27.2.3 相似三角形应用举例

复习回顾

1．三角形中的“三线”与相似比.
相似三角形对应高的比、对应中线的比与对应角平分线的比、都__等于__相似比.

2．周长与相似比

(1)相似三角形周长的比__等于__相似比.

(2)相似多边形周长的比__等于__相似比.

3．面积比与相似比

(1)相似三角形面积的比等于相似比的__平方__.

(2)相似多边形面积的比等于相似比的__平方__.

学习目标

- 1. 会利用相似三角形的知识测量物体的高度和宽度.
- 2. 能利用相似三角形的知识解决一些实际问题.

探究一：利用太阳光测量物体的高度

例4 据史料记者，古希腊数学家、天文学家泰勒斯曾利用相似三角形的原理，在金字塔影子顶部立一根木杆，集中大院光线构成两个相似三角形，来测量金字塔的高度．

如图，如果木杆EF长2m，它的影长FD为3m，测得OA为201m，求金字塔的高度BO．

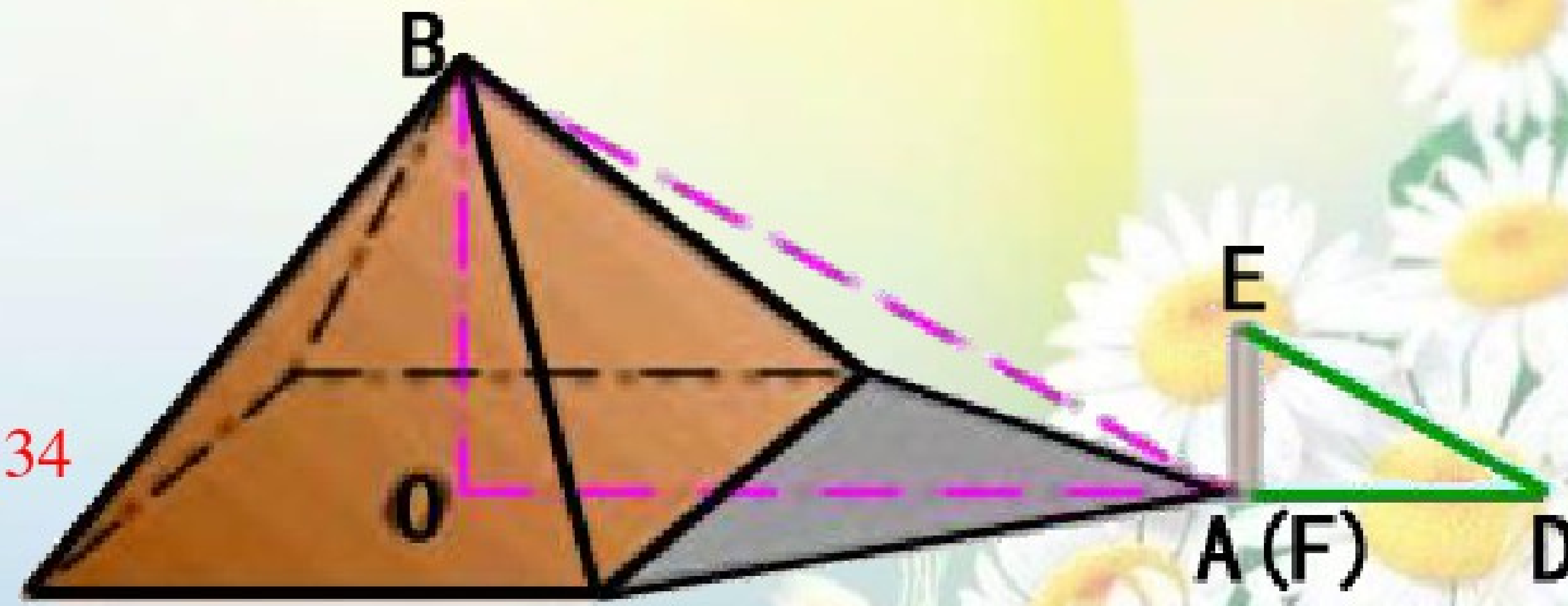
解：太阳光是平行光线，由此$\angle BAO=\angle EDF$，又

$\angle AOB=\angle DFE=90^\circ$

$\therefore \triangle ABO \backsim \triangle DEF$．

$$\frac{BO}{EF}=\frac{OA}{FD}$$

$$BO=\frac{OA\cdot EF}{FD}=\frac{201\times 2}{3}=134$$



因此金字塔的高为134m．

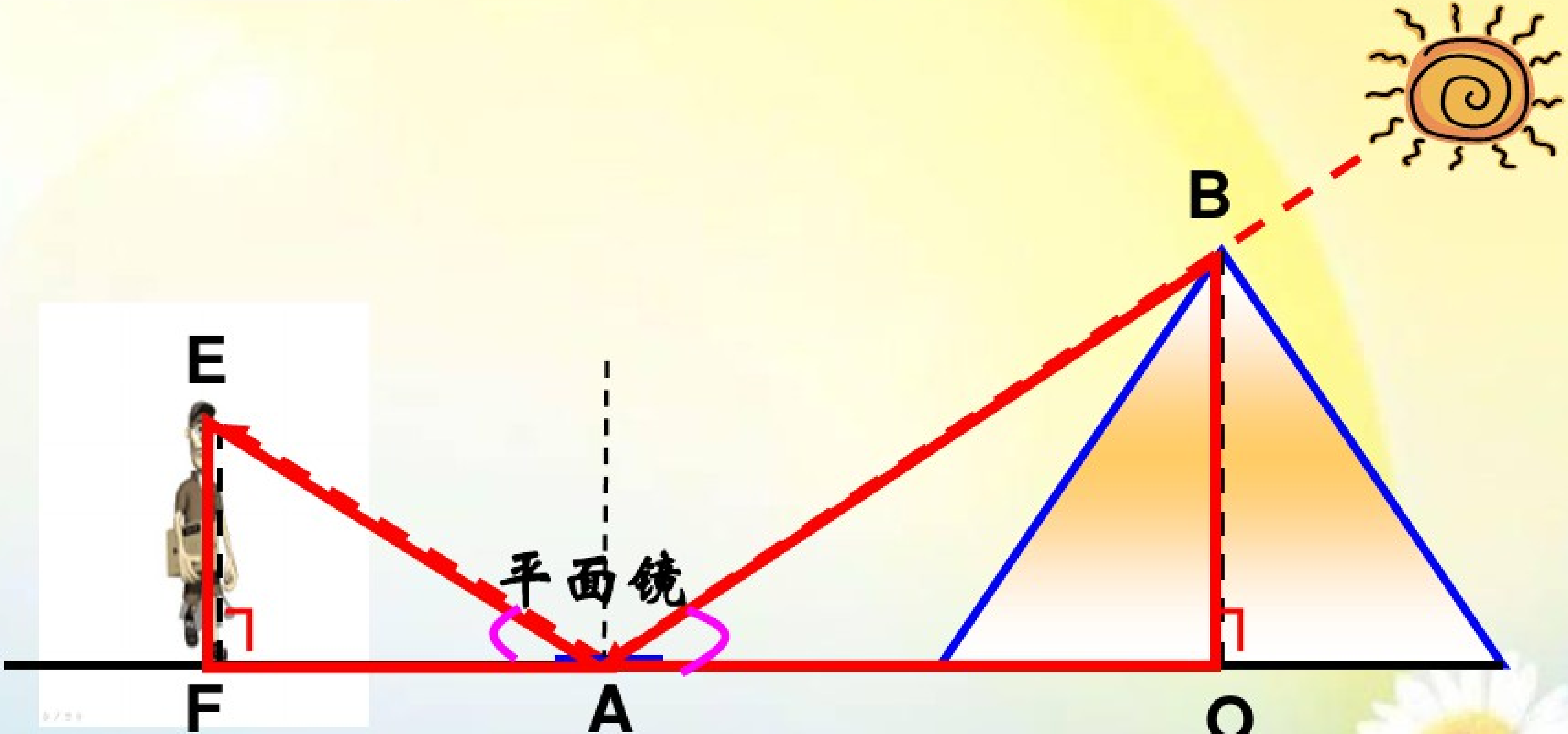
探究一：利用太阳光测量物体的高度

利用太阳光测量物体的高度一般需要注意哪些问题?

在同一时刻，太阳光下不同物体的高度之比与其影长之比相等.

一题多解

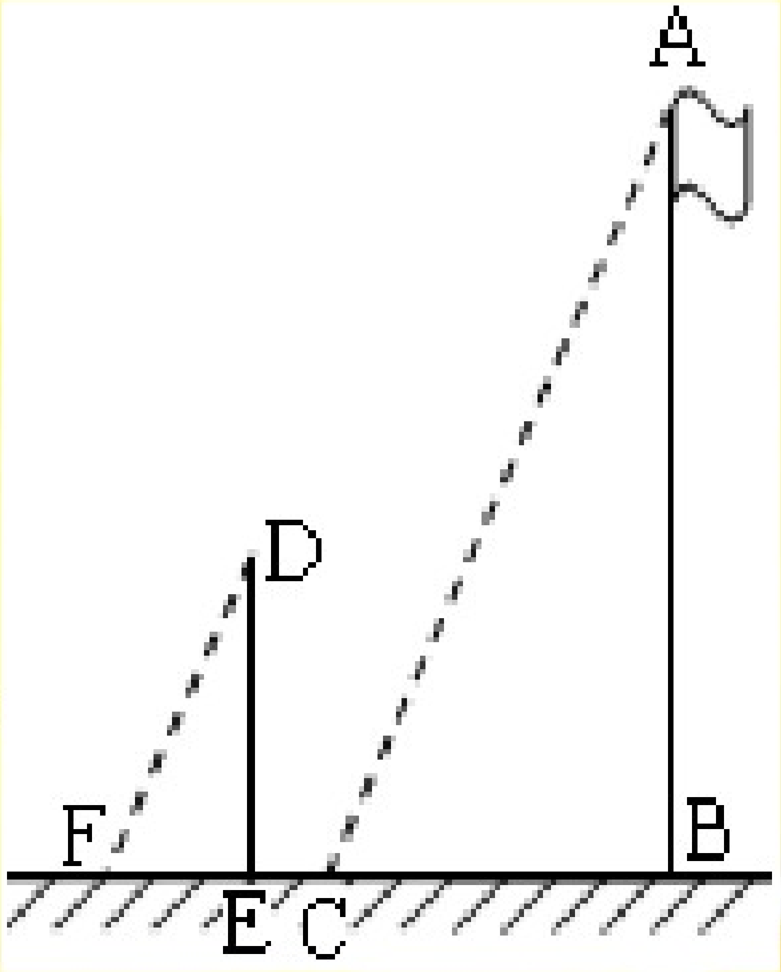
还可以有其他方法测量吗？



$\triangle ABO \backsim \triangle AEF \longrightarrow \dfrac{OB}{EF} = \dfrac{OA}{AF} \longrightarrow OB = \dfrac{OA \cdot EF}{AF}$

