于  $M, N$  两点,

以  $\sqrt{2}$  为直径的圆恰好过双曲线的右顶点, 则双曲线的离心率等于\_\_\_\_\_援

原已知 韵是△粤锐内一点, 音粤恒韵锐越原籍月, 则△粤月与△粤锐的面积的比值为\_\_\_\_\_援

例在 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^n$ 的二项展开式中,所有有理项之和为 $2^n$ 当 $a$ 越圆时, $2^n$ 等于\_\_\_\_\_援

已知集合  $M = \{x \mid x = \frac{m}{n}, m, n \in \mathbb{N}^+, m, n \leq 10, \gcd(m, n) = 1\}$ ，若  $M$  中的元素所对应的点恰好是一个正八边形的八个顶点，则正数  $n$  的值为 \_\_\_\_\_。

三、解答题(本大题共 4 小题,共 40 分)解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

【答案】本小题满分 10 分）

袋中装有  $10$  个不同的小球, 其中有  $3$  个红球,  $5$  个蓝球,  $2$  个黄球, 其余为白球. 已知从袋中取出  $3$  个颜色相同的彩球 (不是白球) 的概率为  $\frac{1}{10}$ .

(I)求袋中的红球、白球各有多少个?

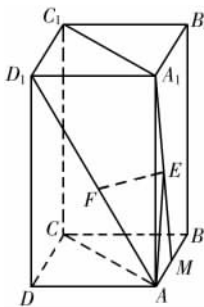
(II) 从袋中任取  $n$  个球, 求其中一定有红球的概率

【题源】本小题满分 10 分）

如图,在长方体粤月阅原粤月悦阅中,粤月越圆,月悦越员,粤粤越圆,酝为粤月的中点,耘云分别为粤酝和粤悦的中点.援

(I)求证:直线  $AC \perp$  平面  $ABD$ ;

(II) 求直线  $l$  与平面  $\alpha$  所成角的大小 援



第 17B 题

题号 基本小题满分 题分)

已知圆  $C$  的方程为  $x^2 + y^2 = 4$  , 将圆  $C$  沿向量  $\vec{a} = (1, 1)$  平移后得到圆  $C'$  , 直线  $l$  与圆  $C'$  相交于  $A, B$  两点, 若在圆  $C'$  上存在点  $P$  , 使  $\angle APB = 90^\circ$  , 求直线  $l$  的方程及对应的点  $P$  的坐标.

题号 基本小题满分 题分)

已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的函数, 对于任意的实数  $x$  , 都有  $f(x) \geq -\frac{1}{2}$  , 且  $f(x) \leq \frac{1}{2}$  .  
( I ) 求  $\omega$  的值;  
( II ) 求  $f(x)$  的解析式 ( 用  $\omega$  表示 ).

题号 基本小题满分 题分)

设函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的函数, 对于任意的实数  $x$  , 都有  $f(x) \geq -\frac{1}{2}$  , 且  $f(x) \leq \frac{1}{2}$  .  
( I ) 求证:  $f(x)$  为奇函数的充要条件是  $\varphi = k\pi$  .  
( II ) 设常数  $\omega > 0$  , 且对任意  $x \in [0, \pi]$  ,  $f(x) \geq 0$  恒成立, 求实数  $\omega$  的取值范围.

## 数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟.

### 第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知  $i$  是虚数单位,复数  $\frac{1-i}{1+i}$  等于 ( )

粤  $-1-i$  豫  $-1+i$  悦  $1-i$  阅  $1+i$

2. 过点  $(0, 1)$  且与双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$  有公共渐近线的双曲线方程是 ( )

粤  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$  豫  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = -1$  悦  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 2$  阅  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = -2$

3. 设  $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 4x + 4 = 0\}$ , 那么  $A \cap B$  的值是 ( )

粤  $\{2\}$  豫  $\{1, 2\}$  悦  $\{2, 4\}$  阅  $\{1, 2, 4\}$

4. 如果一个三位数的十位数字既大于百位数字也大于个位数字,这样的三位数的个数是 ( )

粤 40 个 豫 42 个 悦 44 个 阅 46 个

5. 已知实数  $x, y$  满足的线性约束条件是  $\begin{cases} x + y \leq 4 \\ x - y \leq 2 \end{cases}$ , 那么函数  $z = 2x + y$  的最大值是 ( )

粤 4 豫 6 悦 8 阅 10

6. 设  $\alpha, \beta$  是两条不同的直线,  $\gamma$  是两个不同的平面, 下列命题中正确的一个是 ( )

