湖北省 2016 届高三第一轮复习考试

数学（理）试题

本试卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分 . 满分 150 分 . 考试时间 120 分钟 .

第 I 卷（选择题　共 50 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分 . 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的 .）

1. 设 i 是虚数单位，若复数 $\dfrac{2-mi}{1+i}$ 为纯虚数，则实数 m 的值为

A． 2　　B． -2　　C． $\dfrac{1}{2}$　　D． $-\dfrac{1}{2}$

2. 已知 $f(x)=3\sin x-\pi x$，命题 $p: \forall x\in(0,\dfrac{\pi}{2})$， $f(x)<0$，则

A． p 是假命题， $\neg p: \forall x\in(0,\dfrac{\pi}{2})$， $f(x)\geq 0$

B． p 是假命题， $\neg p: \exists x_0\in(0,\dfrac{\pi}{2})$， $f(x_0)\geq 0$

C． p 是真命题， $\neg p: \exists x_0\in(0,\dfrac{\pi}{2})$， $f(x_0)\geq 0$

D． p 是真命题， $\neg p: \forall x\in(0,\dfrac{\pi}{2})$， $f(x)>0$

3. 某研究机构对儿童记忆能力 x 和识图能力 y 进行统计分析，得到如下数据：

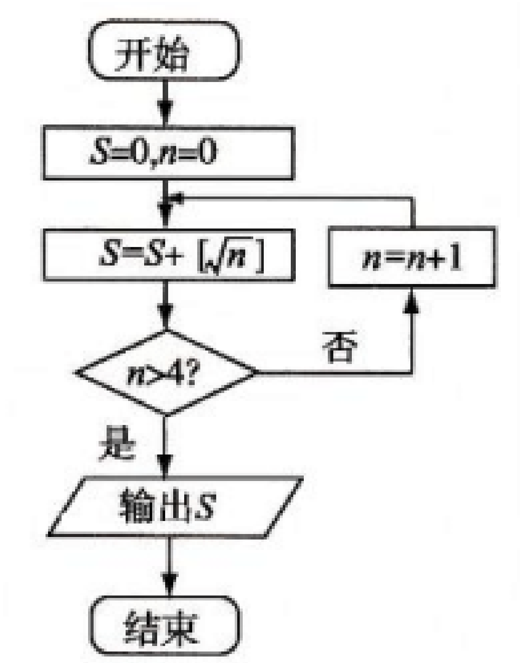
记忆能力 x	4	6	8	10
识图能力 y	3	5	6	8

由表中数据，求得线性回归方程为 $\hat{y}=\dfrac{4}{5}x+\hat{a}$，若某儿童的记忆能力为 12 时，则他的识图能力为

A． 9.2　　B． 9.5　　C． 9.8　　D． 10

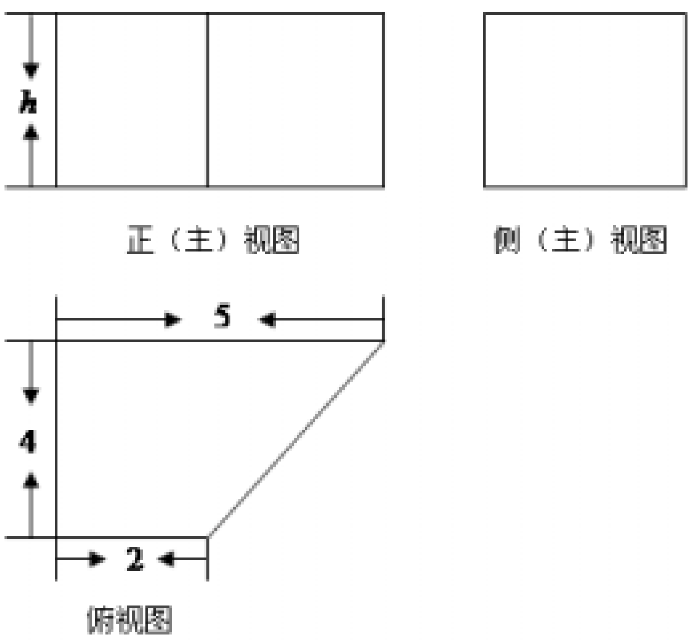
4. 执行图中的程序框图（其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数），则输出的 S 值为

