

## 有理数的混合运算典型例题

例1 计算： $-17+17\div(-1)^{11}-5^2\times(-0.2)^3$  .

分析：此算式以加、减分段，应分为三段： $-17$ ， $17\div(-1)^{11}$ ， $5^2\times(-0.2)^3$  . 这三段可以同时进行计算，先算乘方，再算乘除. 式中 $-0.2$ 化为 $-\frac{1}{5}$  参加计算较为方便.

$$\text{解：原式} = -17+17\div(-1)-25\times(-\frac{1}{125})$$

$$= -17+(-17)-(-\frac{1}{5})$$

$$= -34+\frac{1}{5}$$

$$= -33\frac{1}{5}$$

说明：做有理数混合运算时，如果算式中不含有中括号、大括号，那么计算时一般用“加”、“减”号分段，使每段只含二、三级运算，这样各段可同时进行计算，有利于提高计算的速度和正确率.

例2 计算： $[1\frac{3}{5}\times(1-\frac{4}{9})]^2\div[(1-\frac{1}{6})\times(-\frac{2}{5})]^3$  .

分析：此题运算顺序是：第一步计算 $(1-\frac{4}{9})$  和  $(1-\frac{1}{6})$ ；第二步做乘法；第三步做乘方运算；第四步做除法.

$$\text{解：原式} = [\frac{8}{5}\times\frac{5}{9}]^2\div[\frac{5}{6}\times(-\frac{2}{5})]^3$$

$$= (\frac{8}{9})^2\div(-\frac{1}{3})^3$$

$$= \frac{64}{81}\div(-\frac{1}{27})$$

$$= \frac{64}{81}\times(-27)$$

$$= -\frac{64}{3}$$

$$= -21\frac{1}{3}$$

说明：由此例题可以看出，括号在确定运算顺序上的作用，所以计算题也需认真审题。

例 3 计算： $3^{1999} - 5 \times |-3|^{1998} + 6 \times 3^{1997} + 1999 \times (-1)^{1999}$

分析：要求 $3^{1999}$ 、 $3^{1998}$ 、 $3^{1997}$ 的值，用笔算在短时间内是不可能的，必须另辟途径。观察题目发现， $3^{1999} = 3^2 \times 3^{1997}$ ， $|-3|^{1998} = 3 \times 3^{1997}$ ，逆用乘法分配律，前三项可以凑成含有 0 的乘法运算，此题即可求出。

$$\begin{aligned} \text{解：原式} &= 3^2 \times 3^{1997} - 5 \times 3 \times 3^{1997} + 6 \times 3^{1997} + 1999 \times (-1) \\ &= 3^{1997}(9 - 15 + 6) - 1999 \\ &= 3^{1997} \times 0 - 1999 \\ &= -1999 \end{aligned}$$

说明：“0”乘以任何数等于 0。因为运用这一结论必能简化数的计算，所以运算中，能够凑成含“0”因数时，一般都凑成含有 0 的因数进行计算。当算式中的数字很大或很繁杂时，要注意使用这种“凑 0 法”。

例 4 计算  $\frac{1}{(-0.1)^3} - \frac{1}{-0.2^2} + |(-2)^3 - 3| - |3^2 - 4|$

分析： $\frac{1}{(-0.1)^3}$ 是 $(-0.1)^3$ 的倒数，应当先把它化成分数后再求倒数；右边两项含绝对值号，应当先计算出绝对值的算式的结果再求绝对值。

$$\begin{aligned} \text{解：原式} &= \frac{1}{-0.001} - \frac{1}{-0.04} + |-8 - 3| - |9 - 4| \\ &= -1000 - (-25) + 11 - 13 \\ &= -1013 + 36 \\ &= -997 \end{aligned}$$

说明：对于有理数的混合运算，一定要按运算顺序进行运算，注意不要跳步，每一步的运算结果都应在算式中体现出来，此题(1)要注意区别小括号与绝对值的运算；(2)要熟练掌握乘方运算，注意 $(-0.1)^3$ ， $-0.2^2$ ， $(-2)^3$ ， $-3^2$ 在意义上的不同。