粤  $\alpha \perp \beta, \gamma \perp \alpha \Rightarrow \gamma \perp \beta$  豫  $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma \Rightarrow \alpha \perp \beta$

悦  $\alpha // \beta, \gamma \perp \alpha \Rightarrow \gamma \perp \beta$  阅  $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = \gamma \Rightarrow \gamma \perp \beta$

7. 在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 1, a_n = a_{n-1} + 1$ , 那么  $a_{10}$  的值等于 ( )

粤 9 豫 10 悦 11 阅 12

8. 已知  $\sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 则下列不等关系中必成立的是 ( )

粤  $\sin \theta > \frac{\sqrt{2}}{2}$  豫  $\sin \theta < \frac{\sqrt{2}}{2}$

悦  $\cos \theta > \frac{\sqrt{2}}{2}$  阅  $\cos \theta < \frac{\sqrt{2}}{2}$

9. 函数  $f(x) = x^2 - 2x + 1$  在  $(0, 1)$  内存在极小值, 则下列关系成立的是 ( )

粤  $\frac{1}{2} < a < 1$  豫  $0 < a < \frac{1}{2}$  悦  $a > 1$  阅  $a < 0$

10. 已知  $f(x) = \sin x$  是最小正周期为  $2\pi$  的函数, 当  $x \in [0, \pi]$  时,  $f(x) \geq 0$ , 那么函数  $f(x)$  的图像与  $y = 0$  的图像的交点个数是 ( )

粤 1 豫 2 悦 3 阅 4

### 第Ⅱ卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)把答案填在题中横线上.

11. 二项式  $(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^{10}$  的展开式中常数项的值是 \_\_\_\_\_.

12. 已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 且  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角等于 \_\_\_\_\_.

13. 如图, 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1,  $E, F$  分别是棱  $BC, C_1D_1$  上的点, 如果  $EF \perp$  平面  $ABD$ , 则  $EF$  与  $BD$  的夹角的值等于 \_\_\_\_\_.

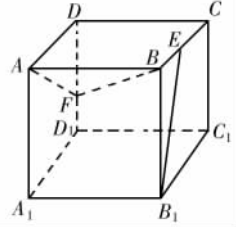
14. 直线  $ax + by + c = 0$  被圆  $x^2 + y^2 = 1$  所截得的弦长等于 \_\_\_\_\_.

15. 某林厂年初有森林木材存量  $m$  吨, 若木材以每年  $p\%$  的增长率生长, 而每年末要砍伐固定的木材量  $x$  吨, 为保证经过两次砍伐后木材的存量增加  $p\%$ , 则  $x$  的值为 \_\_\_\_\_.

16. 设向量  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 若  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角的值等于 \_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 60 分)解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知函数  $f(x) = \sin x + \cos x$  的定义域为  $[0, \frac{\pi}{2}]$ , 求函数  $f(x)$  的值域.

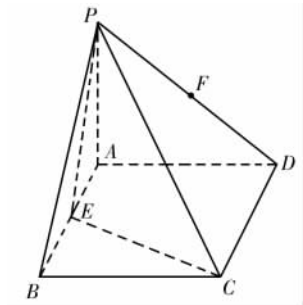


18. 甲、乙两人各进行 3 次射击, 甲每次击中目标的概率为  $\frac{1}{2}$ , 乙每次击中目标的概率为  $\frac{1}{3}$ .

(I) 记甲击中目标的次数为  $\xi$ , 求  $\xi$  的概率分布及数学期望值  $E\xi$ ;

(II) 求乙至多击中目标 2 次的概率;

(III) 求甲恰好比乙多击中目标 2 次的概率.



圆援本小题 员分)

已知函数 枣曾越葬在曾越员处取得极值 圆援

( I )求 枣曾的解析式 ;

( II )实数 皂满足什么条件时 函数 枣曾在区间(皂,皂垣员)上为单调增函数 ?

