

24.4 相似三角形的判定(2)

复习

1、相似三角形的判定方法:

①相似三角形的传递性;

$$\because \triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1, \triangle A_1 B_1 C_1$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A_2 B_2 C_2$$

②相似三角形的预备定理;

$$\because DE \parallel BC$$

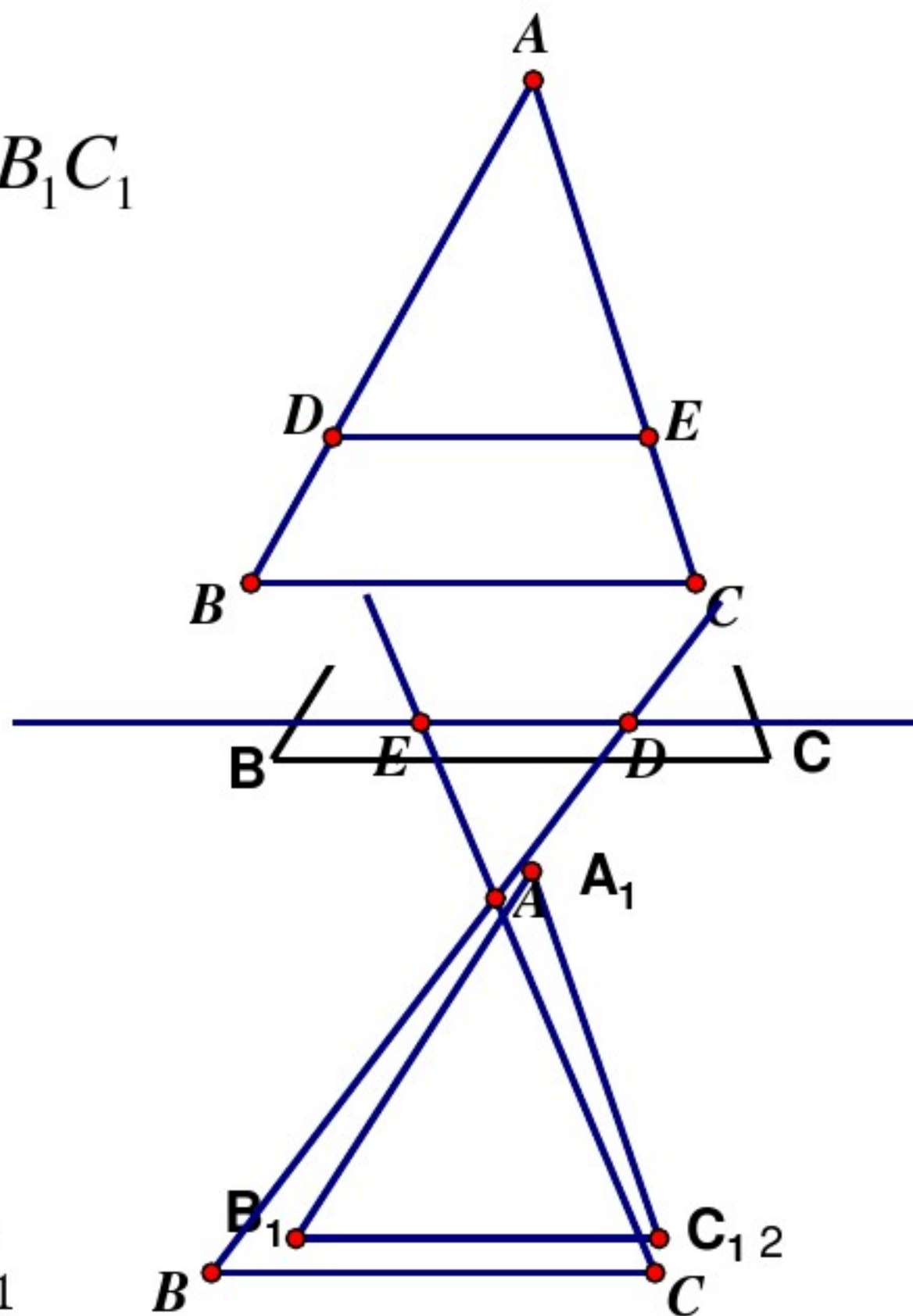
$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$$

③相似三角形判定定理1.

\because 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1 B_1 C_1$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle A_1, \\ \angle B = \angle B_1 \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1$$

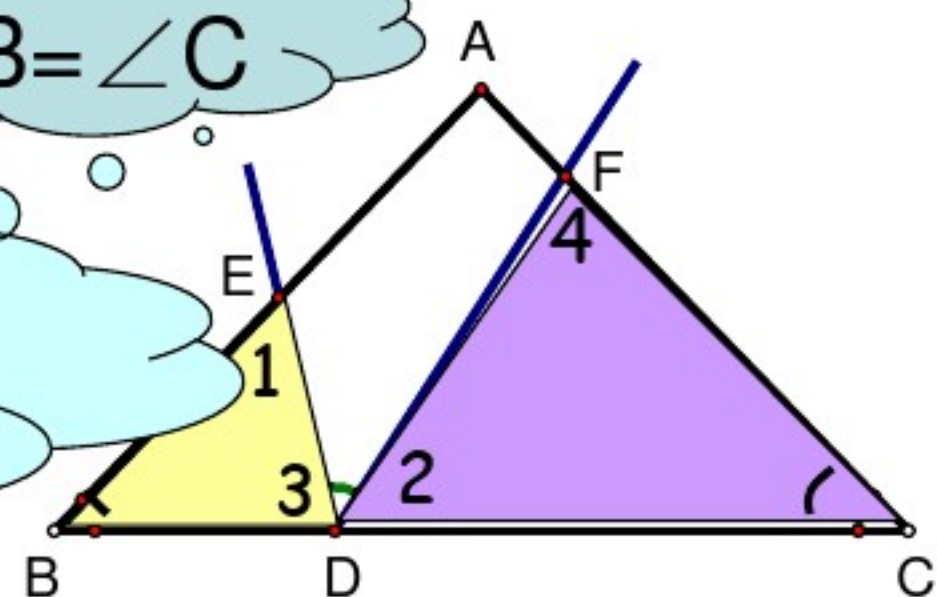


例1、已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\underline{AB=AC}$ ，点 D 、 E 、 F 分别在 BC 、 AB 、 AC 上， $\angle EDF = \angle B$ ，

求证： $\triangle BED \sim \triangle CDF$.

$\angle B = \angle C$

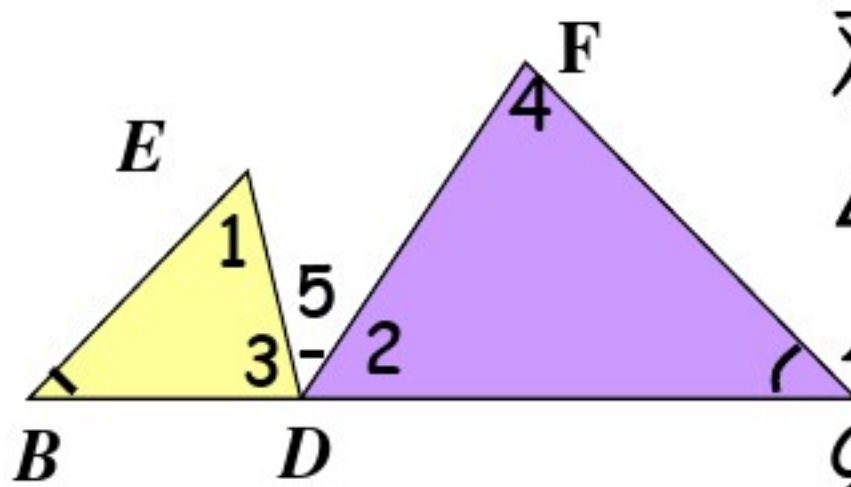
用哪种方法来证明
 $\triangle BED \sim \triangle CDF$ 呢？