A． 4　　B． 5　　C． 6　　D． 7



5. 一个几何体的三视图如图所示，如该几何体的表面积为 $92\ cm^2$，则 h 的值为

A． 4　　B． 5　　C． 6　　D． 7



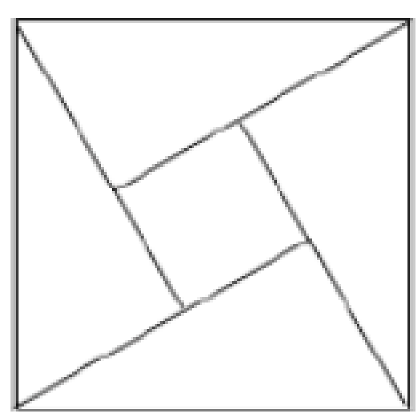
6. 在△ABC 中，内角 A，B，C 所对应的边分别为 a，b，c，若 $b\sin A=\sqrt{3}a\cos B$，且 $b^2=ac$，则 $\frac{a+c}{b}$ 的值为

A． $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B． $\sqrt{2}$　　C． 2　　D． 4

7. 设 $m=3\int_{-1}^{1}(x^2+\sin x)dx$，则多项式 $(x+\frac{1}{m\sqrt{x}})^6$ 的常数项为

A． $-\frac{5}{4}$　　B． $\frac{5}{4}$　　C． $-\frac{15}{16}$　　D． $\frac{15}{16}$

8. 如图，大正方形的面积是 34，四个全等直角三角形围成一个小正方形，直角三角形的较短边长为 3，向大正方形内抛撒一枚幸运小花朵，则小花朵落在小正方形内的概率为



A．$\frac{1}{17}$　　B．$\frac{2}{17}$　　C．$\frac{3}{17}$　　D．$\frac{4}{17}$

9. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的两条渐近线与抛物线 $y^2=2px$（$p>0$）的准线分别交于 A，B 两点，O 为坐标原点，若双曲线 C 的离心率为 2，$\triangle AOB$ 的面积为 $\sqrt{3}$，则 $\triangle AOB$ 的内切圆半径为

A．$\sqrt{3}-1$　　B．$\sqrt{3}+1$　　C．$2\sqrt{3}-3$　　D．$2\sqrt{3}+3$

10. 给定区域 $D:\begin{cases}x+4y\geq 0\\ x+y\leq 4\\ x+y\geq 2\\ x\geq 0\end{cases}$，令点集 $T=\{(x_0,y_0)\in D\mid x_0,y_0\in \mathbf{Z},(x_0,y)$ 是 $z=x+y$ 在 D 上取得最大值或最小值的点 $\}$，则 T 中的点最多能确定三角形的个数为

A．15　　B．25　　C．28　　D．32

第Ⅱ卷（非选择题　共 100 分）

二、填空题（本大题共 6 小题，考生共需作答 5 小题，每小题 5 分，共 25 分．）

(一) 必考题（11—14 题）

11. 设 $\mathbf{e}_1$，$\mathbf{e}_2$ 为单位向量，其中 $\mathbf{a}=2\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2$，$\mathbf{b}=\mathbf{e}_2$，且 $\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{b}$ 上的投影为 2，则 $\mathbf{e}_1$ 与 $\mathbf{e}_2$ 的夹角为 ______ ．

12. 若直线 $f(x)=\frac{1}{2}x+t$ 经过点 $P(1,0)$，且 $f(a)+f(2b)+f(3c)=-\frac{1}{2}$，则当 $3a+2b+c=$ ____ 时，$a^2+2b^2+3c^2$ 取得最小值．

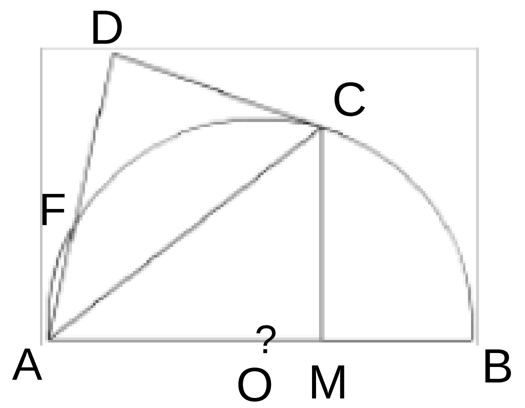
13. 我国齐梁时代的数学家祖暅（公元前 $5-6$ 世纪）提出了一条原理“幂势既同，则积不容异．”这句话的意思是：夹在两个平行平面间的两个几何体，被平行于这两个平行平面的任何平面所截，如果截得的两个截面的面积总是相等，那么这两个几何体的体积相等．设由曲线 $x^2=4y$ 和直线 $x=4$，$y=0$ 所围成的平面图形，绕 y 轴旋转一周所得到的旋转体为 Γ_1；由同时满足 $x\geq 0$，$x^2+y^2\leq 16$，$x^2+(y-2)^2\geq 4$，$x^2+(y+2)^2\geq 4$ 的点 (x,y) 构成的平面图形，绕 y 轴旋转一周所得到的旋转体为 Γ_2，根据祖暅原理等知识，通过考察 Γ_2 可以得到 Γ_1 的体积为 _______ ．