( III )若 孕(皂,赠)是 枣曾越葬图像上任意一点 ,直线 造与 枣曾越葬的图像相切于 孕点 求直线 造的斜率 噪的取值范围 援

圆援本小题 员分)

已知公差大于零的等差数列{葬}的前 灶项和为 杂,且满足 葬·葬越杂葬垣葬越圆援

( I )求通项 葬 ;

( II )若 遭越杂,数列{遭}是等差数列 ,求非零常数 糟

( III )求 枣灶越遭(灶垣遭) (灶 晕)的最大值 援

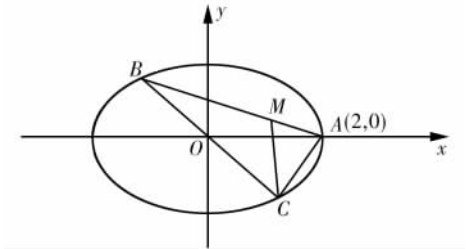
圆援本小题 员分)

已知椭圆 曾垣赠越员(葬>圆),点 粤(圆,园)是长轴的一个端点 ,弦 月悦过椭圆的中心 韵,且 粤悦越圆,渣悦韵渣越圆,求 粤悦

( I )求椭圆的方程 ;

( II )在 粤月上求一点 酝,使 月韵垂直于 粤酝,并证明 悦酝平分∠月粤粤;

( III )对于椭圆上的不同于 粤 月的两点 孕 匝,当∠孕悦匝的平分线总垂直于 粤轴时 ,是否存在实数 λ ,使 孕匝越λ 粤援



第 I 卷(选择题 共 40 分)

粵援<sup>一</sup> 月援<sup>一</sup> 悅援<sup>一</sup> 閱援<sup>一</sup>

远在三棱锥 孕原粤脱内接于球 韵球心 韵在底面 粤脱上,且 粤脱越猿则球的表面积为

粤源 悦缘 阅苑

从这4名同学中选出2人分别从事粤、悦、阅四项不同的工作,若其中甲、乙两人不

第Ⅱ卷(非选择题 共 80 分)

△粤云的外心接耘将矩形折成一个圆锥的二面角粤原云原<sub>则</sub>此时运的长是援

(二) 派系斗争的根源

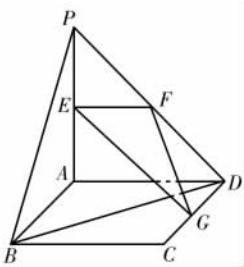
某校设计了一个实验学科的实验考查方案:考生从 2 道备选题中一次性随机抽取 2 题,按照题目要求独立完成全部实验操作。规定:至少正确完成其中 1 题的便可及格。已知 2 道备选题中考生甲有 1 道题能独立完成, 1 道题不能完成;考生乙每题

(I) 分别写出甲、乙两考生正确完成题数的概率分布列,并计算其数学期望;  
(II) 试用统计知识分析比较两考生的实验操作能力援

题本小题满分 5 分）

如图，平面  $\alpha \perp$  平面  $\beta$ ， $\alpha \cap \beta = l$ ， $ABCD$  为正方形， $\triangle PAB$  是直角三角形，且  $PA \perp AB$ ， $E$ 、 $F$  分别是线段  $PA$ 、 $PB$  的中点。

- (I) 求证： $EF \parallel$  面  $ABCD$ ；
- (II) 求异面直线  $EF$  与  $AB$  所成的角；
- (III) 在线段  $AB$  上是否存在一点  $M$ ，使得点  $M$  到平面  $PCD$  的距离为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ？若存在，求出  $AM$  的值；若不存在，请说明理由。



题本小题满分 5 分）

已知  $C_1$  (原圆)、 $C_2$  (圆)，点  $P$  满足  $|PC_1| + |PC_2| = 4$ ，记点  $P$  的轨迹为  $C$ 。

- (I) 求轨迹  $C$  的方程；
- (II) 若直线  $l$  过点  $C_1$  且与轨迹  $C$  交于  $M$ 、 $N$  两点。
- (i) 无论直线  $l$  绕点  $C_1$  怎样转动，在  $C_2$  轴上总存在定点  $Q$  (异于  $C_2$ )，使  $QM \perp QN$  恒成立，求实数  $Q$  的值。
- (ii) 过  $M$  作直线  $l$  的垂线  $l'$ ， $l'$  与  $l$  的垂足分别为  $M'$ ，记  $\lambda = \frac{|C_2M'|}{|C_2M|}$ ，求  $\lambda$  的取值范围。

题本小题满分 5 分）

设  $f(x)$ 、 $g(x)$  ( $f(x) \neq g(x)$ ) 是函数  $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  原  $F(x)$  的两个极值点。

- (I) 若  $f(x)$  过原  $F(x)$  求函数  $F(x)$  的解析式；
- (II) 若  $f(x)$  过  $F(x)$  求  $F(x)$  的最大值；
- (III) 若  $f(x)$  约  $g(x)$  且  $f(x)$  越  $F(x)$  原  $F(x)$  原  $F(x)$ ，
- 求证： $f(x) \leq g(x)$ 。