相似三角形
判定定理1

再需找出哪对角相等？

$\angle 1 = \angle 2$ 还是 $\angle 3 = \angle 4$ ？



观察图形可得， $\angle EDC$ 是
 $\triangle EBD$ 的外角，同时又是
 $\angle 5$ 与 $\angle 2$ 的和，因此可得
 $\angle 2 = \angle 1$

例1、已知：在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点 D 、 E 、 F 分别在
 BC 、 AB 、 AC 上， $\angle EDF=\angle B$ ，

求证： $\triangle BED \sim \triangle CDF$

有一对角相等，
找另一对角相等

证明： $\because AB=AC$ ，

$$\therefore \angle B = \angle C$$

$$\because \angle EDC = \angle B + \angle 1,$$

$$\angle EDC = \angle 3 + \angle 2,$$

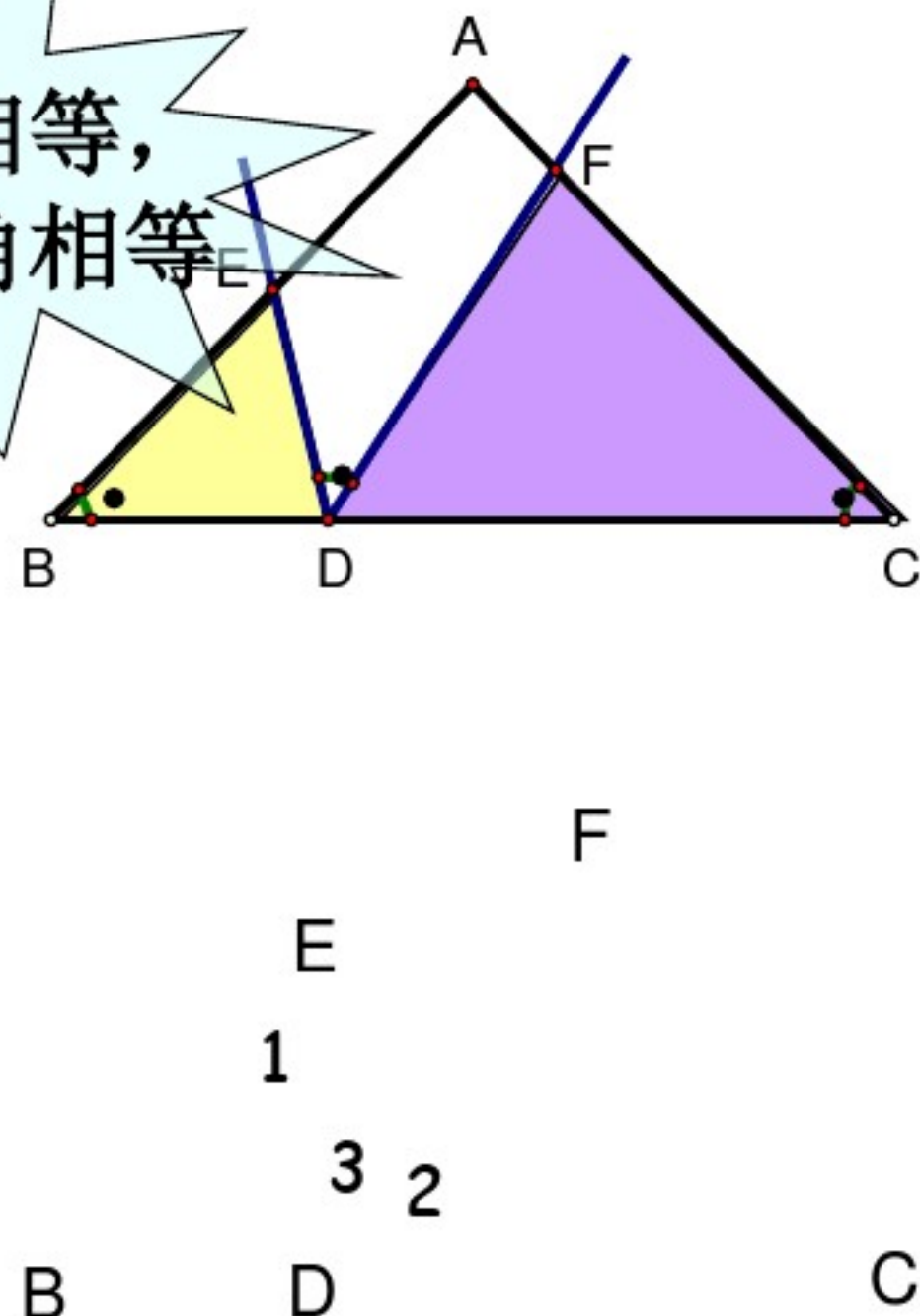
$$\text{且 } \angle 3 = \angle B,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

\because 在 $\triangle BED$ 和 $\triangle CDF$ 中

$$\begin{cases} \angle B = \angle C, \\ \angle 1 = \angle 2, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BED \sim \triangle CDF$$

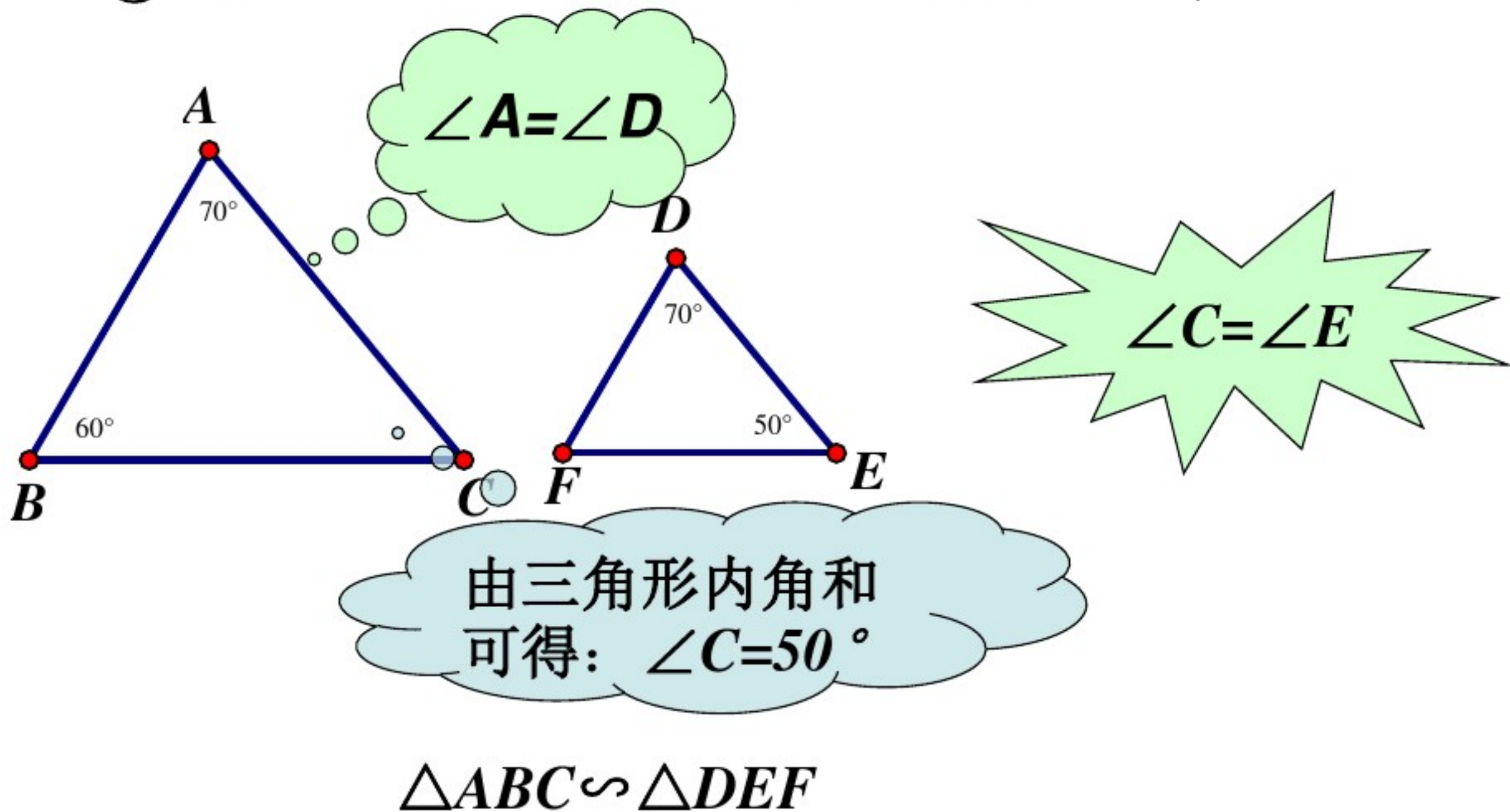


（两角对应相等，两个三角形相似）。

课堂练习:

1、依据下列条件判定 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是否相似，并说明理由．如果相似，那么用符号表示出来．

① $\angle A = \angle D = 70^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle E = 50^\circ$;

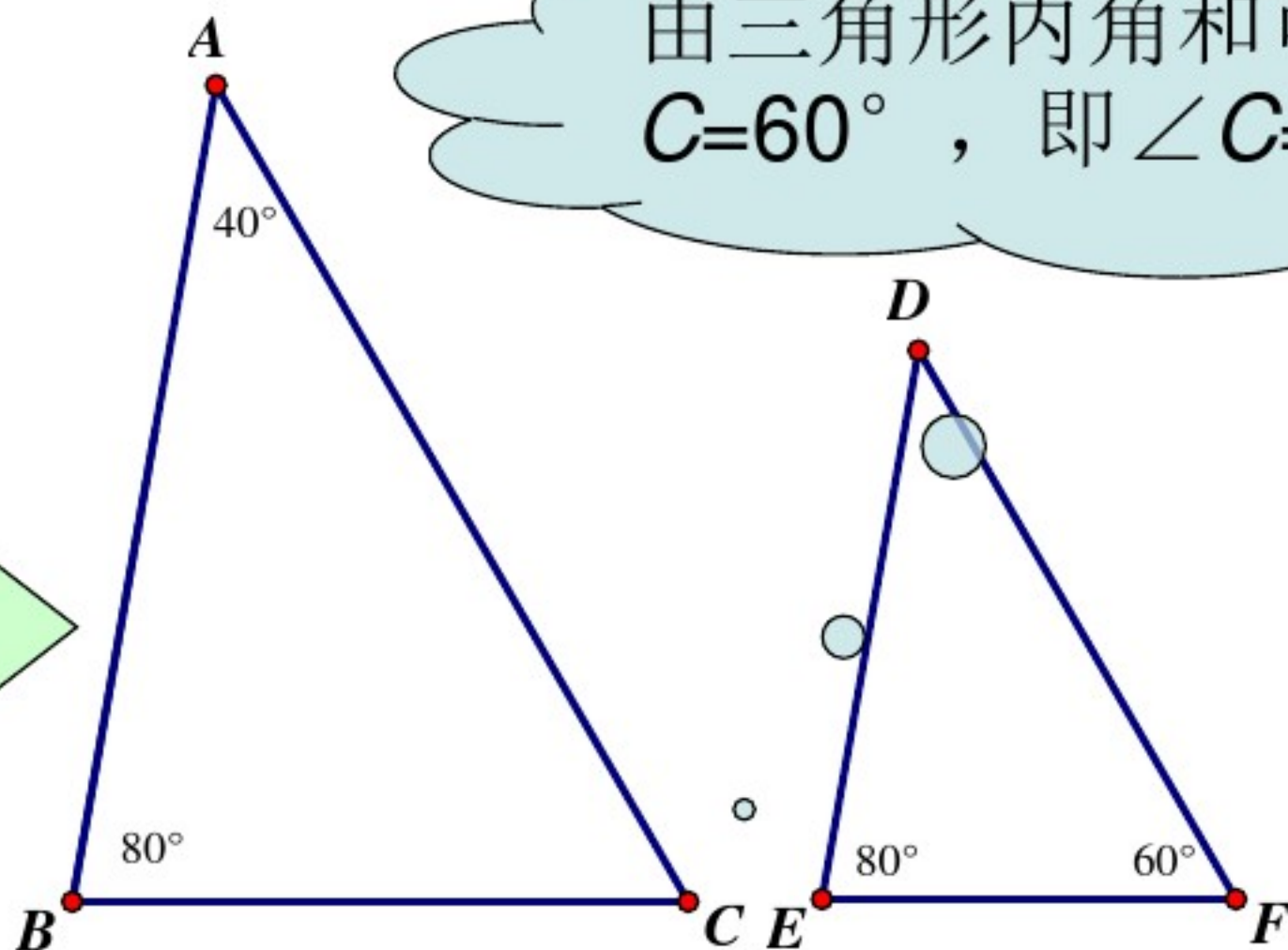


课堂练习:

1、依据下列条件判定 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是否相似，并说明理由．如果相似，那么用符号表示出来．

② $\angle A=40^\circ$ ， $\angle B=80^\circ$ ， $\angle E=80^\circ$ ， $\angle F=60^\circ$ ．

由三角形内角和可得：
 $C=60^\circ$ ，即 $\angle C=\angle F$



$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

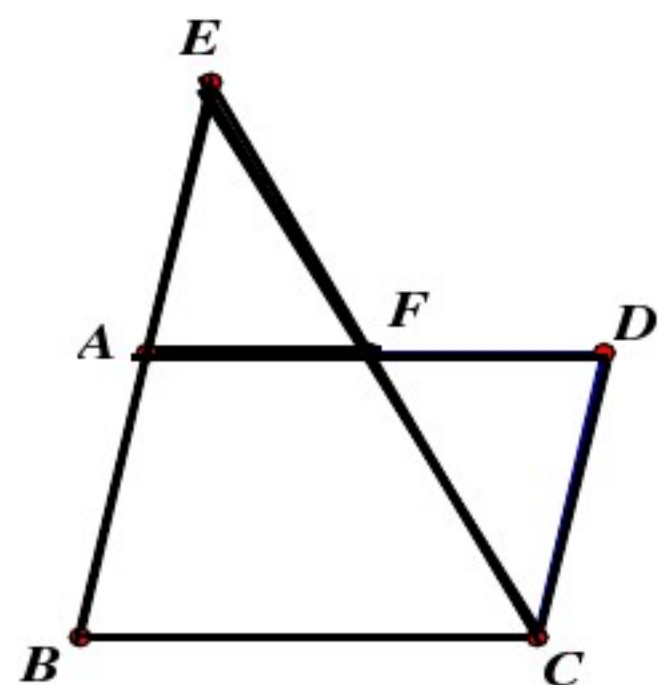
课堂练习:

$$AB \parallel CD, AD \parallel BC$$

2、如图： E 是平行四边形 $ABCD$ 的边 BA 延长线上的一点， CE 交 AD 于点 F 。图中有那几对相似三角形？

$$AD \parallel BC$$

$$AB \parallel CD$$

 E E A F A F D B C C

$$\triangle AFE \sim \triangle BCE$$

$$\triangle AFE \sim \triangle DFC$$

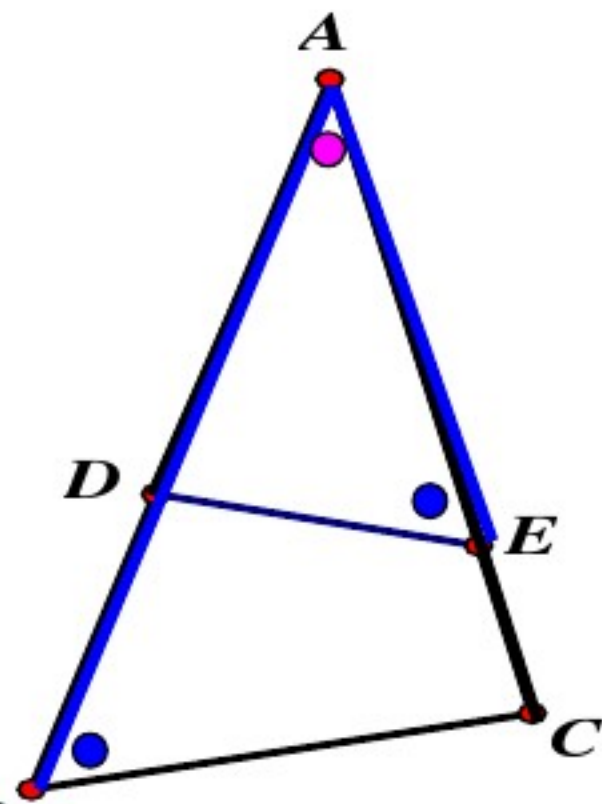
由相似传递性可得： $\triangle DFC \sim \triangle BCE$

课堂练习:

3、已知：如图， D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 边 AB 、 AC 上的点，
且 $\angle AED = \angle B$. 求证： $AE \cdot AC = AD \cdot AB$.