练一练

1. 如图，要测量旗杆AB的高度，可在地面上竖一根竹竿DE，测量出DE的长以及DE和AB在同一时刻下地面上的影长即可，则下面能用来求AB长的等式是（ C ）



A. $\frac{AB}{DE}=\frac{EF}{BC}$ B. $\frac{AB}{EF}=\frac{DE}{BC}$ C. $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}$ D. $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}$

探究二：利用相似三角形测量河的宽度

例5 如图，为了估算河的宽度，我们可以在河对岸选定一个目标点P，在近岸点Q和S，使点P、Q、S共线且直线PS与河垂直，接着在过点S且与PS垂直的直线a上选择适当的点T，确定PT与过点Q且垂直PS的直线b的交点R．如果测得QS＝45m，ST＝90m，QR＝60m，求河的宽度PQ．

解：∵ $\angle PQR=\angle PST=90°$，$\angle P=\angle P$，

∴ $\triangle PQR \backsim \triangle PST$.

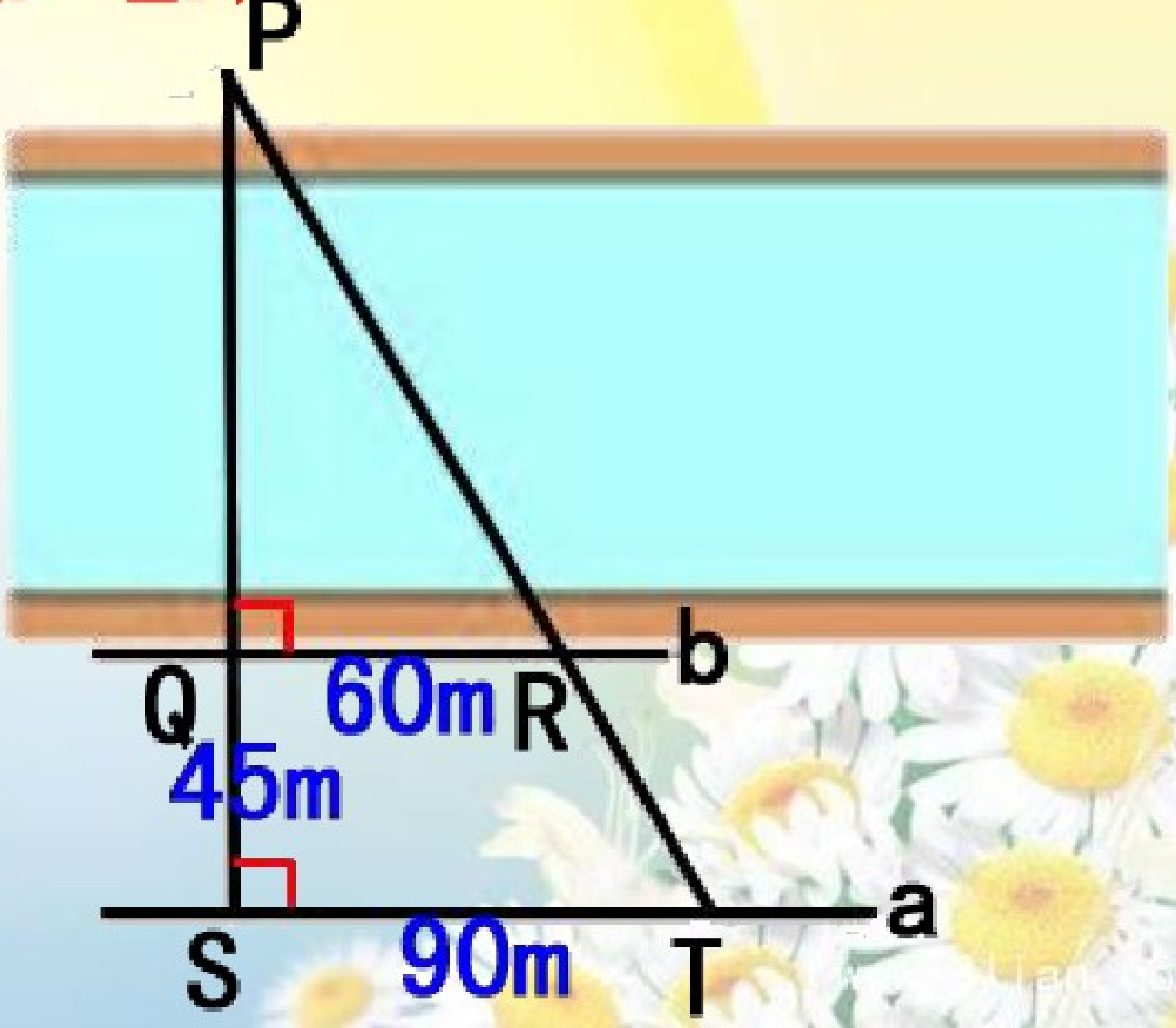
$$\frac{PQ}{PS}=\frac{QR}{ST}$$

$$\frac{PQ}{PQ+QS}=\frac{QR}{ST},\frac{PQ}{PQ+45}=\frac{60}{90}$$

$PQ\times 90=(PQ+45)\times 60$

解得$PQ=90$.

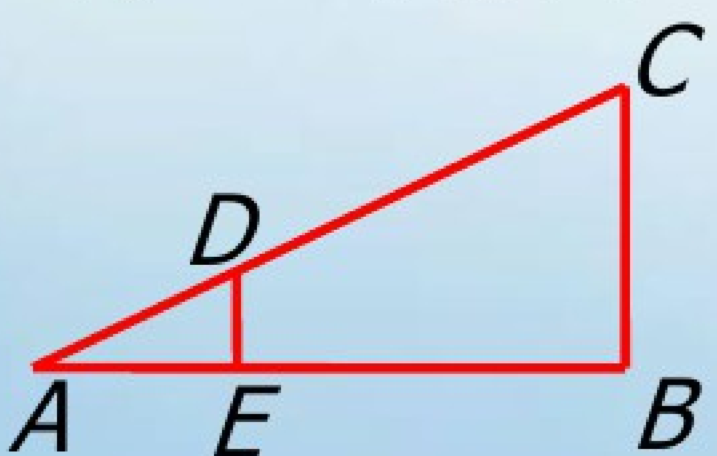
因此河宽大约为90m

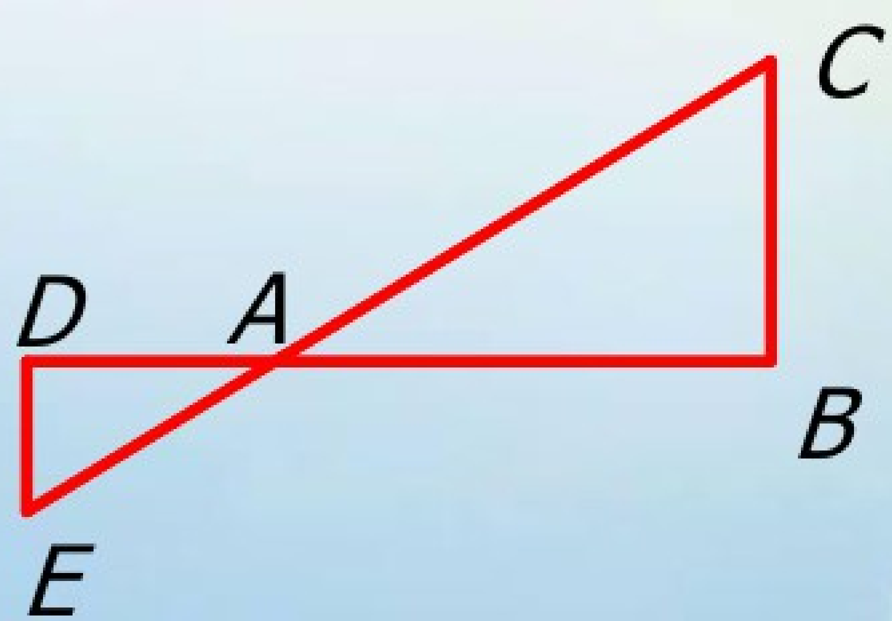


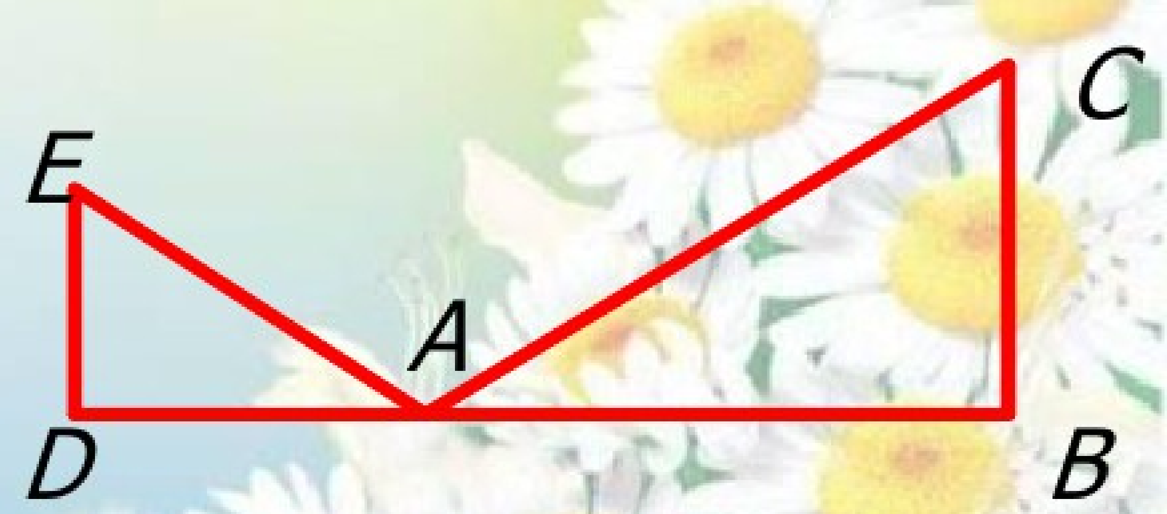
探究二： 利用相似三角形测量河的宽度

测量例5中的河宽，你还有哪些方法？

利用**相似**测量**不能直接到达的两点间的距离**，关键是**构造相似三角形**，构造的相似三角形可以为“**A**”字型的相似三角形，也可以构造“**X**”字型的相似三角形.

