

第一单元 负数

1、负数的由来：

为了表示相反意义的两个量（如盈利亏损、收入支出……），光有学过的  $0$   $1$   $3.4$   $2/5$  ……是远远不够的。所以出现了负数，以盈利为正、亏损为负；以收入为正、支出为负

2、负数：小于  $0$  的数叫负数（不包括  $0$ ），数轴上  $0$  左边的数叫做负数。

若一个数小于  $0$ ，则称它是一个负数。

负数有无数个，其中有（负整数，负分数和负小数）

负数的写法： 数字前面加负号 “ $-$ ”号，不可以省略 例如： $-2$ ， $-5.33$ ， $-45$ ， $-2/5$

正数：大于  $0$  的数叫正数（不包括  $0$ ），数轴上  $0$  右边的数叫做正数

若一个数大于  $0$ ，则称它是一个正数。正数有无数个，其中有（正整数，正分数和正小数）

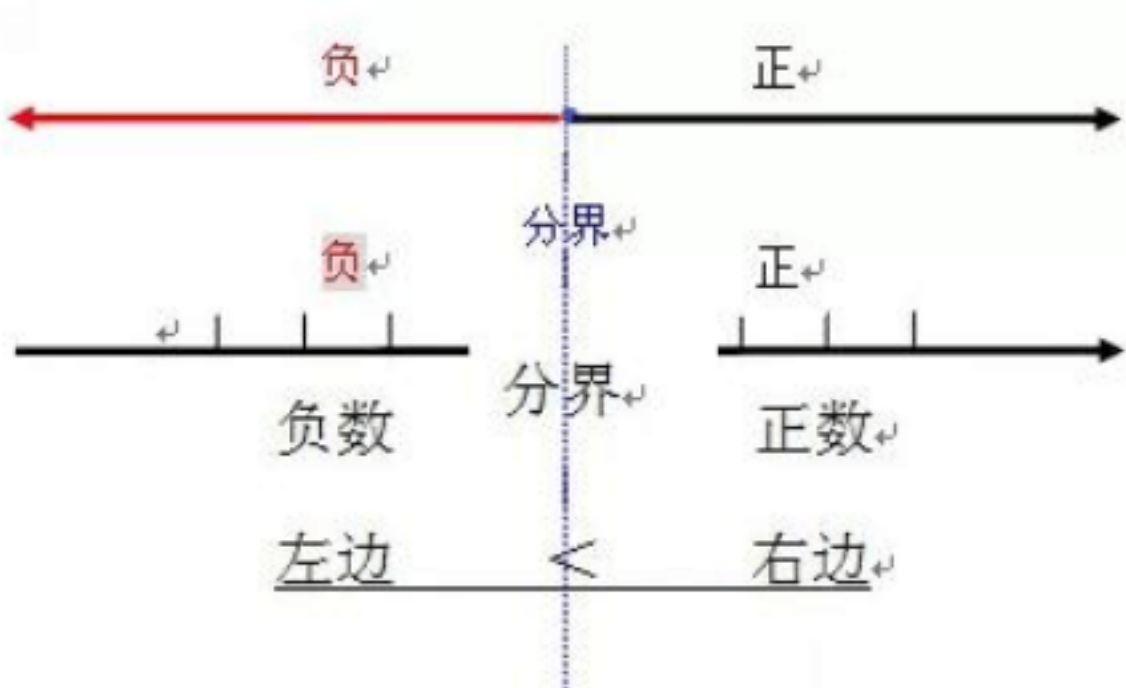
正数的写法：数字前面可以加正号 “ $+$ ”号，也可以省略不写。

例如： $+2$ ， $5.33$ ， $+45$ ， $2/5$

4、 $0$  既不是正数，也不是负数，它是正、负数的分界限

负数都小于  $0$ ，正数都大于  $0$ ，负数都比正数小，正数都比负数大

5、数轴：



6、比较两数的大小：

利用数轴：

负数 < 0 < 正数    或    左边 < 右边

利用正负数含义：正数之间比较大小，数字大的就大，数字小的就小。负数之间比较大小，数字大的反而小，数字小的反而大

$1/3 > 1/6$     $-1/3 < -1/6$

第二单元   百分数二

（一）、折扣和成数

1、折扣：用于商品，现价是原价的百分之几，叫做折扣。通称“打折”。

几折就是十分之几，也就是百分之几十。例如：八折       $=8/10=80\%$  ，

六折五  $=6.5/10=65/100=65\%$

解决打折的问题，关键是先将打的折数转化为百分数或分数，然后按照求比一个数多（少）百分之几（几分之几）的数的解题方法进行解答。

商品现在打八折：现在的售价是原价的       $80\%$

商品现在打六折五：现在的售价是原价的       $65\%$

2、成数：几成就是十分之几，也就是百分之几十。例如：一成       $=1/10=10\%$       八成五  $=8.5/10=85/100=85\%$

解决成数的问题，关键是先将成数转化为百分数或分数，    然后按照求比一个数多（少）百分之几（几分之几）的数的解题方法进行解答。

这次衣服的进价增加一成：这次衣服的进价比原来的进价增加       $10\%$

今年小麦的收成是去年的八成五：今年小麦的收成是去年的       $85\%$

## （二）、税率和利率

1、税率（1）纳税：纳税是根据国家税法的有关规定，按照一定的比率把集体或个人收入的一部分缴纳给国家。

（2）纳税的意义：税收是国家财政收入的主要来源之一。国家用收来的税款发展经济、科技、教育、文化和国防安全等事业。（3）应纳税额：缴纳的税款叫做应纳税额。

（4）税率：应纳税额与各种收入的比率叫做税率。