由 $\angle AED = \angle B$,
公共角 $\angle A$

由判定定理1,
得 $\triangle AED \sim \triangle ABC$



根据四条线段的位置，可知应寻找比例关系

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$$

课堂练习:

3、已知：如图， D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 边 AB 、 AC 上的点，
且 $\angle AED = \angle B$. 求证： $AE \cdot AC = AD \cdot AB$.

证明：

\therefore 在 $\triangle AED$ 和 $\triangle ABC$ 中

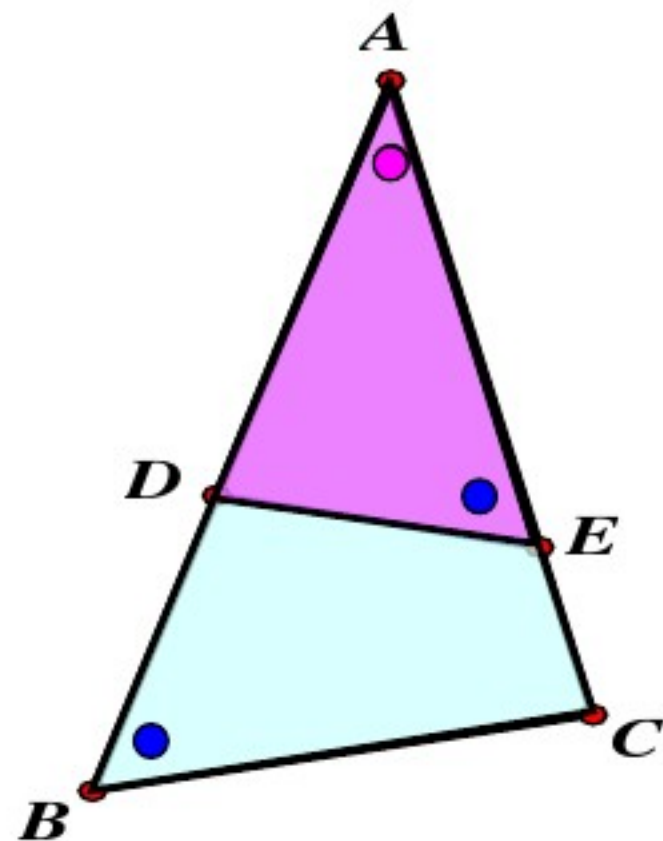
$$\begin{cases} \angle A = \angle A, \\ \angle AED = \angle B \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC$$

（两角对应相等，两个三角形相似）.