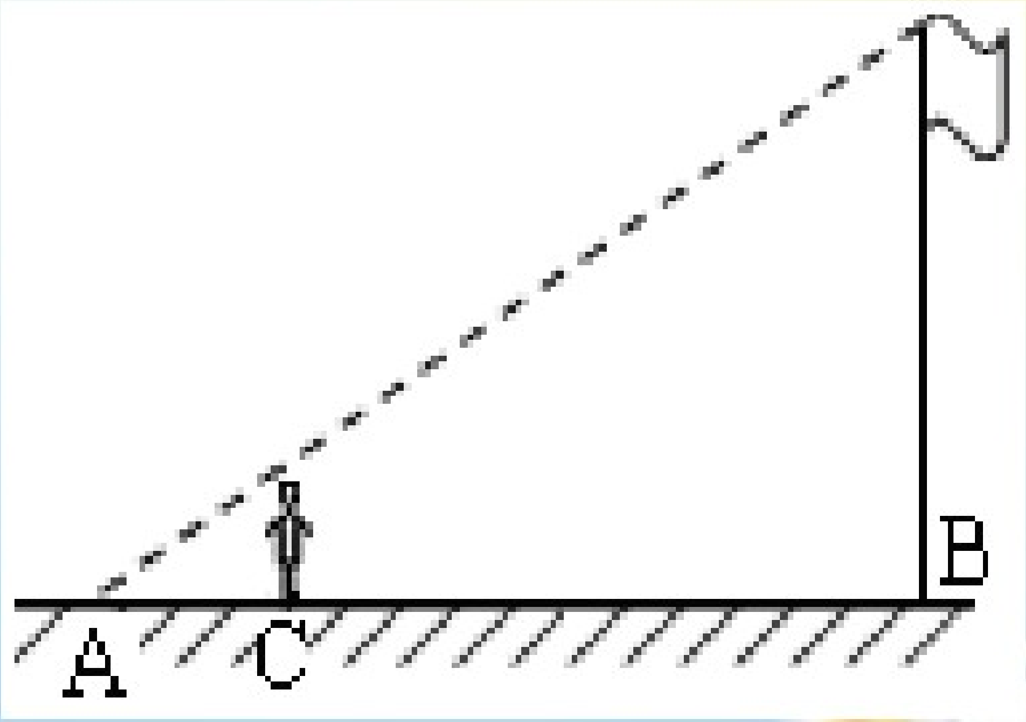






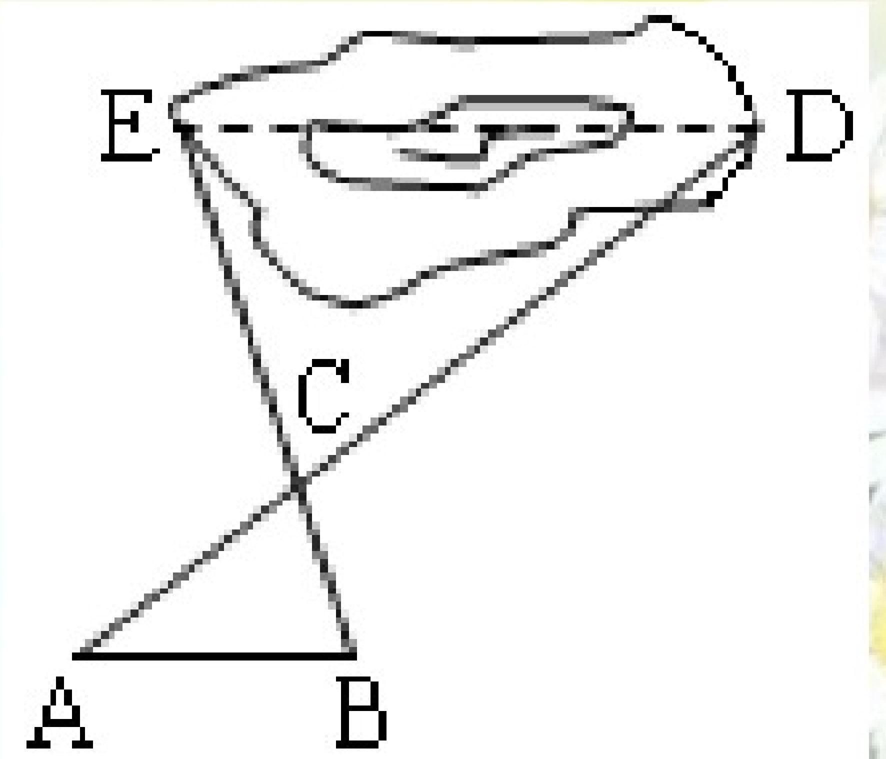
练一练

2．如图，九年级某班数学兴趣小组的同学想利用所学数学知识测量学校旗杆的高度，当身高1.6米米的楚阳同学站在C处时，他头顶端的影子正好与旗杆顶端的影子重合，同一时刻，其他成员测得AC=2米，AB=10米，则旗杆的高度是___8___米．

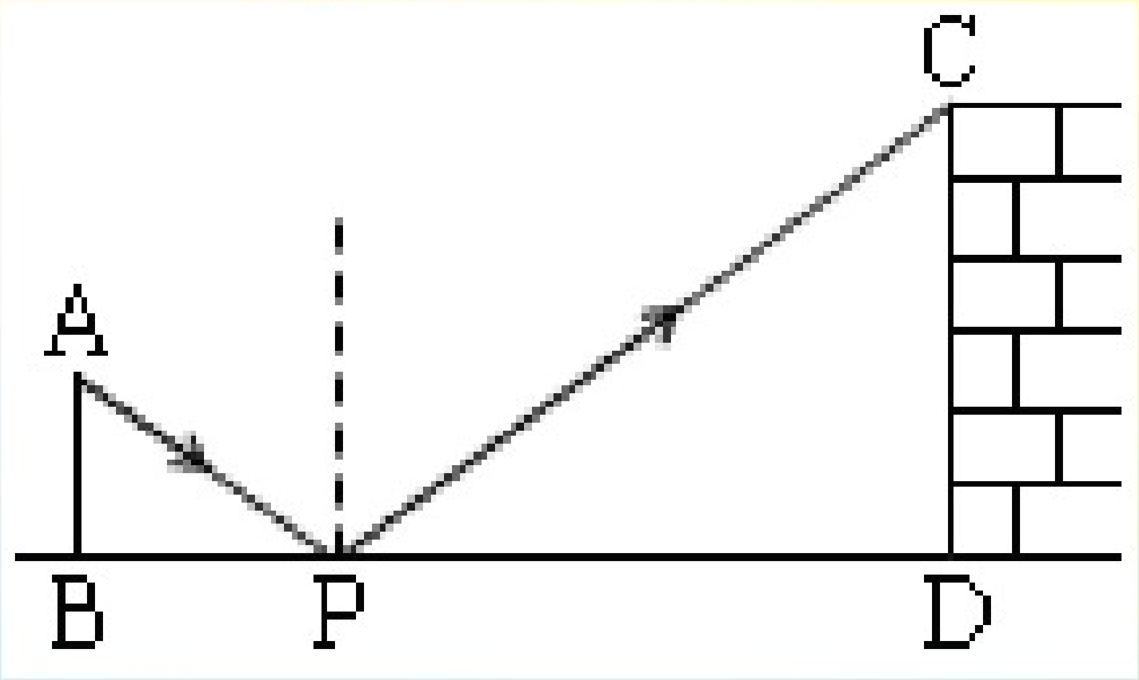


3. 如图，为了测量一池塘的宽，在岸边找一点C，测得CD=32米，在的延长线上找一点A，测得AC=16米,过点A作AB∥ED，测得AB=18米.请你据此求出池塘的宽.

池塘的宽为36m.