例5 计算：
$$\left\{ \left[ 3\frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{4}\right) + (+0.4) \times \left(-\frac{5}{2}\right)^2 \right] + \left(-\frac{5}{3}\right) - 20 \right\} \times (-1)^{586}.$$

分析：含有括号的混合运算，一般按小、中、大括号的顺序进行运算，括号里面仍然是先进行第三级运算，再进行第二级运算，最后进行第一级运算。

解：原式 
$$= \left\{ \left[ 3\frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{4}\right) + (+0.4) \times \frac{25}{4} \right] + \left(-\frac{5}{3}\right) - 20 \right\} \times 1$$

$$= [-15 + 25] + \left(-\frac{5}{3}\right) - 20$$

$$= -12.5 + \left(-\frac{5}{3}\right) - 20$$

$$= 7.5 - 20 = -12.5$$

例6 计算 
$$-1\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6} - 1\frac{1}{4}.$$

解法一：原式 
$$= -\frac{3}{2} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6} - \frac{5}{4} = \frac{-18 + 4 + 10 - 15}{12} = \frac{-19}{12} = -1\frac{7}{12}$$

解法二：原式 
$$= -1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6} - 1 - \frac{1}{4}$$

$$= -1 - 1 + \frac{-6 + 4 + 10 - 3}{12} = -2 + \frac{5}{12} = -1\frac{7}{12}.$$

说明：加减混合运算时，带分数可以化为假分数，也可把带分数的整数部分与分数部分分别加减，这是因为带分数是一个整数和一个分数的和。

例如：
$$-1\frac{1}{4} = -1 - \frac{1}{4}; -1\frac{1}{2} = -1 - \frac{1}{2}.$$

## 有理数的混合运算习题精选

### 一、选择题

1. 若  $m > 0$  ,  $n < 0$  , 则有( ) .  
A.  $m - |n| > 0$  B.  $m + n > 0$  C.  $m^2 + m^3 > 0$  D.  $n^2 + n^3 > 0$
2. 已知  $y = x^3 + x^2 - x - 5$  , 当  $x = -3$  时,  $y = -20$  , 当  $x = 3$  时,  $y$  的值是( ) .  
A.  $-17$  B.  $44$  C.  $28$  D.  $17$
3. 如果  $(a+1)^2 + (b-1)^2 = 0$  , 那么  $2(a-b)$  的值为( ) .  
A.  $0$  B.  $4$  C.  $-4$  D.  $2$
4. 代数式  $(a-2)^2 + 5$  取最小值时,  $a$  值为( ) .  
A.  $a = 0$  B.  $a = 2$  C.  $a = -2$  D. 无法确定
5. 六个整数的积  $a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f = 36$  ,  $a, b, c, d, e, f$  互不相等, 则  $a + b + c + d + e + f =$  ( ) .  
A.  $0$  B.  $4$  C.  $6$  D.  $8$
6. 计算  $(-2)^{2001} + (-2)^{2002}$  所得结果为( ) .  
A.  $2$  B.  $2^{2001}$  C.  $-2^{2001}$  D.  $2^{2002}$

### 二、填空题

1. 有理数混合运算的顺序是\_\_\_\_\_.
2. 已知  $m$  为有理数, 则  $m^2$  \_\_\_\_\_  $0$ ,  $m^2 + 1$  \_\_\_\_\_  $0$ ,  $-m^2 - 2$  \_\_\_\_\_  $0$ . (填 “ $>$ ”、“ $<$ ” 或 “ $\geq$ ” =)
3. 平方得  $16$  的有理数是\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ 的立方等于  $-8$ .
4.  $(1-2)(3-4)(5-6)\dots(99-100) =$  \_\_\_\_\_.

5. 一个负数减去它的相反数后, 再除以这个负数的绝对值, 所得商为\_\_\_\_\_.