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$$

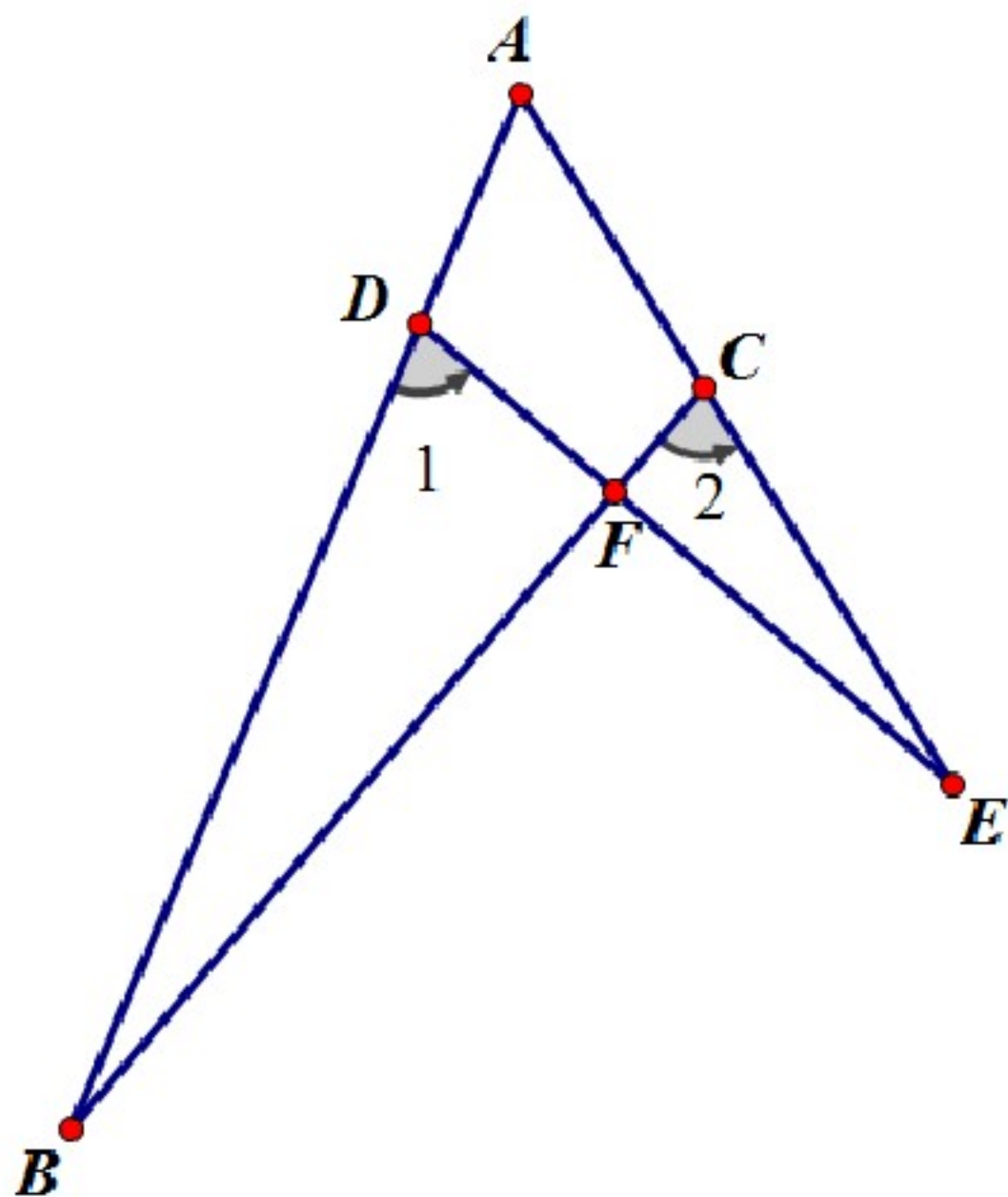
$$\text{即：} AE \cdot AC = AD \cdot AB$$



例题选做

已知: $\angle 1 = \angle 2$,

求证: $\triangle ABC \sim \triangle AED$, $\triangle DBF \sim \triangle CFE$



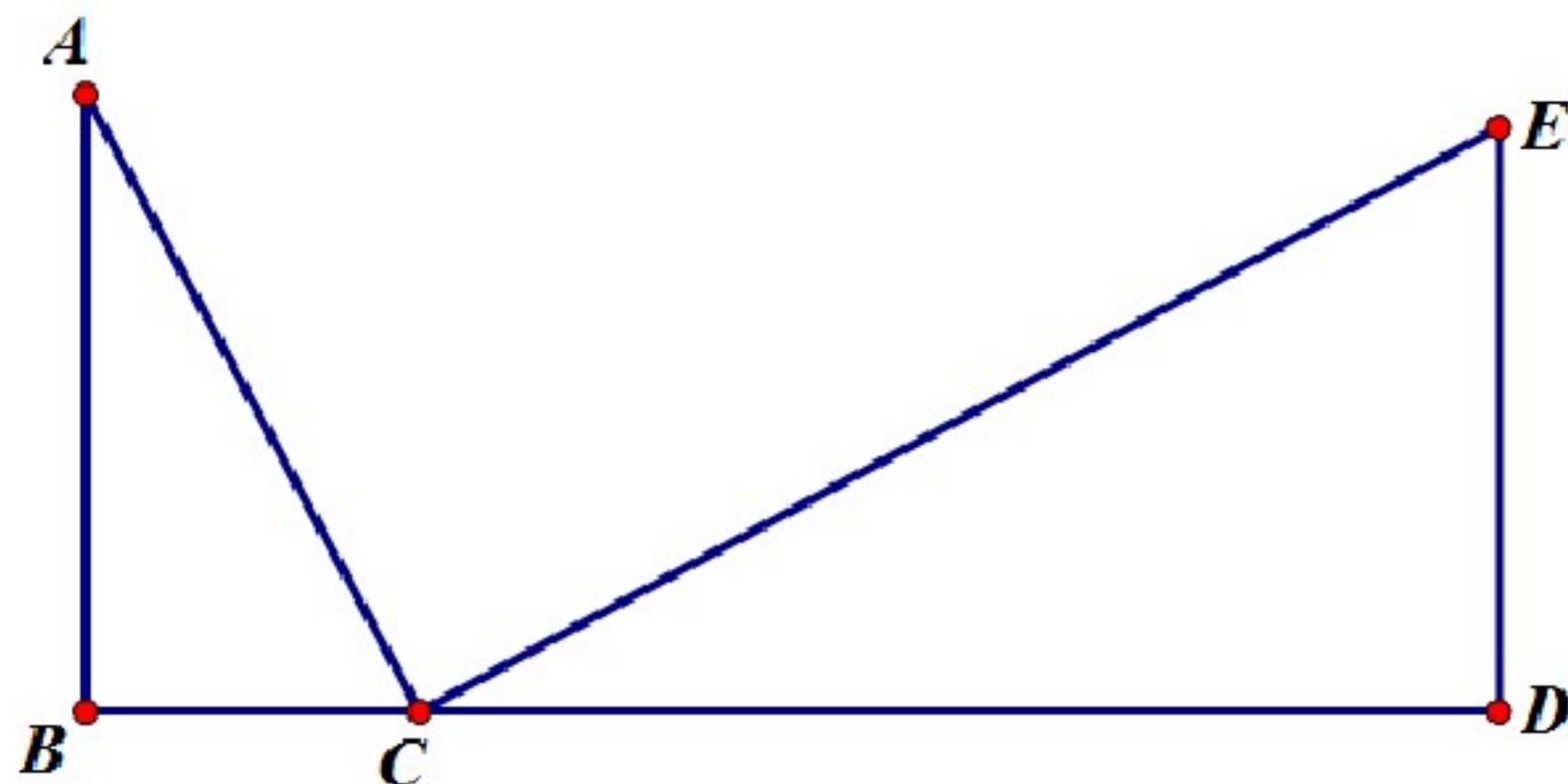
对顶角

公共角

例题选做

已知: $AB \perp BD$, $ED \perp BD$, $AC \perp CE$,

求证: $\triangle ABC \sim \triangle CDE$



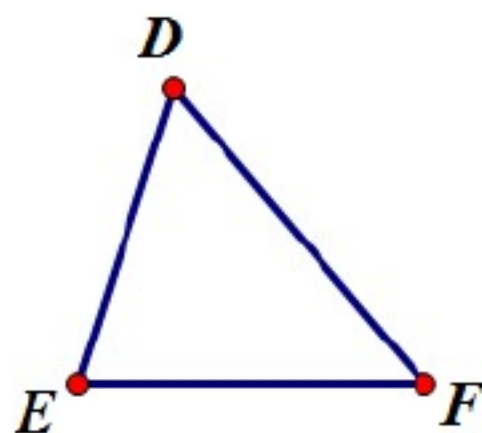
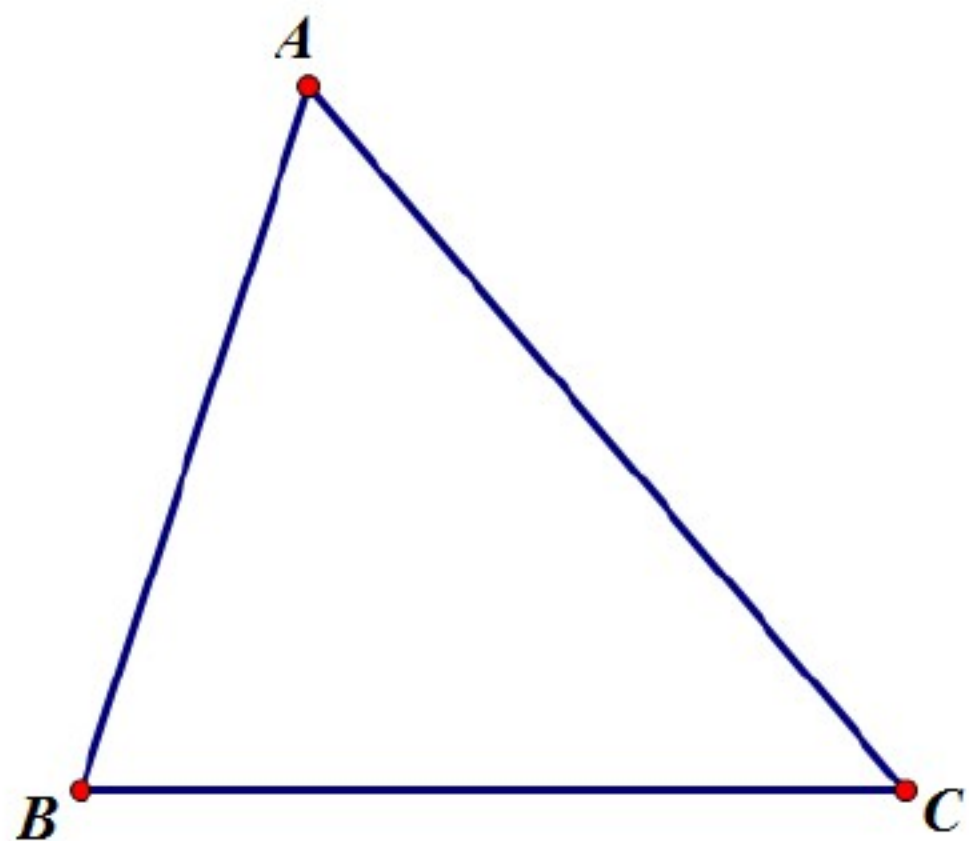
等量代换

新课探究

探究类似于满足“边角边”条件的两个三角形是否相似

已知：在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中， $\angle A = \angle D$ ， $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