4. 如图是小明设计用手电来测量某古城墙高度的示意图，点处放一水平的平面镜，光线从点出发经平面镜反射后刚好射到古城墙的顶端处，已知小明身高1.6米，且测得BP=2米，PD=10米，那么该古城墙的高度是（ **B** ）

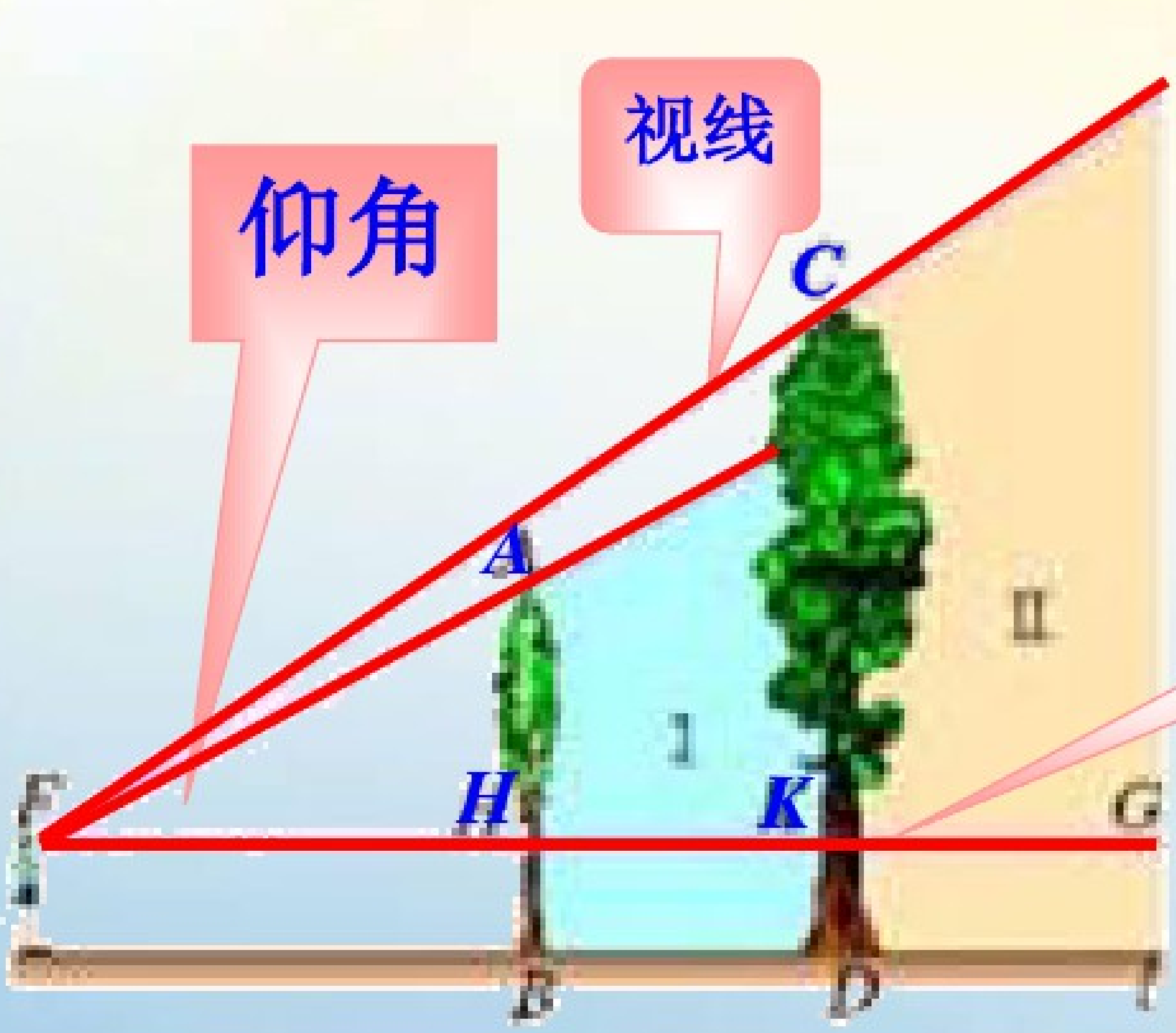


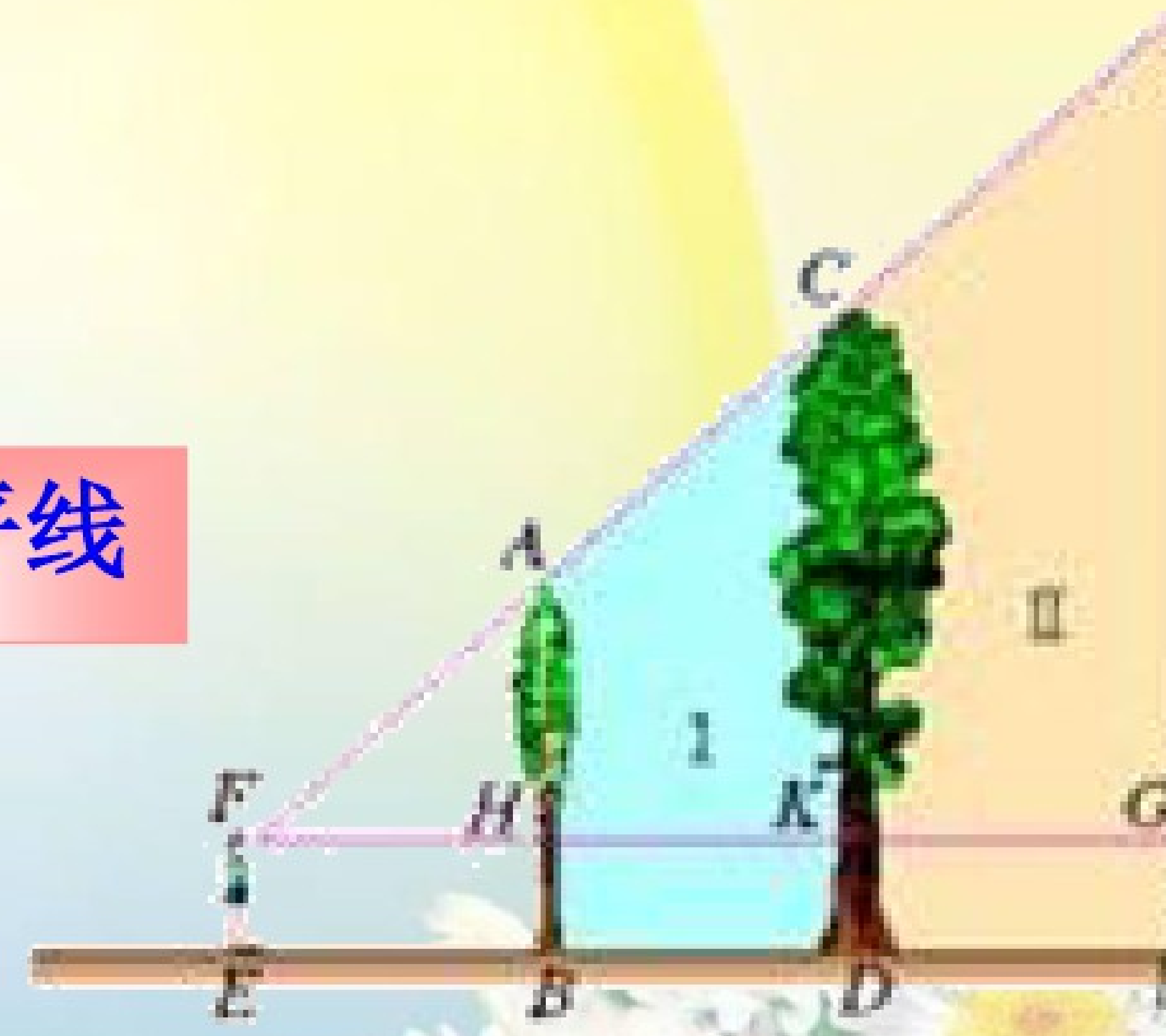
A. 6米　　B. 8米　　C. 18米　　D. 24米

探究三：利用相似解决有遮挡物问题

例6 已知左、右并排的两棵大树的高分别是AB＝6cm和CD＝12m，两树的根部的距离BD＝5m．一个身高1.6m的人沿着正对这两棵树的一条水平直路l从左向右前进，当他与左边较低的树的距离小于多少时，就不能看到右边较高的树的顶端点C？

分析：视线FA、FG的夹角$\angle CFK$是观察点C时的仰角．





解：如图，假设观察者从左向右走到点E时，他的眼睛的位置点F与两棵树顶端点A、C恰在一条直线上.

由题意可知，$AB\perp l$，$CD\perp l$

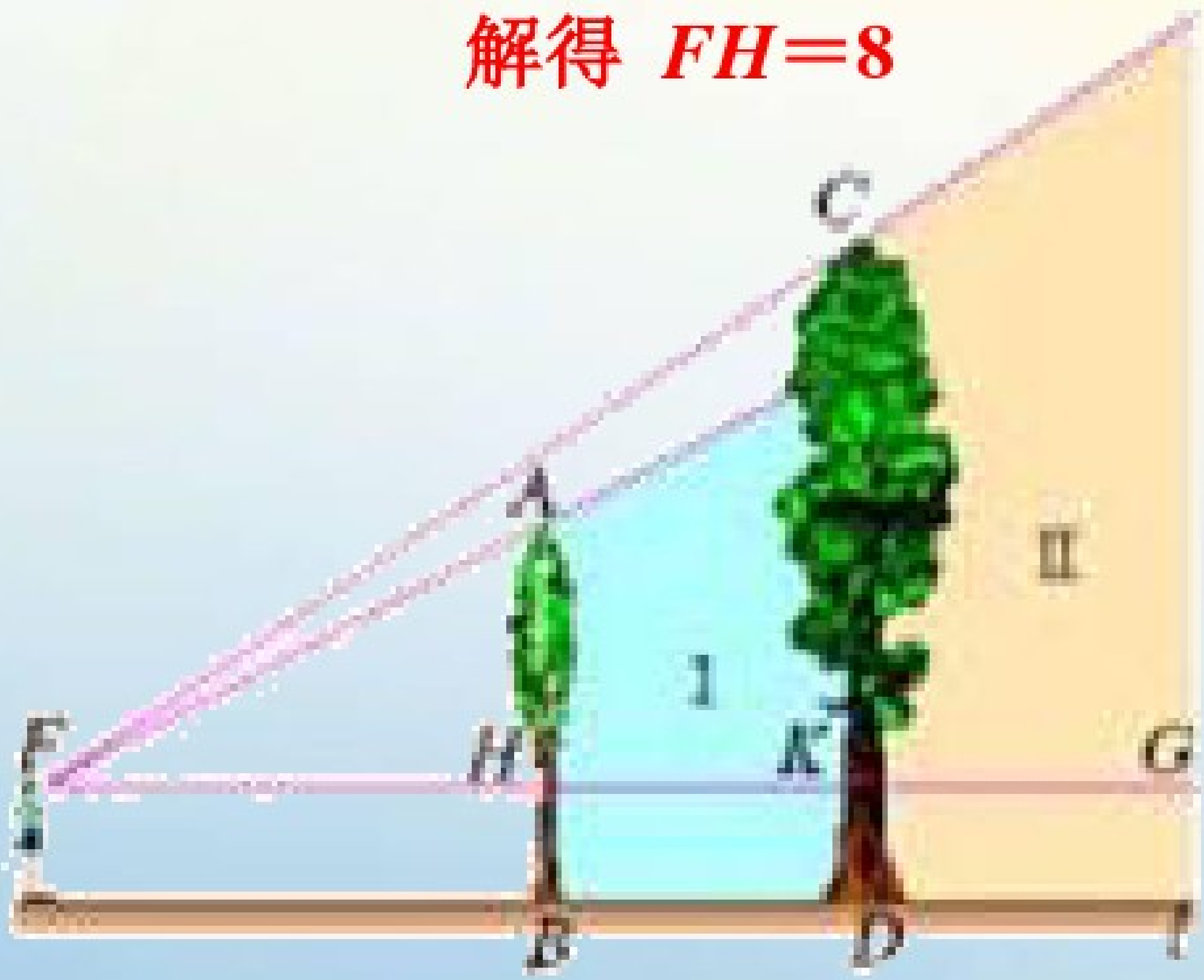
$\therefore AB \parallel CD$，$\triangle AFH \backsim \triangle CFK$