（5）应纳税额的计算方法： $\text{应纳税额} = \text{总收入} \times \text{税率}$        $\text{收入额} = \text{应纳税额} \div \text{税率}$

2、利率（1）存款分为活期、整存整取和零存整取等方法。

（2）储蓄的意义：人们常常把暂时不用的钱存入银行或信用社，储蓄起来，这样不仅可以支援国家建设，也使得个人用钱更加安全和有计划，还可以增加一些收入。（3）

本金：存入银行的钱叫做本金。（4）利息：取款时银行多支付的钱叫做利息。（5）

利率：利息与本金的比值叫做利率。（6）利息的计算公式：

$\text{利息} = \text{本金} \times \text{利率} \times \text{时间}$        $\text{利率} = \text{利息} \div \text{时间} \div \text{本金} \times 100\%$

（7）注意：如要上利息税（国债和教育储蓄的利息不纳税），则：

$\text{税后利息} = \text{利息} - \text{利息的应纳税额} = \text{利息} - \text{利息} \times \text{利息税率} = \text{利息} \times (1 - \text{利息税率})$

$\text{税后利息} = \text{本金} \times \text{利率} \times \text{时间} \times (1 - \text{利息税率})$

购物策略：

估计费用：根据实际的问题，选择合适的估算策略，进行估算。

购物策略：根据实际需要，对常见的几种优惠策略加以分析和比较，并能够最终选择最为优惠的方案

学后反思：做事情运用策略的好处

第三单元 圆柱和圆锥

一、圆柱 1、圆柱的形成：圆柱是以长方形的一边为轴旋转而得的。

圆柱也可以由长方形卷曲而得到。两种方式： 1. 以长方形的长为底面周长，宽为高；  
2. 以长方形的宽为底面周长，长为高。 其中，第一种方式得到的圆柱体体积较大。

2、圆柱的高是两个底面之间的距离，一个圆柱有无数条高，他们的数值是相等的

3、圆柱的特征： （1）底面的特征：圆柱的底面是完全相等的两个圆。

（2）侧面的特征：圆柱的侧面是一个曲面。 （3）高的特征：圆柱有无数条高

4、圆柱的切割： 横切：切面是圆，表面积增加 2 倍底面积，即  $S_{增}=2r^2$

竖切（过直径）：切面是长方形（如果  $h=2R$ ，切面为正方形），该长方形的长是圆柱的高，宽是圆柱的底面直径，表面积增加两个长方形的面积，即  $S_{增}=4rh$

5、圆柱的侧面展开图：

沿着高展开，展开图形是长方形，如果  $h=2r$ ，则展开图形为正方形  
不沿着高展开，展开图形是平行四边形或不规则图形  
无论怎么展开都得不到梯形

6、圆柱的相关计算公式：

底面积： $S_{底}=r^2$  底面周长： $C_{底}=d=2r$  侧面积：

$S_{侧}=2rh$

表面积： $S_{表}=2S_{底}+S_{侧}=2r^2+2rh$  体积： $V_{柱}=r^2h$

考试常见题型：

已知圆柱的底面积和高，求圆柱的侧面积，表面积，体积，底面周长  
已知圆柱的底面周长和高，求圆柱的侧面积，表面积，体积，底面积  
已知圆柱的底面周长和体积，求圆柱的侧面积，表面积，高，底面积  
已知圆柱的底面面积和高，求圆柱的侧面积，表面积，体积