14. 若 $m-\frac{1}{2}<x\le m+\frac{1}{2}$（其中 m 为整数），则称 m 为离实数 x 最近的整数，记作 $[x]$，即 $[x]=m$.

（1）若 $-\frac{1}{2}<x\le\frac{1}{2}$，则 $f(x)=x-[x]$的值域是 ________ ；

（2）设集合 $A=\{(x,y)\mid y=f(x)=x-[x],x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{(x,y)\mid y=g(x)=kx-1,x\in\mathbf{R}\}$，若集合 $A\cap B$ 的子集恰有 4 个，则实数 k 的取值范围是 ______.

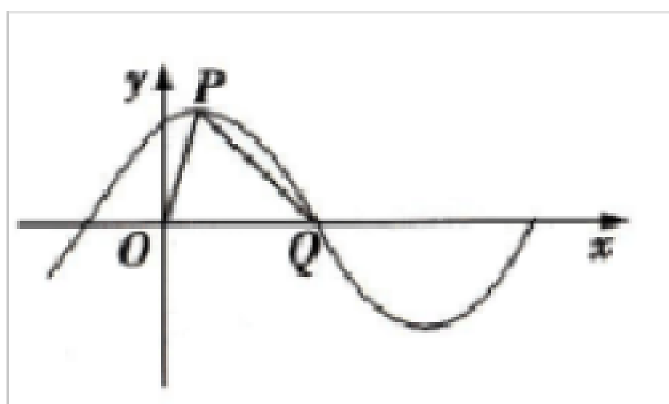
15.（选修 4—1：几何证明选讲）如图，AB 是圆 O 的直径，C、F 为圆 O 上的点，CA 是 $\angle BAF$ 的角平分线，CD 与圆 O 切于点 C 且交 AF 的延长线于点 D，$CM\perp AB$，垂足为点 M. 若圆 O 的半径为 1，$\angle BAC=30^\circ$，则 $DF\cdot AM=$ ____.



16.（选修 4—4：坐标系与参数方程）在极坐标系中，圆 C_1 的方程为 $\rho=-2\sqrt{2}\cos(\theta-\frac{\pi}{4})$，以极点为坐标原点，极轴为 x 轴的正半轴建立平面坐标系，圆 C_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+m\cos\theta\\ y=2+m\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数，$m\ne0$），若圆 C_1 与 C_2 外切，则实数 m 的值为 _______ .

三、解答题（本大题共 6 小题，共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17.（本小题满分 11 分）已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$x\in\mathbf{R}$，$A>0$，$\omega>0$，$0<\varphi<\frac{\pi}{2}$）的部分图象如图所示，$P$ 是图象的最高点，Q 为图象与 x 轴的交点，O 为坐标原点. 若 $OQ=4$，$OP=\sqrt{5}$，$PQ=\sqrt{13}$.



（1）求函数 $y=f(x)$ 的解析式；

（2）将函数 $y=f(x)$ 的图象向右平移 2 个单位后得到函数 $y=g(x)$ 的图象，当 $x\in(-1,2)$ 时，求函数 $h(x)=f(x)\cdot g(x)$ 的值域.

18. （本小题满分 12 分）设二次函数 $f(x)=x^2-ax+2$（$x\in\mathbf{R}$，$a<0$），关于 x 的不等式 $f(x)\le 0$ 的解集有且只有一个元素.