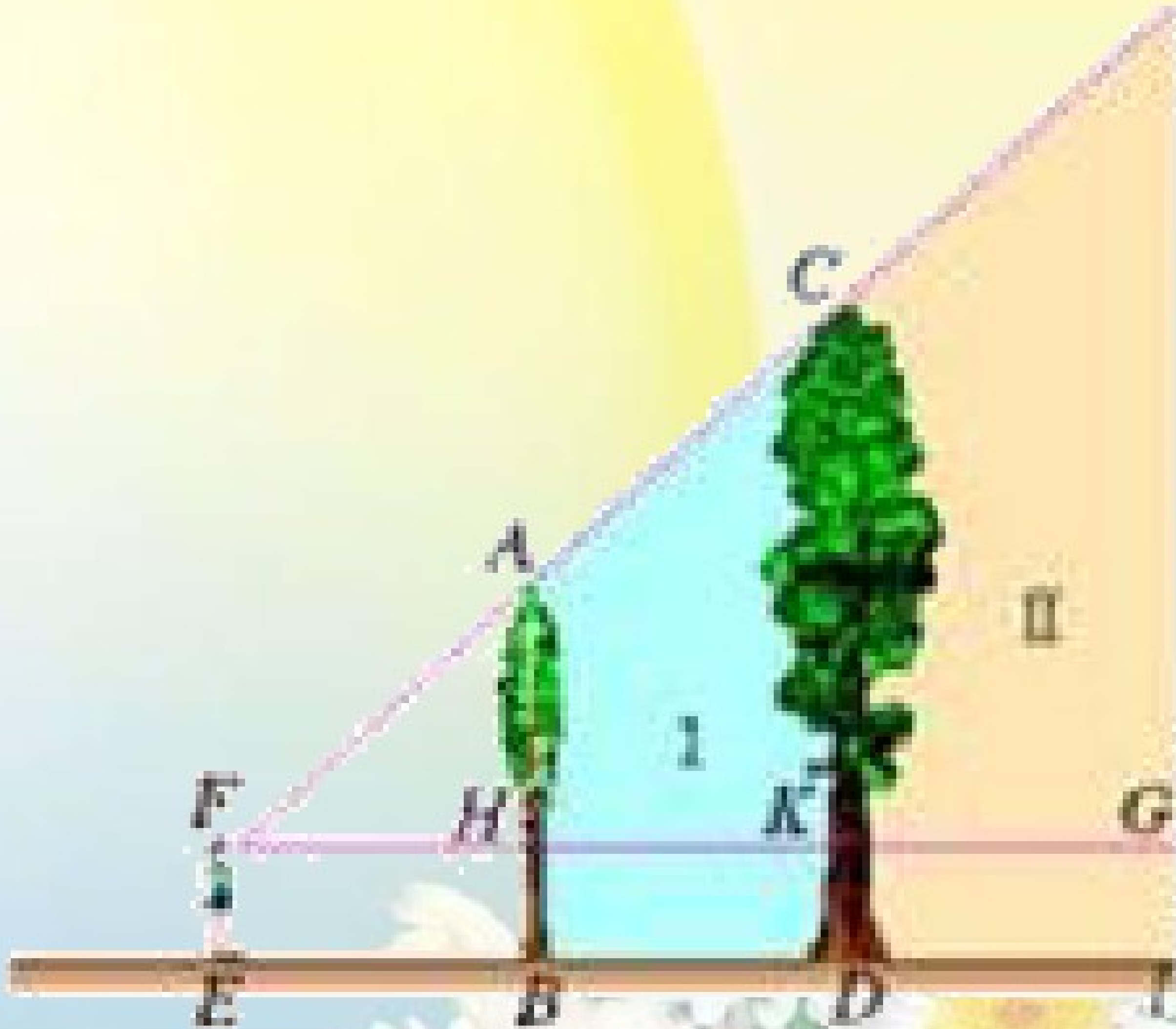
$$\therefore \frac{FH}{FK}=\frac{AH}{CK}$$

即 $$\frac{FH}{FH+5}=\frac{8-1.6}{12-1.6}=\frac{6.4}{10.4}$$

解得 $FH=8$

由此可知，如果观察者继续前进，即他与左边的树的距离小于8m时，由于这棵树的遮挡，右边树的顶端点C在观察者的盲区之内，观察者看不到它.



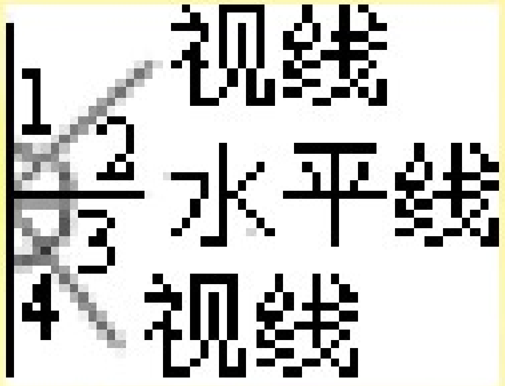


探究三： 利用相似解决有遮挡物问题

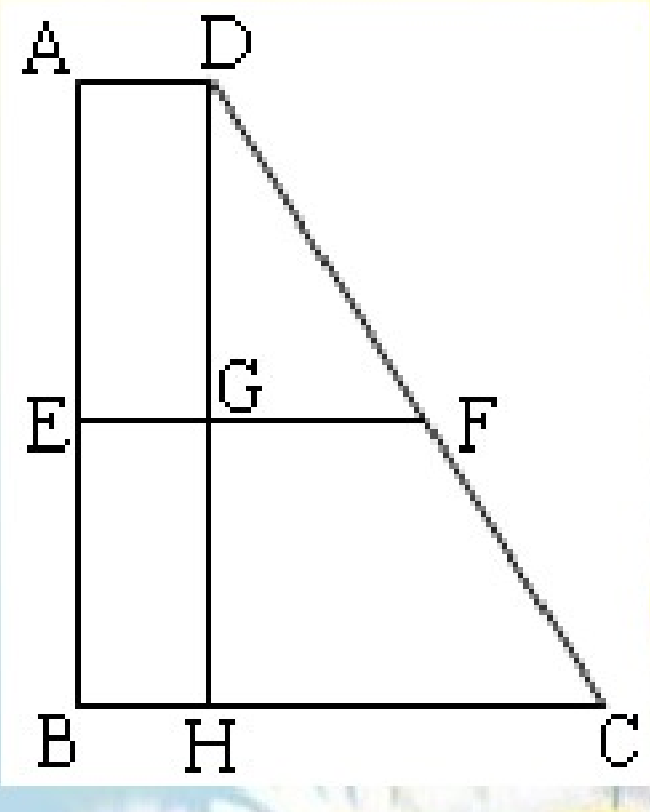
利用相似来解决测量物体高度的问题的一般思路是怎样的?

一般情况下，可以从人眼所在的部位向物体作垂线，根据人、物体都与地面垂直构造相似三角形数学模型，利用相似三角形对应边的比相等解决问题.

4. 如图，其中仰角是 ∠2 .



5. 如图，AD⊥AB，EF ⊥ AB，BC ⊥ AB，DH ⊥ BC，DH交EF于G点，则AD＝ EG ＝ BH ，图中的相似三角形是 △DGF ∽ △DHC .



总结梳理知识

1. 同一时刻，在太阳光下，不同物体的高度之比与其影长之比相等.

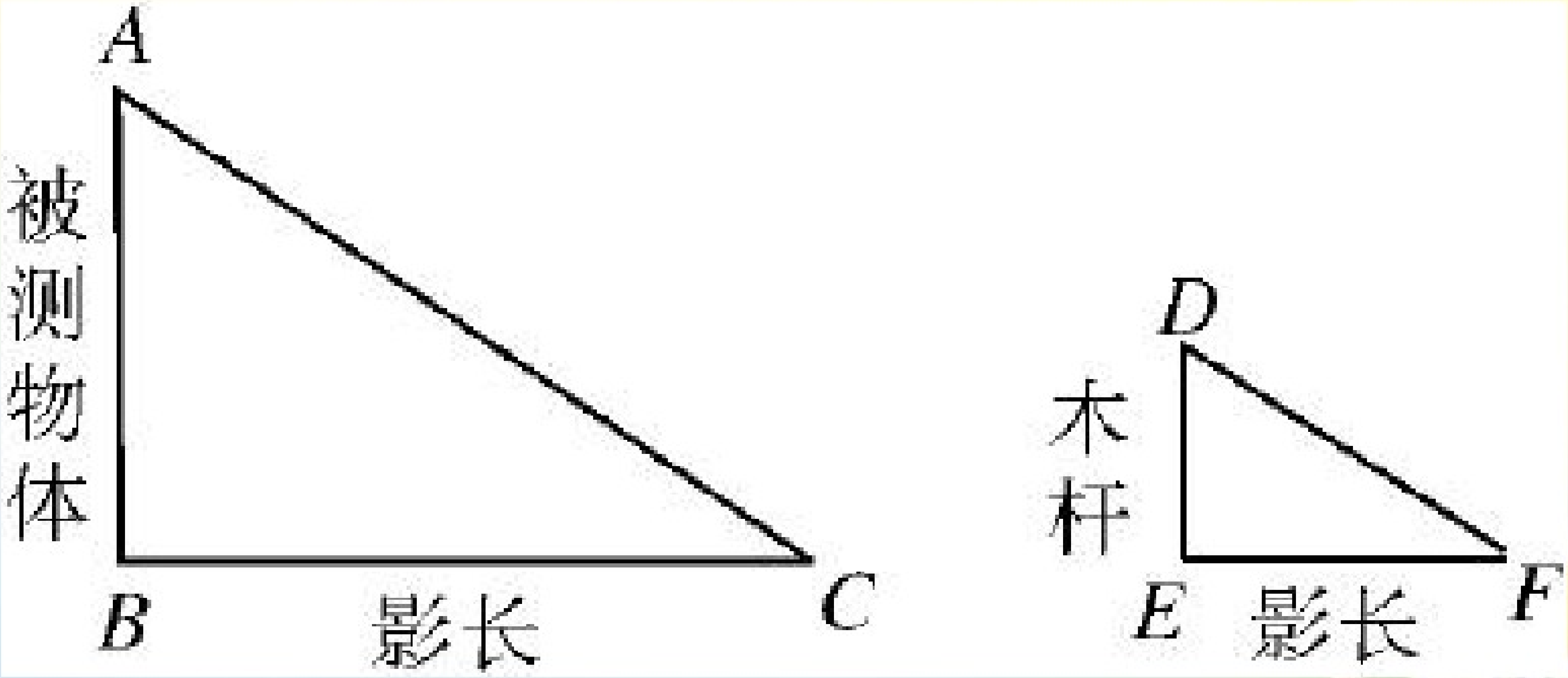
2. 在解决某些不能直接度量的物体的高度或宽度等测量类问题时，可以借助他物间接测量，这时往往需要构造相似三角形来解决.