已知圆柱的侧面积和高，求圆柱的底面半径，表面积，体积，底面积

以上几种常见题型的解题方法，通常是求出圆柱的底面半径和高，再根据圆柱的相关计算公式进行计算

无盖水桶的表面积 =侧面积 + 一个底面积 油桶的表面积 =侧面积 + 两个底面积

烟囱通风管的表面积 =侧面积

只求侧面积：灯罩、排水管、漆柱、通风管、压路机、卫生纸中轴、薯片盒包装

侧面积 +一个底面积：玻璃杯、水桶、笔筒、帽子、游泳池

侧面积 +两个底面积：油桶、米桶、罐桶类

## 二、圆锥

1、圆锥的形成：圆锥是以直角三角形的一直角边为轴旋转而得到的。圆锥也可以由扇形卷曲而得到。

2、圆锥的高是两个顶点与底面之间的距离，与圆柱不同，圆锥只有一条高

3、圆锥的特征：

（1）底面的特征：圆锥的底面一个圆。（2）侧面的特征：圆锥的侧面是一个曲面（3）高的特征：圆锥有一条高。

4、圆锥的切割：横切：切面是圆 竖切（过顶点和直径直径）：切面是等腰三角形，该等腰三角形的高是圆锥的高，底是圆锥的底面直径，面积增加两个等腰三角形的面积，即  $S_{增}=2rh$

5、圆锥的相关计算公式：底面积： $S_{底}=r^2$  底面周长： $C_{底}=d=2r$  体积： $V_{锥}=\frac{1}{3}r^2h$

考试常见题型：已知圆锥的底面积和高，求体积，底面周长 已知圆锥的底面周长和高，求圆锥的体积，底面积 已知圆锥的底面周长和体积，求圆锥的高，底面积

以上几种常见题型的解题方法，通常是求出圆锥的底面半径和高，再根据圆柱的相关计算公式进行计算

三、圆柱和圆锥的关系

- 1、圆柱与圆锥等底等高，圆柱的体积是圆锥的 3 倍。
- 2、圆柱与圆锥等底等体积，圆锥的高是圆柱的 3 倍。
- 3、圆柱与圆锥等高等体积，圆锥的底面积（注意：是底面积而不是底面半径）是圆柱的 3 倍。
- 4、圆柱与圆锥等底等高，体积相差  $\frac{2}{3}Sh$

题型总结 直接利用公式：分析清楚求的是表面积，侧面积、底面积、体积

分析清楚半径变化导致底面周长、侧面积、底面积、体积的变化

分析清楚两个圆柱（或两个圆锥）半径、底面积、底面周长、侧面积、表面积、体积之比

圆柱与圆锥关系的转换：包括削成最大体积的问题（正方体，长方体与圆柱圆锥之间）横截面的问题

浸水体积问题：（水面上升部分的体积就是浸入水中物品的体积，等于盛水容积的底面积乘以上升的高度）容积是圆柱或长方体，正方体

等体积转换问题：一个圆柱融化后做成圆锥，或圆柱中的溶液倒入圆锥，都是体积不变的问题，注意不要乘以  $\frac{1}{3}$

第四单元 比例

1、比的意义

- （1）两个数相除又叫做两个数的比
- （2）“：”是比号，读作“比”。比号前面的数叫做比的前项，比号后面的数叫做比的后项。比的前项除以后项所得的商，叫做比值。

(3) 同除法比较，比的前项相当于被除数，后项相当于除数，比值相当于商。

(4) 比值通常用分数表示，也可以用小数表示，有时也可能是整数。 (5) 比的后项不能是零。

(6) 根据分数与除法的关系，可知比的前项相当于分子，后项相当于分母，比值相当于分数值。

2、比的基本性质：比的前项和后项同时乘或者除以相同的数（0除外），比值不变，这叫做比的基本性质。

3、求比值和化简比：

求比值的方法：用比的前项除以后项，它的结果是一个数值可以是整数，也可以是小数或分数。

根据比的基本性质可以把比化成最简单的整数比。 它的结果必须是一个最简比，即前、后项是互质的数。

4、按比例分配：

在农业生产和日常生活中，常常需要把一个数量按照一定的比来进行分配。这种方法通常叫做按比例分配。

方法：首先求出各部分占总量的几分之几，然后求出总数的几分之几是多少。

5、比例的意义：表示两个比相等的式子叫做比例。 组成比例的四个数，叫做比例的项。

两端的两项叫做外项，中间的两项叫做内项。

6、比例的基本性质：在比例里，两个外项的积等于两个内项的积。这叫做比例的基本性质。

7、比和比例的区别

(1) 比表示两个量相除的关系，它有两项（即前、后项）；比例表示两个比相等的式子，它有四项（即两个内项和两个外项）。

(2) 比有基本性质，它是化简比的依据；比例也有基本性质，它是解比例的依据。

8、成正比例的量：两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对应的两个数的比值（也就是商）一定，这两种量就叫做成正比例的量，他们的关系叫做正比例关系。 用字母表示  $x/y=k$ （一定）