### 三、判断题

1. 若 $a$  为任意有理数, 则  $a \div 3 \times \frac{1}{a} = a \div \left(3 \div \frac{1}{a}\right) = \frac{a^3}{3}$  . ( )
2.  $(-144) \div [(-3)^2 - (-4)^2] = (-144) \div 9 - (144) \div 16 = -7$  . ( )
3.  $(-1)^{2000} = -(-1)^{2001}$  . ( )
4.  $-3^2 - (-3)^2 = 0$  . ( )
5.  $-35 \times \left[\frac{1}{7} - \left(-1\frac{3}{5}\right)\right] = -35 \times \frac{1}{7} + 35 \times \left(-\frac{8}{5}\right) = -61$  . ( )

### 四、解答题

1. 计算下列各题:

(1)  $4 - 3.8 - [(-2.5 - 1.2 + 4) - 6.9]$  ;

(2)  $|-5| - |-7| + \frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2} \times 4\right)$  ;

(3)  $\left(3 - 5\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{4}{5} \div 3\frac{1}{3}$  ;

(4)  $\left[\left(-\frac{5}{6}\right) + \left(-1\frac{1}{4}\right)\right] \div \left[\left(-\frac{5}{6}\right) - \left(-1\frac{1}{4}\right)\right]$  ;

(5)  $\left\{3 - \left[\frac{1}{9} - \left(\frac{1}{3} - 1\right)^3\right] \times (-9)^2\right\} \times (-1)^5$  ;

(6)  $\left(-1\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{5}{9}\right) - \left(-\frac{5}{9}\right) \times \left(-2\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{5}{9}$  ;

(7)  $\left[1\frac{2}{13} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{5}{12}\right) \times 2.4\right] \div 5$  ;

$$(8) \quad 3.527 \times \left(-1\frac{1}{9}\right) - 3.527 \times \frac{2}{9} + 3.527 \times \frac{1}{3} .$$

2. 若有理数  $x$ 、 $y$ 、 $z$  满足等式  $(x-1)^2 + (2x-y)^4 + |x-3z| = 0$ ，试求  $(x+y)z^2$  的值.

3. 当  $a = -0.2$ ， $b = 0.04$  时，求代数式  $\frac{72}{73}(a^2 - b) - \frac{78}{79}(2a + 10b) - \frac{1}{4}(a + b)$  的值.

4. 已知如图 2-11-1，横行和竖列的和相等，试求  $\frac{(a-b)^2}{2}$  的值.

$-1\frac{1}{2}$	3.5	$a$
4.9		
$b$		

5. 求  $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2003}$  的值.

6. 计算  $\frac{1}{2003} + \frac{2}{2003} + \frac{3}{2003} + \dots + \frac{2000}{2003}$  .

计算:  $3^{1999} - 5 \times |-3|^{1998} + 6 \times 3^{1997} + 1999 \times (-1)^{1999}$

有理数的混合运算参考答案:

一、1. C 2. C 3. C 4. B 5. A 6. B

二、1. 略; 2.  $\geq, >, <$ ; 3.  $\pm 4$ ,  $-2$ ; 4. 1; 5.  $-2$ .

三、1.  $\times$  2.  $\times$  3.  $\checkmark$  4.  $\times$  5.  $\checkmark$

四、1. (1) 6.8 (2)  $\frac{1}{3}$  (3)  $\frac{11}{125}$  (4)  $-5$  (5) 30 (6)  $-\frac{195}{72}$  (7)  $-\frac{16}{325}$  (8)  $-3.257$ ; 2.  $\because x=1, y=2, z=\frac{1}{3} \therefore (x+y)z^2 = 3 \times \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$ ;

3. 0.04;

4.  $-1\frac{1}{2} + 3.5 + a = -1\frac{1}{2} + 4.9 + b$ ,  $a - b = 1.4$ ,  $\frac{(a-b)^2}{2} = 0.98$ ;

5. 设  $S = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2003}$ , 则  $2S = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2004}$ ,  $S = 2^{2004} - 1$ ;

6. 原式  $= \frac{1+2+3+\dots+2000}{2003} = \frac{2001000}{2003}$ .