3. 我们把观察者眼睛的位置称为视点，观察时，从下方向上看，视线与水平线的夹角称为仰角.

4．相似三角形的实际应用

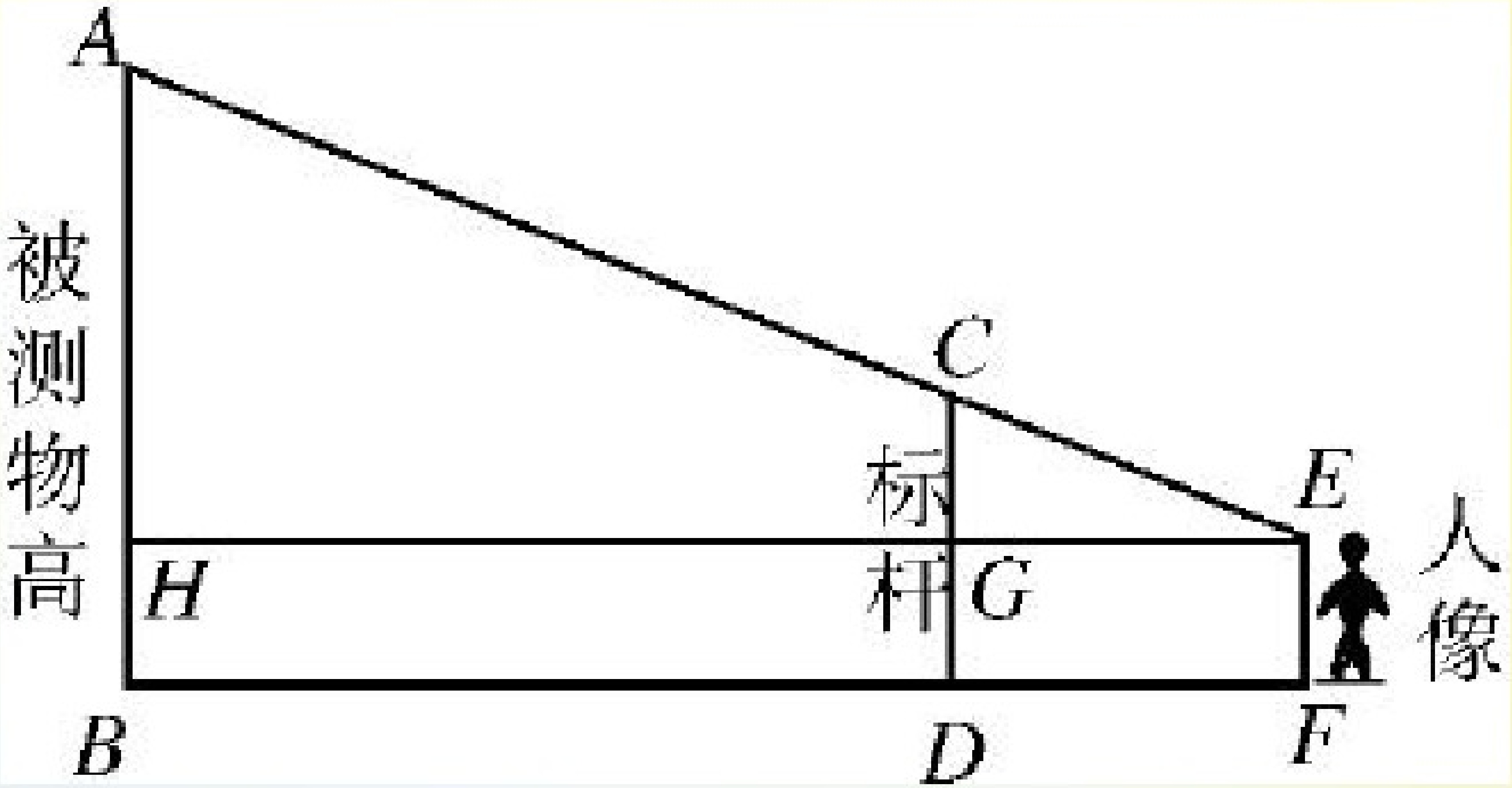
(1)测量物高

①利用“同一时刻的物高和影长”



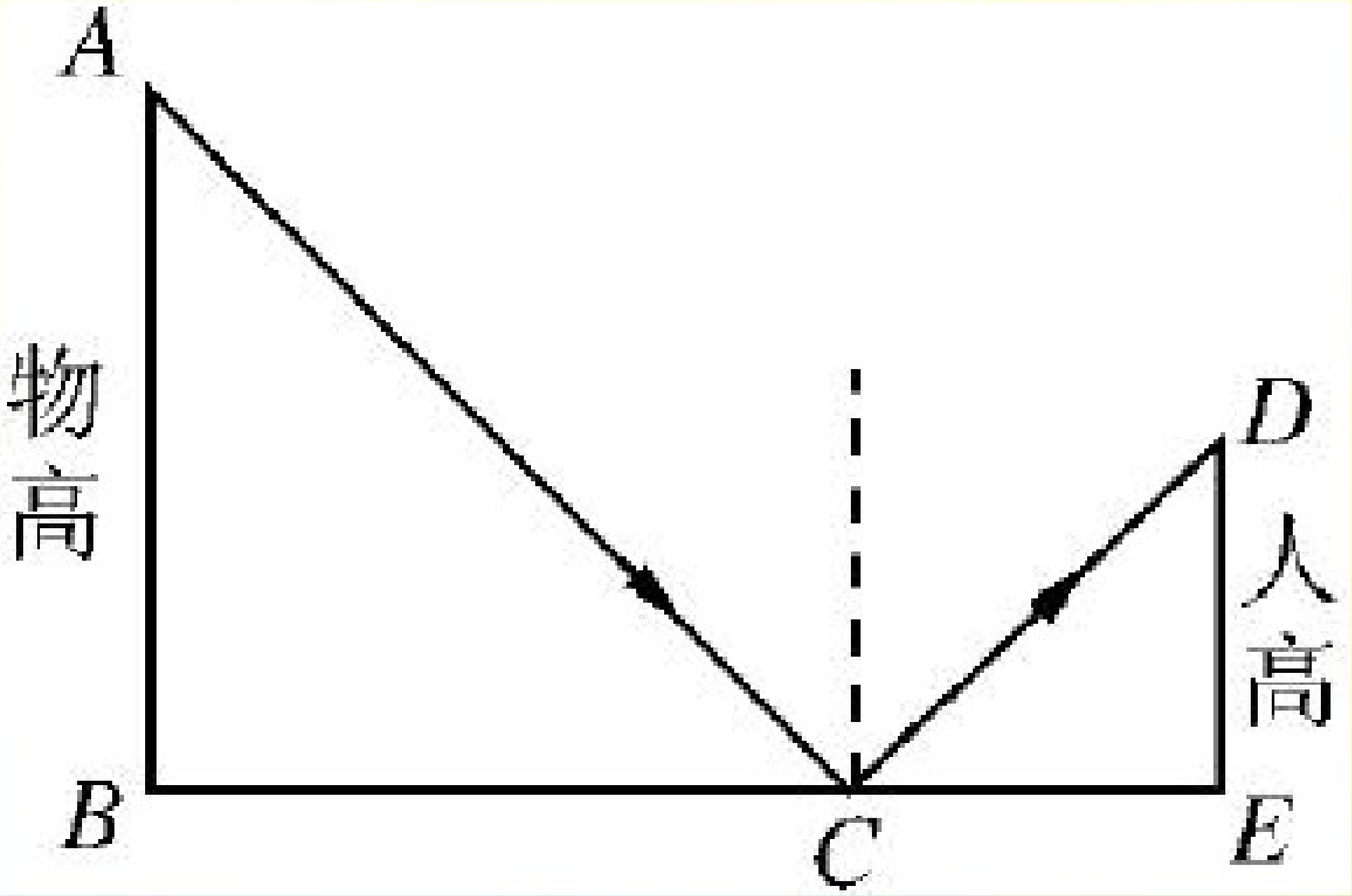
比例式为：$\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}$.

②利用“标杆和视角”



比例式为：$\frac{AH}{CG}=\frac{HE}{GE}$.