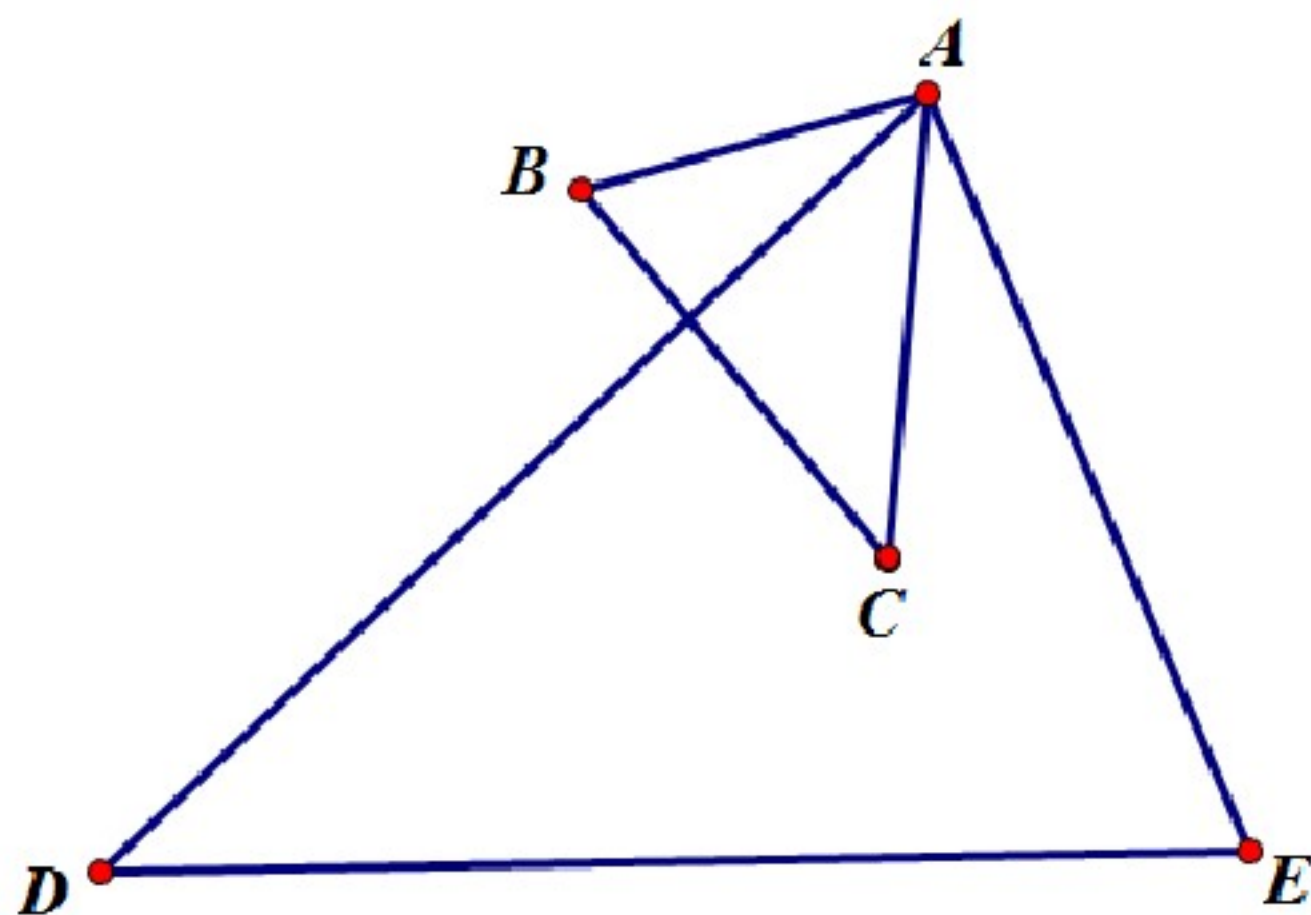
求证： $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



例题选做

已知：在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中， $\angle BAD = \angle CAE$ ， $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$