9、成反比例的量：两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对应的两个数的积一定，这两种量就叫做成反比例的量，他们的关系叫做反比例关系。 用字母表示  $x \times y=k$ （一定）

10、判断两种量成正比例还是成反比例的方法：

关键是看这两个相关联的量中相对就的两个数的商一定还是积一定，如果商一定，就成正比例；如果积一定，就成反比例。

11、比例尺：一幅图的图上距离和实际距离的比，叫做这幅图的比例尺。

12、比例尺的分类

(1) 数值比例尺和线段比例尺 (2) 缩小比例尺和放大比例尺

13、图上距离：图上距离 / 实际距离 = 比例尺 实际距离  $\times$  比例尺 = 图上距离 图上距离  $\div$  比例尺 = 实际距离

14、应用比例尺画图的步骤：(1) 写出图的名称、 (2) 确定比例尺； (3) 根据比例尺求出图上距离；

(4) 画图（画出单位长度） (5) 标出实际距离，写清地点名称 (6) 标出比例尺

15、图形的放大与缩小：形状相同，大小不同。



16、用比例解决问题： 根据问题中的不变量找出两种相关联的量，并正确判断这两种相关联的量成什么比例关系，并根据正、反比例关系式列出相应的方程并求解。

17、常见的数量关系式：（成正比例或成反比例）

单价 × 数量 = 总价    单产量 × 数量 = 总产量    速度 × 时间 = 路程    工效 × 工作时间 = 工作总量

18、已知图上距离和实际距离可以求比例尺。                      已知比例尺和图上距离可以求实际距离。

已知比例尺和实际距离可以求图上距离。                      计算时图距和实距单位必须统一。

19、播种的总公顷数一定，每天播种的公顷数和要用的天数是不是成反比例？

答：每天播种的公顷数 × 天数 = 播种的总公顷数

已知播种的总公顷数一定，就是每天播种的公顷数和要用的天数的积是一定的，所以每天播种的公顷数和要用的天数成反比例。

第五单元 数学广角 - 鸽巢问题

1、鸽巢原理是一个重要而又基本的组合原理， 在解决数学问题时有非常重要的作用

什么是鸽巢原理， 先从一个简单的例子入手， 把 3 个苹果放在 2 个盒子里， 共有四种不同的放法，如下表

|  |  |      |
|--|--|------|
|  |  | 盒子 2 |
|--|--|------|

| 放法 | 盒子 1 |   |
|----|------|---|
| 1  | 3    | 0 |
| 2  | 2    | 1 |
| 3  | 1    | 2 |
| 4  | 0    | 3 |

无论哪一种放法， 都可以说“ 必有一个盒子放了两个或两个以上的苹果 ”。 这个结论是在“ 任意放法 ”的情况下， 得出的一个“ 必然结果 ”。类似的， 如果有 5 只鸽子飞进四个鸽笼里， 那么一定有一个鸽笼飞进了 2 只或 2 只以上的鸽子 如果有 6 封信， 任意投入 5 个信箱里， 那么一定有一个信箱至少有 2 封信 我们把这些例子中的“ 苹果 ”、“ 鸽子 ”、“ 信 ”看作一种物体，把“ 盒子 ”、“ 鸽笼 ”、“ 信箱 ”看作鸽巢， 可以得到鸽巢原理最简单的表达形式

利用公式进行解题： 物体个数 ÷ 鸽巢个数 =商.....余数 至少个数 =商 +1

2、摸 2 个同色球计算方法。

要保证摸出两个同色的球，摸出的球的数量至少要比颜色数多 1。

物体数 = 颜色数 × ( 至少数 - 1 ) + 1

极端思想： 用最不利的摸法先摸出两个不同颜色的球，再无论摸出一个什么颜色的球，都能保证一定有两个球是同色的。

公式： 两种颜色： 2 + 1 = 3 ( 个 ) 三种颜色： 3 + 1 = 4 ( 个 ) 四种颜色： 4 + 1 = 5 ( 个 )