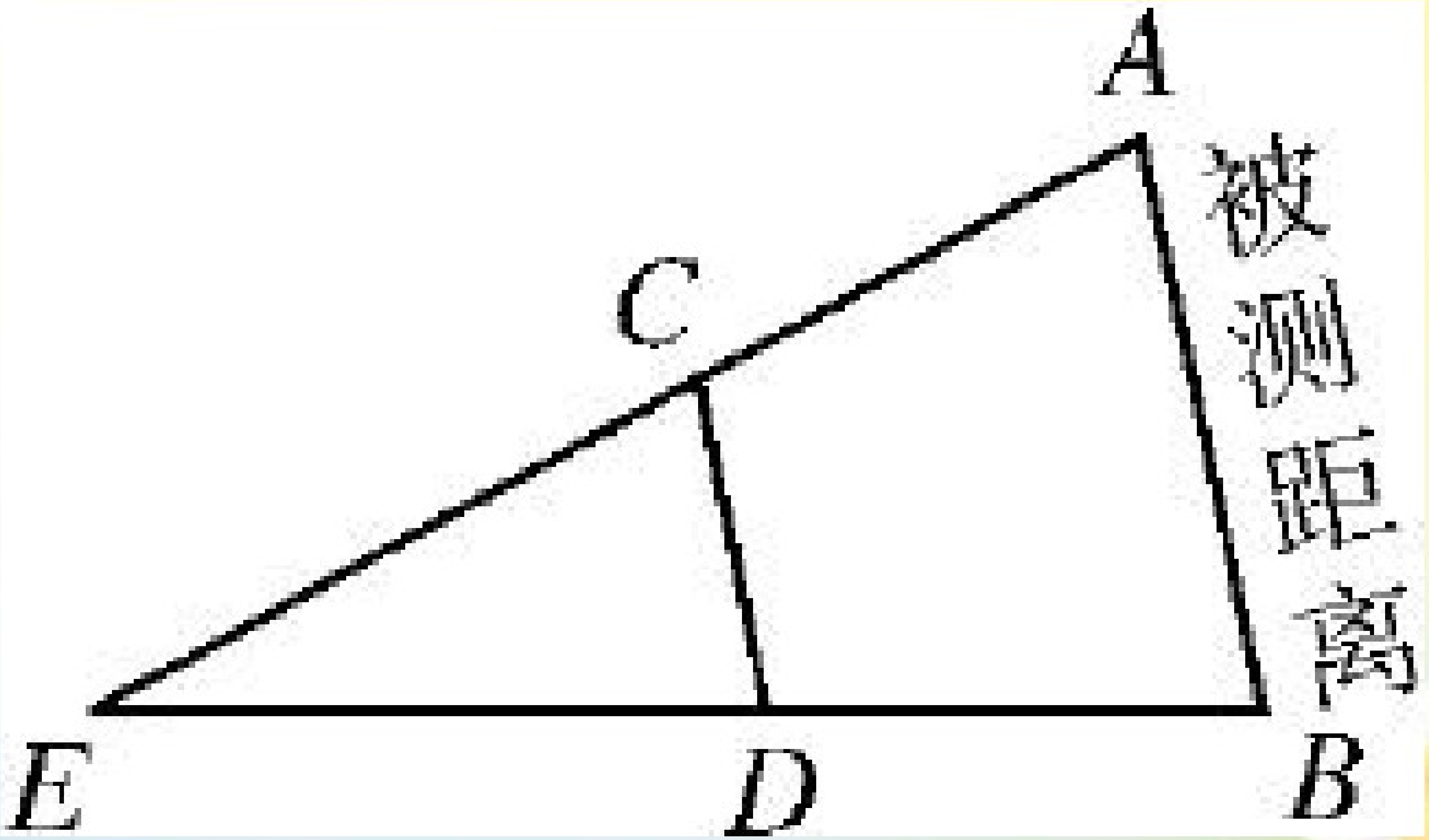
③利用“平面镜的反射原理”



比例式为：$\dfrac{AB}{DE}=\dfrac{BC}{EC}$.

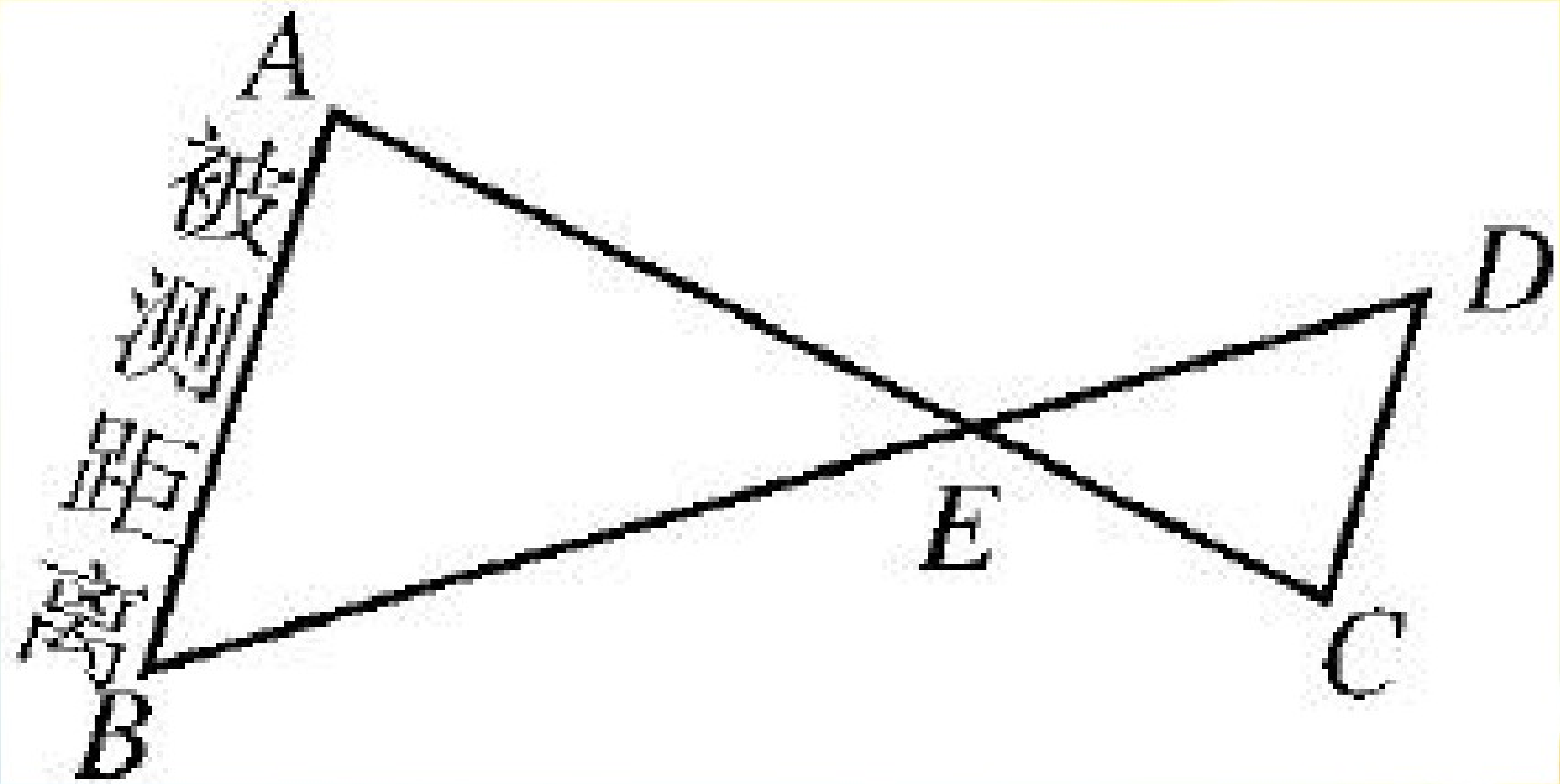
(2)测量距离． 测量不能直接到达的两点间的距离

①A 型图



比例式为：$\frac{AB}{CD}=\frac{BE}{DE}$.

②X 型图：



比例式为：$\frac{AB}{CD}=\frac{BE}{DE}$.

达标检测

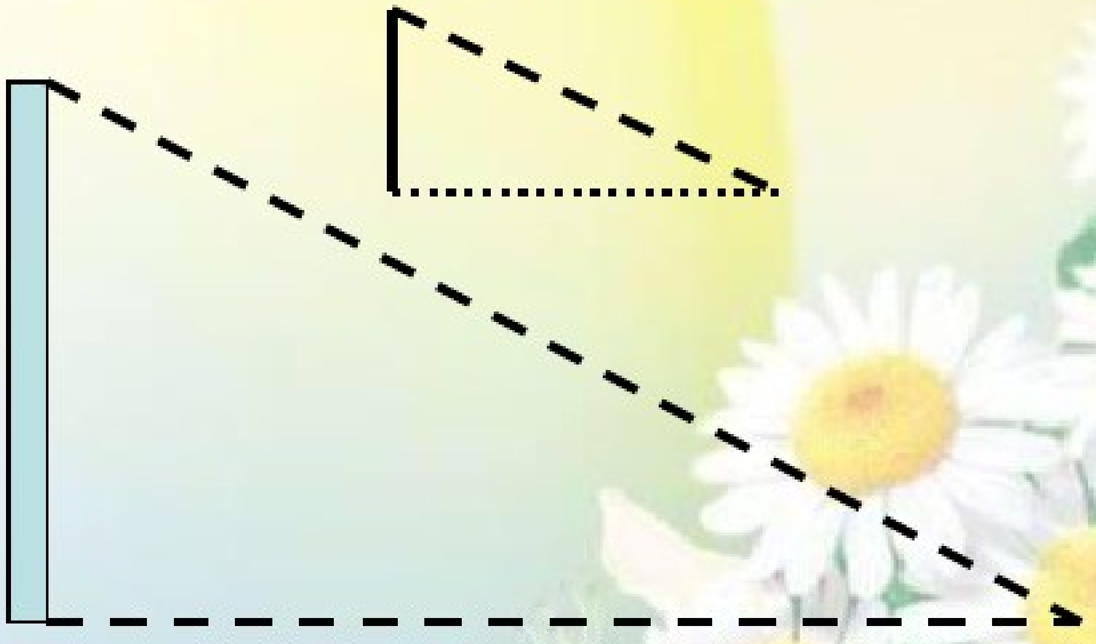
1、在同一时刻物体的高度与它的影长成正比例，在某一时刻，有人测得一高为1.8米的竹竿的影长为3米，某一高楼的影长为60米，那么高楼的高度是多少米？