求证： $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

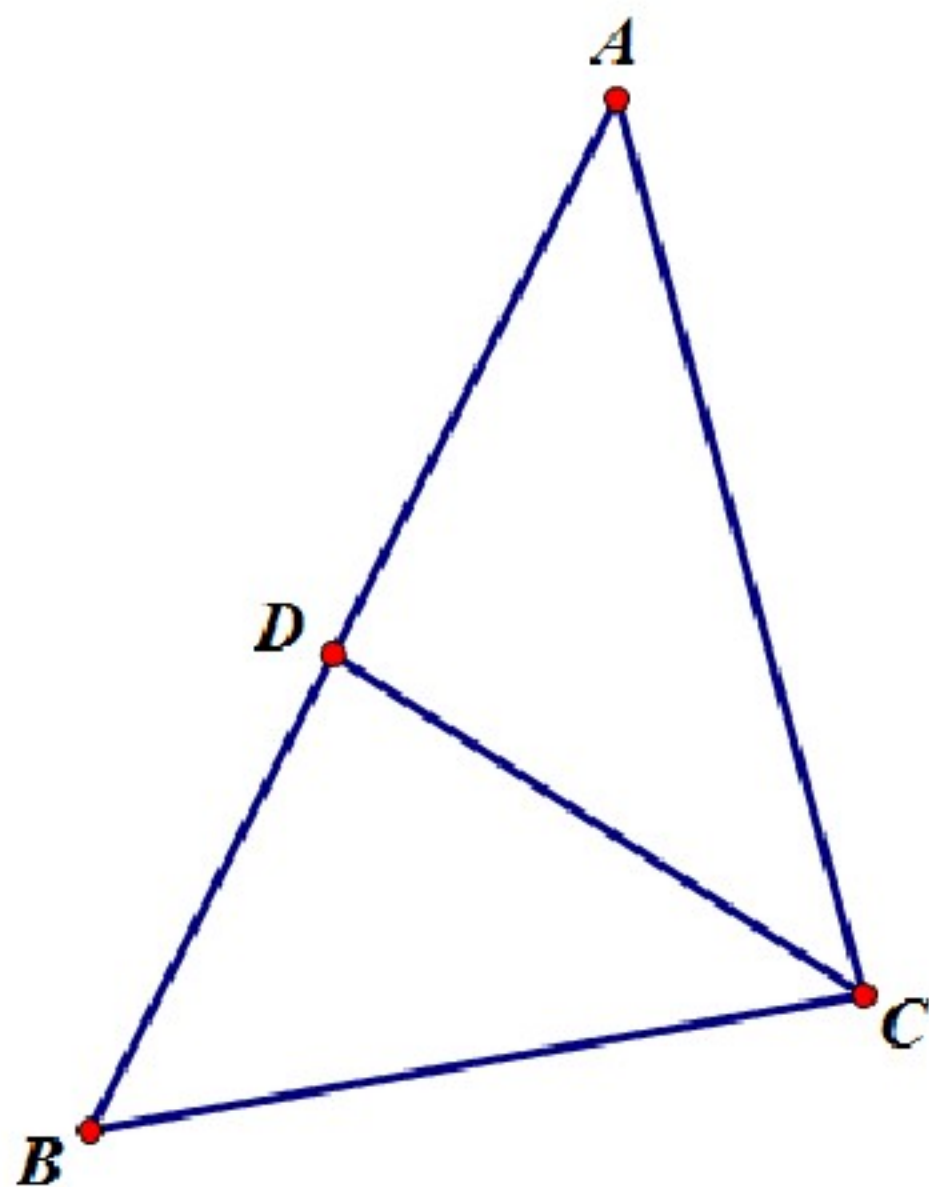


公共角

例题选做

已知：点D是 $\triangle ABC$ 的边AB上的一点， $AC^2 = AD \cdot AB$

求证： $\triangle ACD \sim \triangle ABC$

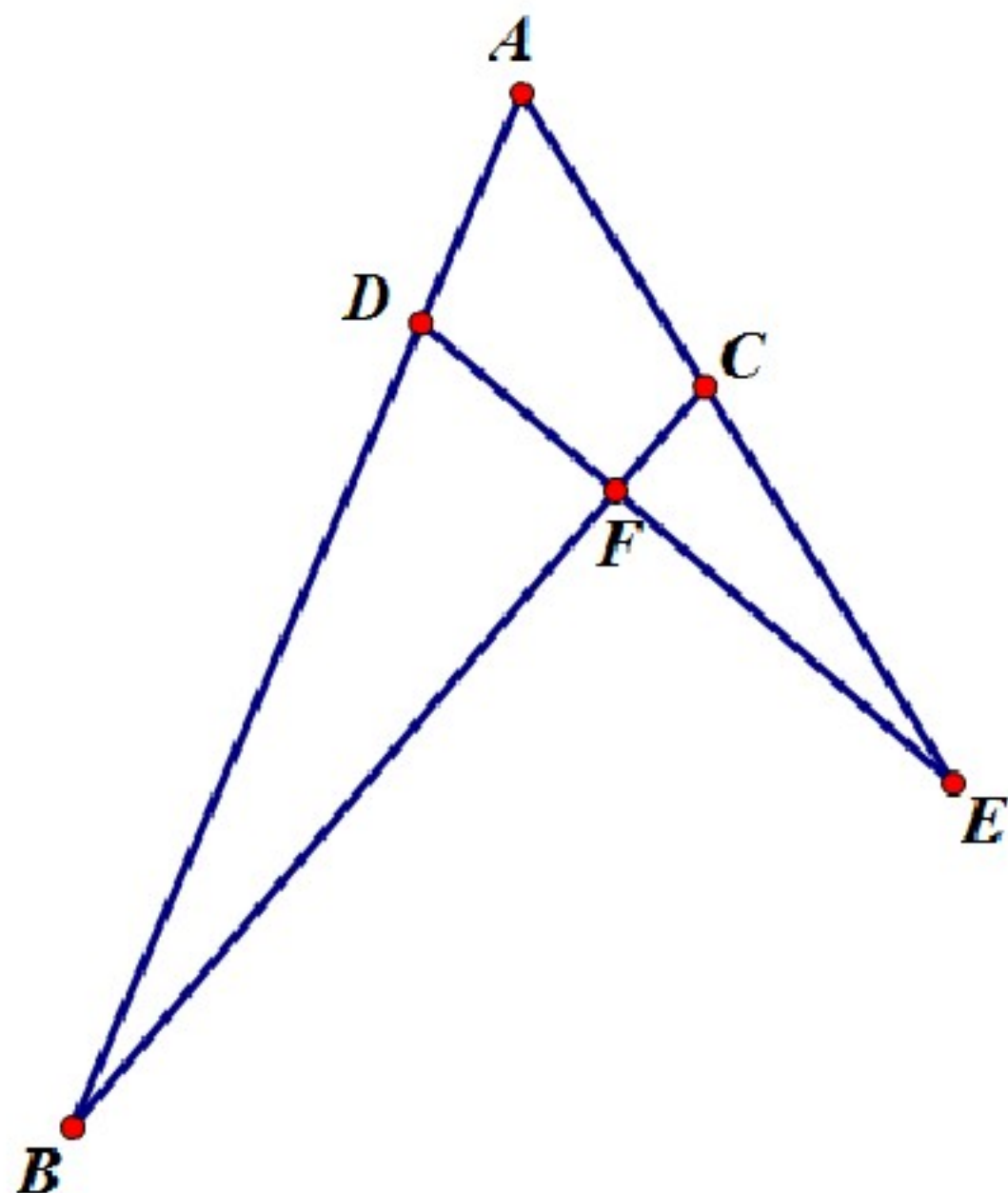


乘积式转化为比例式

例题选做

已知: $AB=9, AC=3, AE=6, AD=4.5$

求证: $\triangle DBF \sim \triangle CFE$



两次相似

例题选做

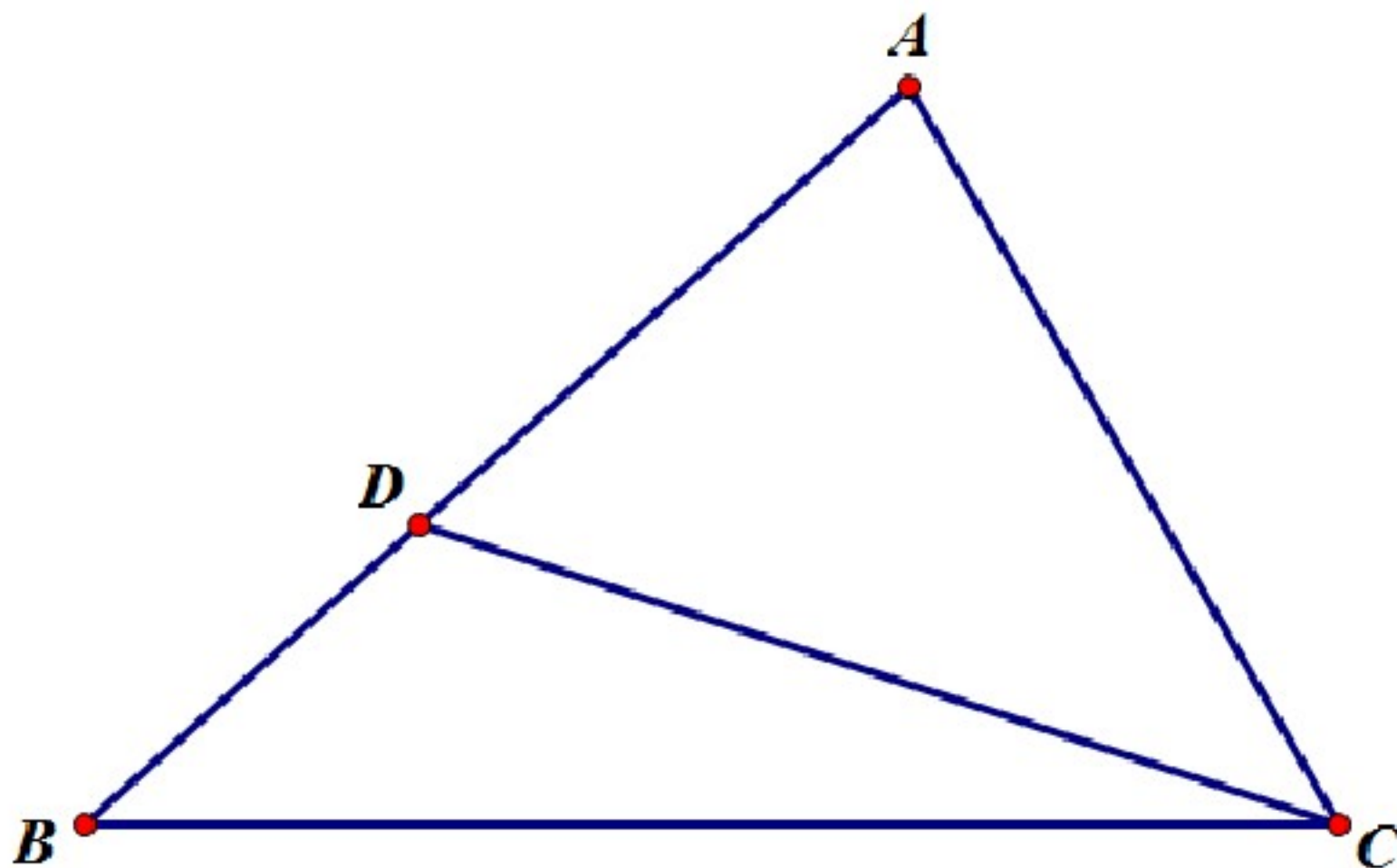
如图，点D是 $\triangle ABC$ 的边AB上的一点，下列条件中一定能够保证 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ 的有（ ）