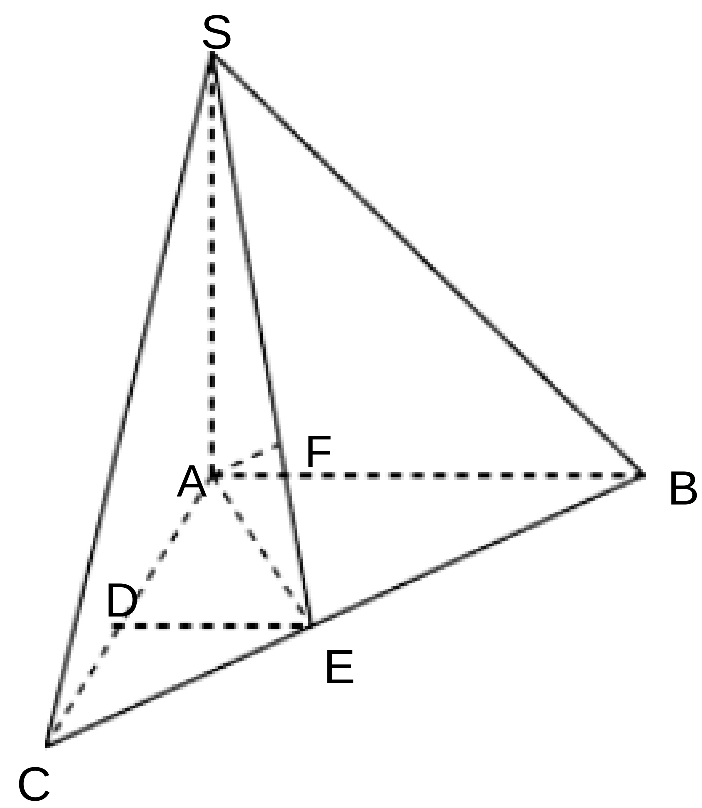
（1）设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=f(n)$（$n\in\mathbf{N}^*$），求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）记 $b_n=\dfrac{f(n)-2}{n}$（$n\in\mathbf{N}^*$），则数列 $\{b_n\}$ 中是否存在不同的三项能组成等比数列？请说明理由.

19.（本小题满分 12 分）如图，在三棱锥 $S-ABC$ 中，$SA\perp$ 底面 ABC，$AC=AB=SA=2$，$AC\perp AB$，D，E 分别是 AC，BC 的中点，F 在 SE 上，且 $SF=2FE$.

（1）求证：$AF\perp$ 平面 SBC；

（2）在线段上 DE 上是否存在点 G，使二面角 $G-AF-E$ 的大小为 30°？若存在，求出 DG 的长；若不存在，请说明理由.



20.（本小题满分 12 分）翡翠市场流行一种赌石“游戏规则”：翡翠在开采出来时有一层风化皮包裹着，无法知道其内的好坏，须切割后方能知道翡翠的价值，参加者先缴纳一定金额后可得到一块翡翠石并现场开石验证其具有的收藏价值．某举办商在赌石游戏中设置了甲、乙两种赌石规则，规则甲的赌中率为 $\frac{2}{3}$，赌中后可获得 20 万元；规则乙的赌中率为 P_0（$0<P_0<1$），赌中后可得 30 万元；未赌中则没有收获．每人有且只有一次赌石机会，每次赌中与否互不影响，赌石结束后当场得到兑现金额．

（1）收藏者张先生选择规则甲赌石，收藏者李先生选择规则乙赌石，记他们的累计获得金额数为 X（单位：万元），若 $X\leq30$ 的概率为 $\frac{7}{9}$，求 P_0 的大小；

（2）若收藏者张先生、李先生都选择赌石规则甲或选择赌石规则乙进行赌石，问：他们选择何种规则赌石，累计得到金额的数学期望最大？

21.（本小题满分 14 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右顶点分别为 A_1，A_2，且 $|A_1A_2|=4$，P 为椭圆上异于 A_1，A_2 的点，PA_1 和 PA_2 的斜率之积为 $-\frac{3}{4}$.

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）设 O 为椭圆中心，M，N 是椭圆上异于顶点的两个动点，求 $\triangle OMN$ 面积的最大值.

22.（本小题满分 14 分）已知函数 $f(x)=\ln x-a(x-1)$，$g(x)=e^{x}$.

（1）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2）当 $a\neq 0$ 时，过原点分别作曲线 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的切线 l_1，l_2，已知两切线的斜率互为倒数，证明：$\frac{e-1}{e}<a<\frac{e^{2}-1}{e}$；

（3）设 $h(x)=f(x+1)+g(x)$，当 $x\geq 0$，$h(x)\geq 1$ 时，求实数 a 的取值范围.

武汉理工大学家教联盟
整理精编：袁明