解:设高楼的高度为X米，则

$$\frac{1.8}{3}=\frac{x}{60}$$

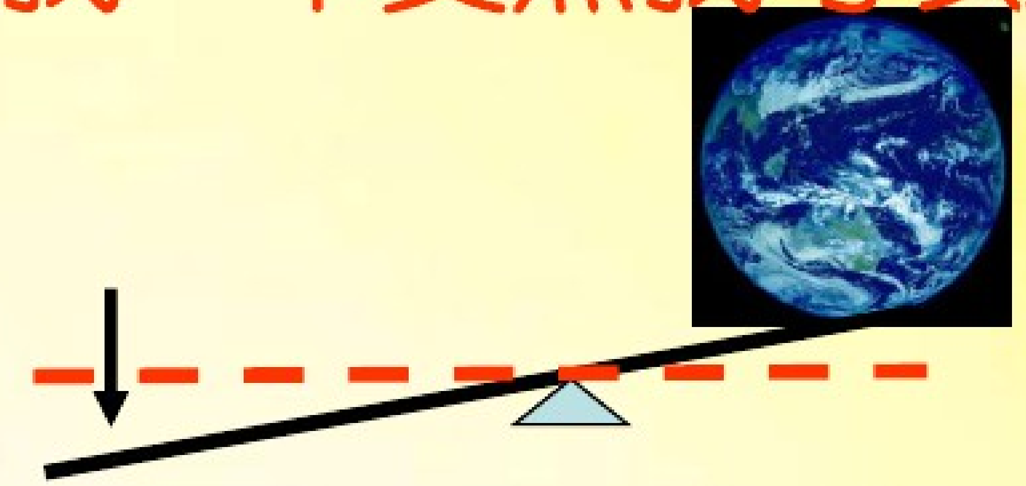
$$x=\frac{60\times1.8}{3}$$

$$x=36$$



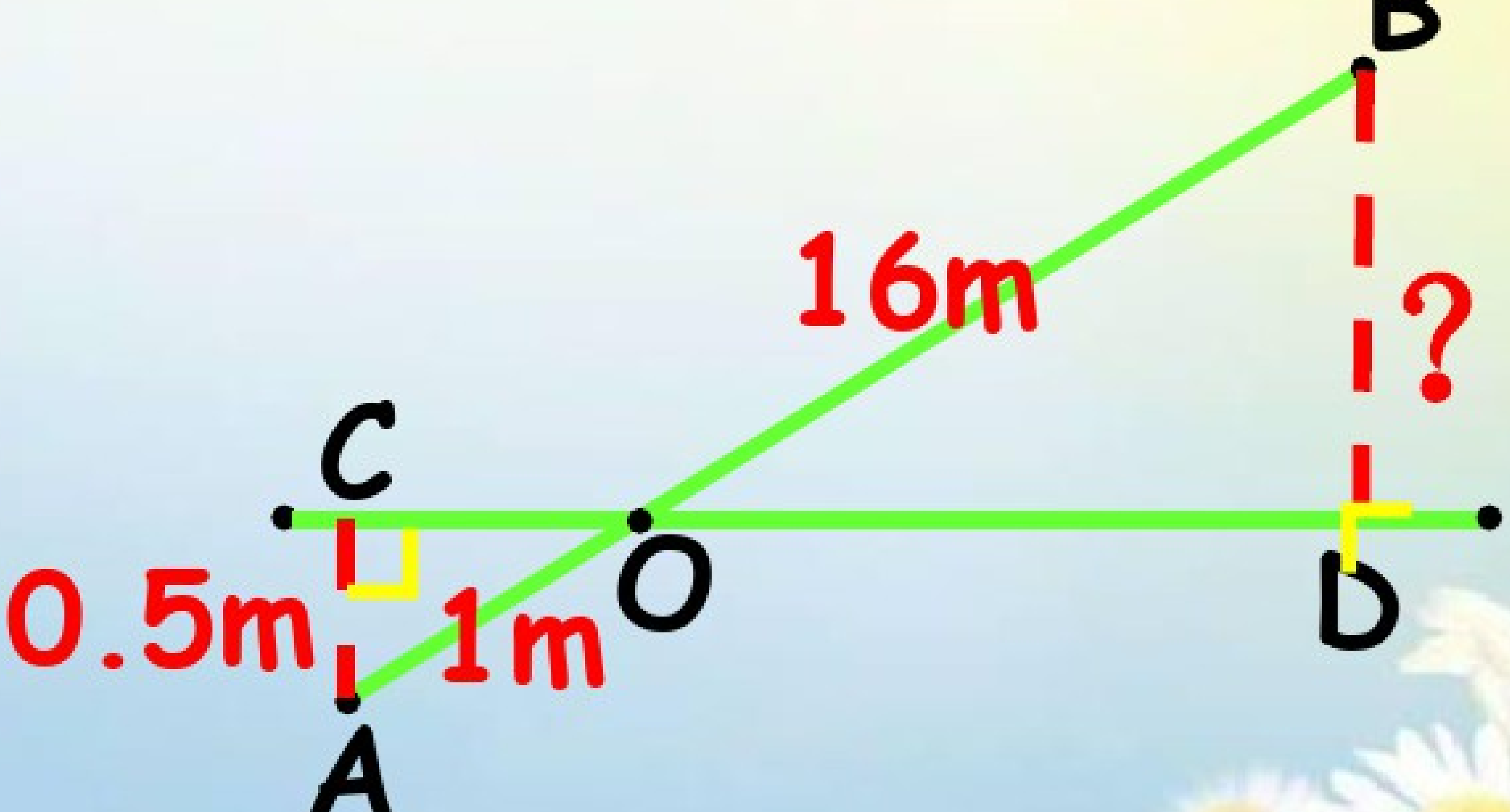
答:楼高36米.

给我一个支点我可以撬起整个地球！

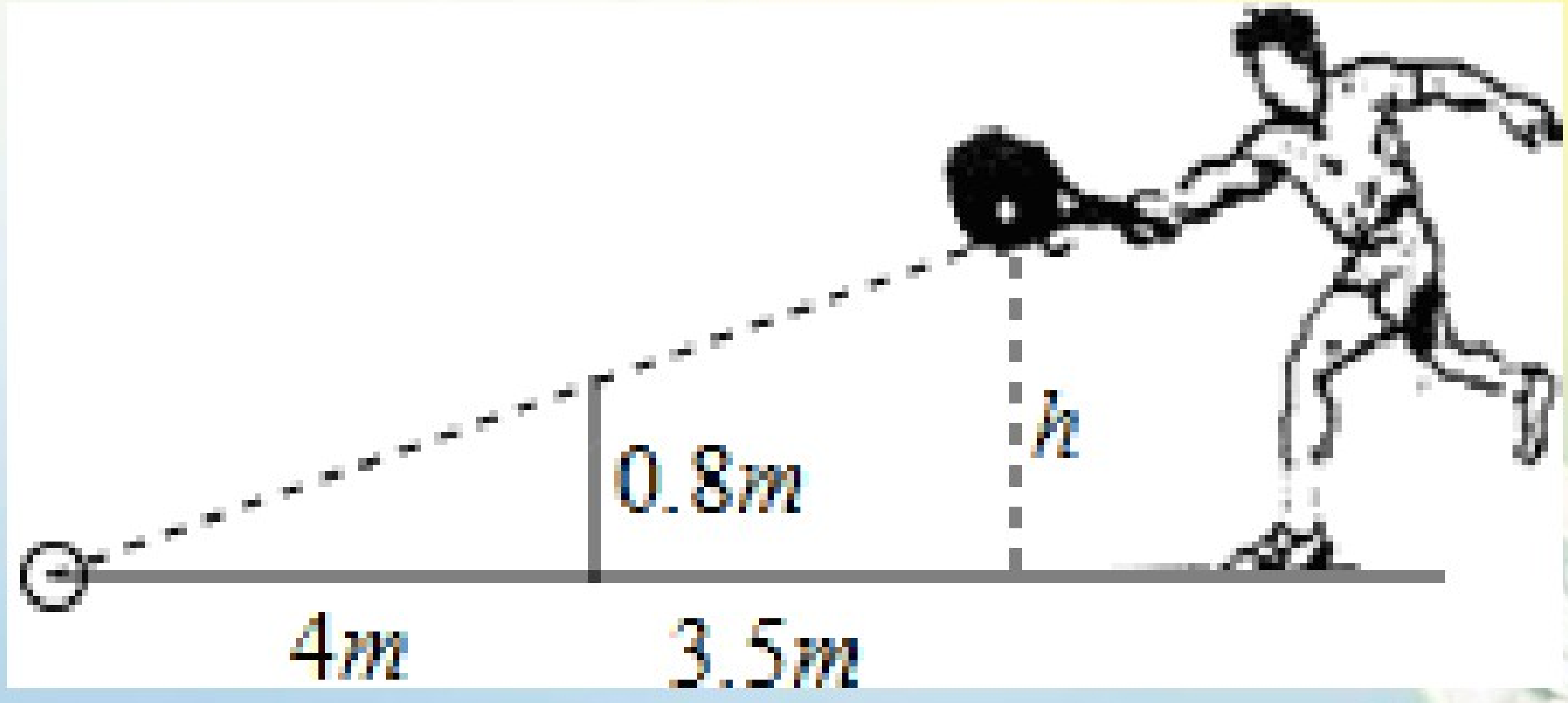


---阿基米德

2. 如图，铁道口的栏杆短臂长1m，长臂长16m，当短臂端点下降0.5m时，长臂端点升高 8 m。



3．如图，小明在打网球时，使球恰好能打过网，而且落在离网4米的位置上，则球拍击球的高度h为<u>1.5米</u>.



4．在实践课上，王老师带领同学们到教室外利用树影测树高，他在一个时刻测得直立的标杆高1米，影长是0.9米，但同学们在同一时间测树影时，发现树影的上半部分落在墙CD上（如图所示），测得BC=2.7米，CD=1.2米，则树高为___4.2___米.