① $\angle ADC = \angle ACB$

② $\angle ACD = \angle B$

③ $\frac{DC}{BC} = \frac{AD}{AC}$

④ $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$

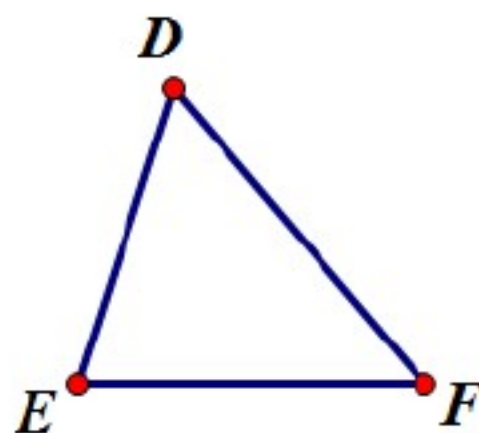
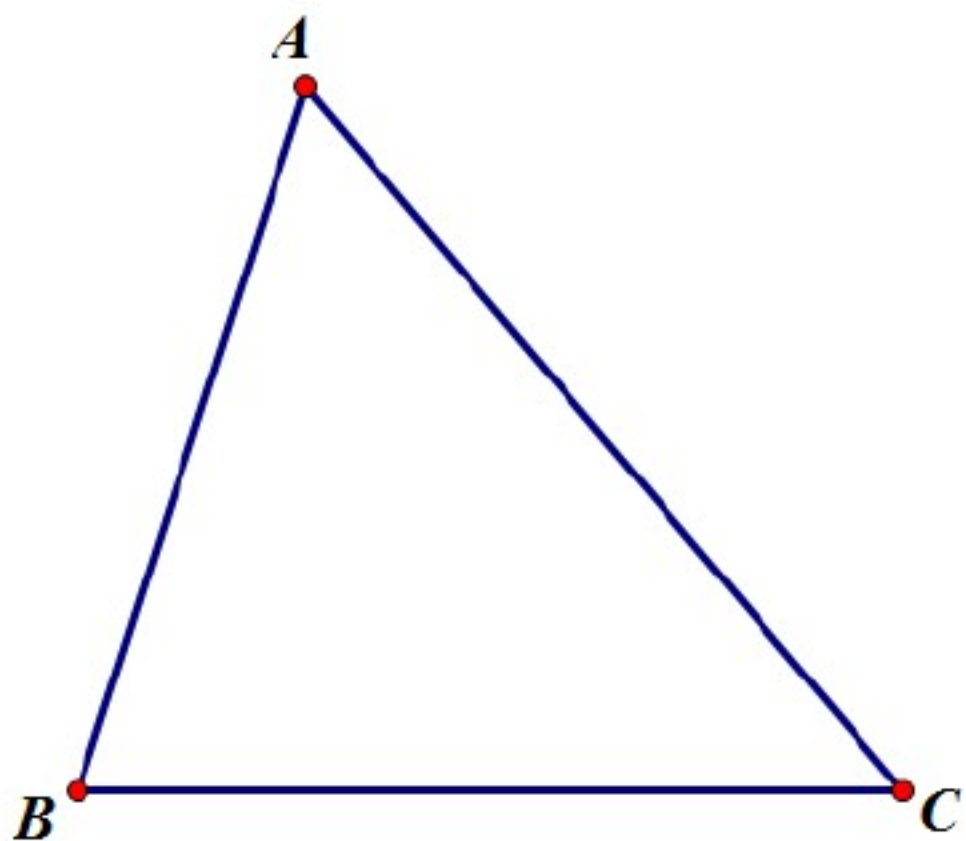


类比探究

探究类似于满足“边边边”条件的两个三角形是否相似

已知：在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中， $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$

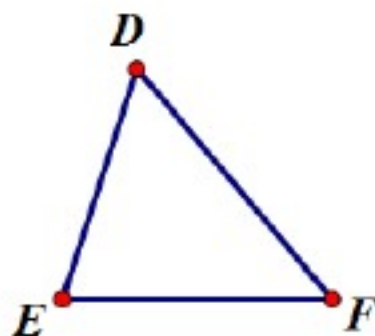
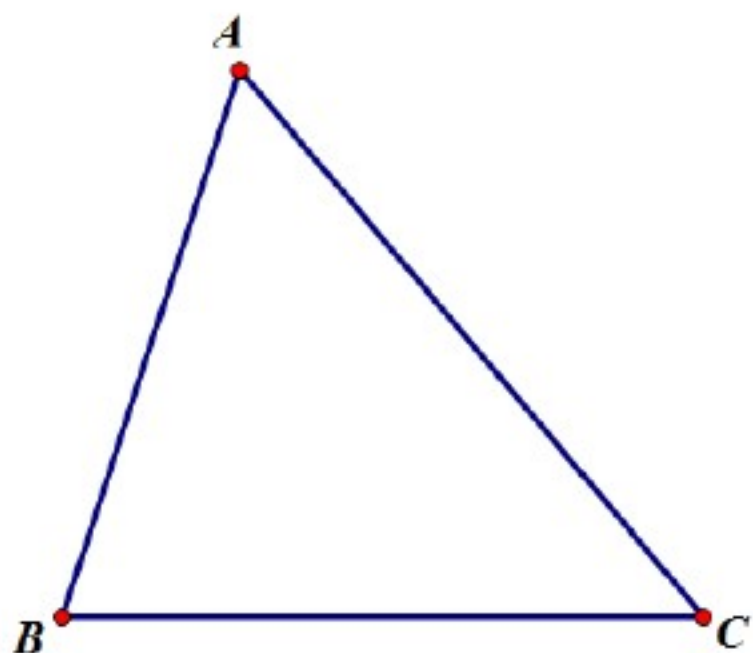
求证： $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



概念小结

相似三角形的判定定理3:

三边对应成比例，两个三角形相似



在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中

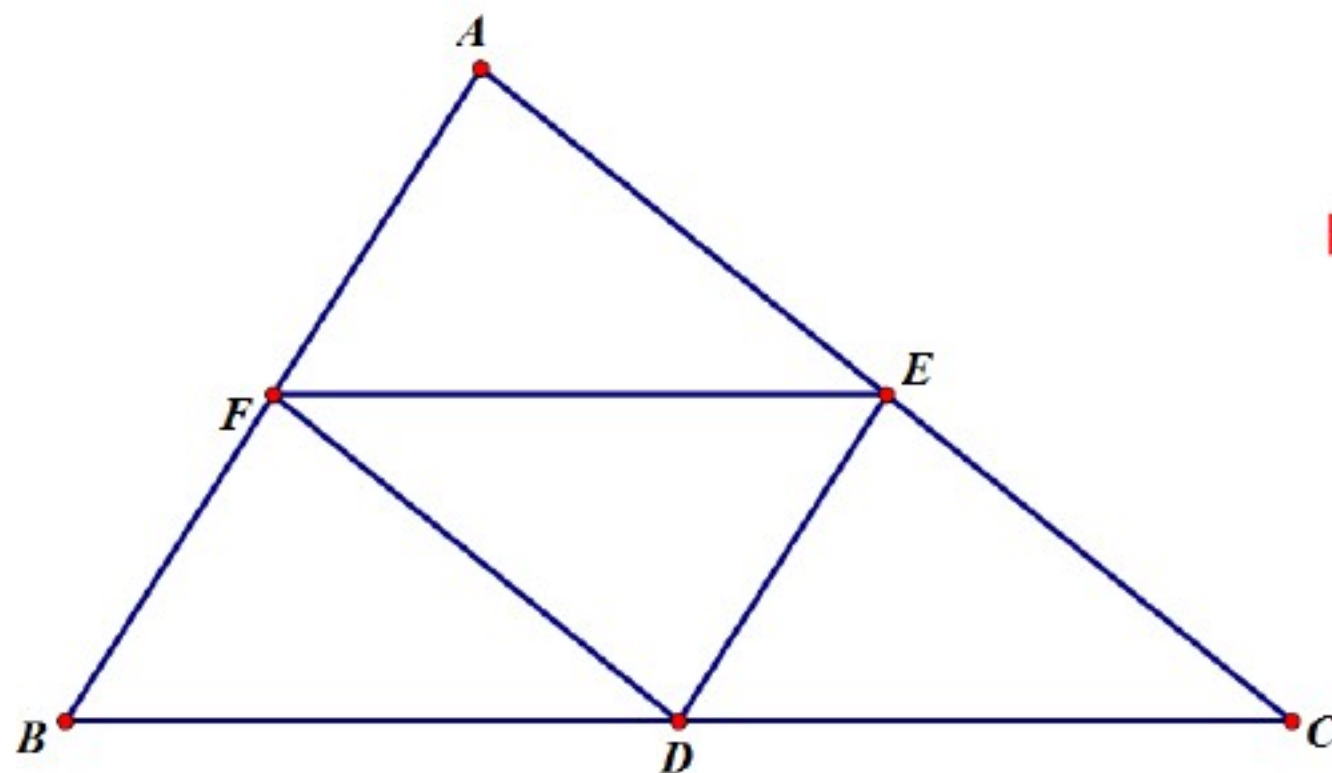
$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$

例题选做

已知：D,E,F分别是 $\triangle ABC$ 的边BC,CA,AB的中点

求证： $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



中位线得到比例线段